

DUE DATE SLIP**GOVT. COLLEGE, LIBRARY**

KOTA (Raj)

Students can retain library books only for two weeks at the most

| BORROWER S No | DUE DTATE | SIGNATURE |
|------------------|-----------|-----------|
| | | |

सांख्यिकी के सिद्धान्त

(Principles of Statistics)

लेखक

डा० एस० एम० शुक्ल

एम० ए०, एम० कॉम०, एम-एल० बी०, पी-एच० डी०

वाणिज्य विभाग,

डी० ए० वी० कॉलेज, फातपुर

एव

प्रो० शिवपूजन सहाय

एम० कॉम०, एल-एल० बी०, साहित्यरत्न

अध्यक्ष, वाणिज्य विभाग,

आर० ई० आई० कॉलेज, आगरा



३६

साहित्य भवन

श्रीमता रामवन्धी साहित्य के प्रकाशक

आगरा

प्रकाशक :

साहित्य भवन

२७३२, मुई कटरा,

भागटा ।

प्रथम संस्करण : १९६२

मूल्य : दस रुपया

मुद्रक :

राष्ट्रीय इलेक्ट्रिक प्रेस

श्रीमला गली, .

भागटा ।

भूमिका

आधुनिक युग 'नियोजित श्रम-व्यवस्था' का युग है। पिरव के लगभग सभी देशों में काम या श्रमिक प्रत्यक्ष या अप्रत्यक्ष निगी न निगी रूप में 'नियोजित श्रम-व्यवस्था' मिलती है। उसकी कार्यान्वित करने के लिए पर्याप्त साम्प्रिकीय सामग्री आवश्यक है। इसलिए आज के युग में 'साम्प्रिकी' का बहुत बड़ा महत्व है। ज्ञान की यह शाला मानव समाज के प्रत्येक अंग को प्रभावित करती है और मानव ज्ञान के लगभग सभी क्षेत्रों में महत्वपूर्ण स्थान रखती है। यही कारण है कि इस विषय के अध्ययन अध्यापन की ओर लोग का ध्यान गया है और विद्वत्विद्यालयों के पाठ्य-क्रमों में इस विषय को एक विशिष्ट स्थान प्रदान किया गया है।

स्वतंत्रता के उपरान्त हिन्दी भाषा को राष्ट्रभाषा का शौरव मिला। फलतः हिन्दी में अनेक पुस्तकें विभिन्न विषयों पर लिखी गईं। 'साम्प्रिकी' विषय पर भी बहुत सी पुस्तकें लिखी गईं। निरमन्दह इस विषय पर पुस्तकें लिखना दुष्कर कार्य है और जिन विद्वानों ने पुस्तकें लिखी हैं—वे बधाई के पात्र हैं। फिर प्रश्न यह उठता कि इन पुस्तकें की आवश्यकता ही क्या थी? उत्तर यही है कि श्रमका अर्थ-व्यवस्था दृष्टिकोण है और प्रस्तुतीकरण का अर्थ-व्यवस्था अंग। गत कई वर्षों के शिक्षण अनुभव के आधार पर हमने इन पुस्तकें की रचना की आवश्यकता अनुभव की।

प्रस्तुत पुस्तक में इस दुर्लभ विषय को सरल व सुगम बनाने का प्रयत्न किया गया है। भाषा को भी सरल रखने का प्रयत्न किया गया है परन्तु जटिल विषय होने के कारण यदि कहीं भाषा क्लिष्ट हो गई हो तो इसके लिए पाठक क्षमा करेंगे क्योंकि गम्भीर भावों का बहल करने के लिए भाषा भी उसी के अनुसार आवश्यक है। विषय सामग्री को उदाहरणों की सहायता से ऐसा बोधगम्य बनाने का प्रयत्न किया गया है कि पाठकों को समझने में सरलता हो, विषय में प्रवाह हो और जो पाठकों में स्वाभाविक रुचि उत्पन्न करे।

प्रस्तुत पुस्तक की रचना में अनेक अंग्रेजी व हिन्दी पुस्तकों से प्रेरणा व सहायता मिली है। उनके प्रति अपना आभार प्रदर्शित करना हमारा पुनीत कर्तव्य है।

पाठ्य-विषय तैयार करने में श्रीमती विद्यावती शर्मा एम० ए०, बी० टी० का महान सहयोग मिला है और हम उनके आभारी हैं। इस पुस्तक की प्रकाश में आने

त सबमे अधिप श्रेय प्रकाशक वा है जिन्होंने नित्य-प्रति हमें उत्साहित किया । हम द्वय के प्रति भी आभार प्रदर्शित किये बिना अपने कर्तव्य को पूरा करने में चूकेगे योकि उनके अधक प्रयाम व शक्ति ने ही पुस्तक मुद्रित हो सकी ।

अन्त में हम अपने उन सभी बड़ों, महयोगियो, मित्रो और छोटी के प्रति अपनी कृतज्ञता प्रकट करते हैं जिन्होंने प्रत्यक्ष या परोक्ष रूप से इमे प्रकाशित करने में प्रेरणा दी ।

प्रस्तुत पुस्तक विशेषतः विद्यार्थियो के लिए लिखी गई है यदि वे इसमे लाभ उठा सके तो हम अपने प्रयाम को सफल मानेंगे । प्रत्येक प्रकार के सुभाब का सहर्ष स्वागत किया जायेगा ।

स्वामीनगर,
पालबाग, धरमरा । }

एस० एम० शुक्ल
एस० पी० सहाय

विषय-सूची

अध्याय

पृष्ठ

| | |
|--|---------|
| साहित्यकी का प्रारम्भ व विकास | १-५ |
| साहित्यकी का अर्थ, लक्षण, परिभाषा, क्षेत्र तथा सीमायें | ६-२८ |
| साहित्यकी के कार्य, उपयोगिता, महत्व एवं दुरुपयोग | २९-४४ |
| साहित्यकीय अनुसंधान की योजना | ४५-५४ |
| समंको का संग्रहण | ५५-७० |
| साहित्यकीय अनुसंधान की समग्र और निदर्शन रीतियाँ | ७१-८६ |
| एकत्रित सामग्री का सम्पादन | ८७-१०५ |
| समंको का वर्गीकरण तथा सारणीयन | १०५-१३२ |
| चित्रों द्वारा समंको का प्रदर्शन | १३३-१७० |
| समंको का विन्दुरेखीय प्रदर्शन | १७१-२१४ |
| साहित्यकीय माध्य | २१५-३०५ |
| संपादन और विषमता | ३०६-३८६ |
| संग्रह-सम्बन्ध | ३८७-४४० |
| निर्देशक | ४४१-४८८ |
| भारत में साहित्यकीय सामग्री का विकास | ४८९-५३४ |

~~५३५-५३४~~

सांख्यिकी का प्रारम्भ व विकास

(Origin and Development of Statistics)

कौई भी व्यक्ति चाहे विद्वाने ही तीव्र सन्तुष्टि का तथो न हो, सभी बातों का वाद रणना उगते लिये प्रसन्नत कथित है। घटनाओं को वाद रणना ती प्रवेदाकृत करत है परन्तु अंकों को वाद रणना प्रत्यत दुष्कर है। कर्तमान काल में सांख्यिक, सांख्यिक व प्रौद्योगिक उन्नति के कारण संख्याओं का महत्व और भी अधिक बढ़ गया है। इतनाच मानव-जीवन के विभिन्न अंगों के सम्बन्धन अंक, (यदि वे उपलब्ध हों तो) विना लिये जाते हैं ताकि मानव मान के विकास व जीवन की सम्बन्धों के सम्बन्धान में सरलता रहे। मनुष्य के ज्ञान व धनुभव का यह लिखित रूप ही मानव सम्बन्धता व विकास का आधार है। इसका मानव-जीवन में बहुत महत्वपूर्ण स्थान है। यही तो सांख्यिकी का प्रारम्भ होता है तथा मानव के लिये उसके महत्व का आभास होता है।

'सांख्यिकी' का प्रारम्भ (Origin of Statistics)

मेरा प्रतीत होता है कि अंग्रेजी भाषा का 'स्टैटिस्टिक' (Statistics) शब्द लैटिन शब्द 'स्टैटस' (Status), इटालियन शब्द 'स्टैटिस्टा' (Statista), या जर्मन शब्द 'स्टैटिस्टिक' (Statistik) से बना है। इन सबका अर्थ राजनीतिक भू-भाग या राज्य से होता है। इसके स्पष्ट होता है कि इस विज्ञान का राज्य से महत्त्व सम्बन्ध है। इस विषय में किसी भी विषय के सम्बन्धित संख्याओं का सम्बन्धन लिये जाता है। भारत में इस विज्ञान का प्रारम्भ राज्य से हुआ है। प्राचीन काल में अनेक जातों को सुशासन के लिये राजा लोग अंकिते इकट्ठा करवाने थे। ये अंकिते राज्य-संसाधन व सैन्य-संसाधन दोनों के लिये बहुत उपयोगी होते थे। निश्चये अनुभवों के आधार पर और इन अंकितों की महत्त्वता देखकर राजा लोग अपनी सेवा की संस्था, अपने लिये रण, राज्य कर्मचारियों के वेतन, भूमि-कर आदि आवश्यकता-नुसार घटाने या बढ़ाने थे। अपनी सीमा बहुत अंगों में अंकितों पर निर्भर थी। इसी कारणों से पहले इस विज्ञान को 'राज्य-सैन्य का विज्ञान' (Scientific) या 'महाराजों का विज्ञान' (Science of Kings) कहा गया

इतिहास व विकास (History and Development)

सांख्यिकी के इतिहास व इसके विकास के विभिन्न कारणों की सुविधा के दृष्टिकोण से निम्न भागों में बांटा जा सकता है —

(१) शासन व्यवस्था के लिए सांख्यिकी का प्रयोग (प्रारम्भ से १५०० ई० तक)—ऐसा कहा जाता है कि इस विज्ञान का प्रयोग संसार में बहुत प्राचीन काल से

सांख्यिकी के विकास की छः अवस्थाएँ

चला आ रहा है। नीचे दिये हुए विवरण से इसका प्राचीन इतिहास स्पष्टतया प्रकट होता है —

(१) शासन व्यवस्था के लिए सांख्यिकी का प्रयोग (प्रारम्भ से १५०० तक)।

(२) ज्योतिषशास्त्रियों द्वारा इस विज्ञान का प्रयोग (१५००-१६००)।

(३) सामाजिक उद्देश्यों के लिए सांख्यिकी का प्रयोग (१६००-१७००)।

(४) सांख्यिकी के सिद्धान्तों का सुगमन (१७००-१८००)।

(५) नये नियमों का प्रतिपादन (१८००-१९००)।

(६) आधुनिक युग (१९०० से अब तक)।

(घ) मिश्र—ईसा के लगभग ३०५० वर्ष पूर्व मिश्र के सम्राट रेम्स द्वितीय (Rames II) ने समस्त प्रसिद्ध पिरामिडों के निर्माण के लिये विभिन्न प्रकार के भाँवड़े एकत्रित करवाये थे।

(ब) इजरायल—'संख्याओं की पुस्तक' (The Book of Numbers) से पता चलता है कि मोजेज ने इजरायल के लोगों की गणना इनकी युद्ध-शक्ति का अनुमान लगाने के लिये की थी।

(स) चीन—लगभग १२०० ई० पूर्व चीन में भी वहाँ के प्रदेशों के बारे में भाँवड़े एकत्रित किये गये थे।

(द) हार्लैंड—हार्लैंड के विजयी विलियम ने अपने राज्य सम्बन्धी विभिन्न भाँवड़े एकत्रित करवाये थे।

(प) जर्मनी—जर्मनी के फ्रेडरिक द्वितीय ने भी अपने राज्य सम्बन्धी विभिन्न भाँवड़े एकत्रित करवाये थे।

(र) यूनान व रोम—सभ्यता के प्राचीन केन्द्र यूनान व रोम में भी इस विज्ञान का प्रयोग प्राचीनकाल में होता था।

(ल) भारतवर्ष—इस विज्ञान का प्रयोग भारतवर्ष में भी हुआ जैसा कि नीचे दिये हुये विवरण में स्पष्ट होता है —

(क) मौर्यकाल—इस काल में अनेक प्रकार के भाँवड़े एकत्रित किये गये थे। यूनानी राजदूत मेगस्थनीज ने मौर्यकालीन शासन के विषय में

लिखा है कि चन्द्रगुप्त मौर्य ने प्राय-उत्पत्ति, जन्म-मरण, सेना, भूमि व लगान आदि सम्बन्धी घाँकड़े एकत्रित करने के लिये अनेक समितियों बनाई थीं। कौटिल्य के अर्थशास्त्र में शासन, सामाजिक व्यवस्था, सेना प्रबन्ध आदि के सम्बन्ध में बहुत से तथ्य व घाँकड़े मिलते हैं।

- (ख) गुप्त-काल—इस काल में सरकार द्वारा विभिन्न प्रकार के घाँकड़े एकत्रित कराये जाने का उल्लेख मिलता है।
- (ग) शैलाजहीन खिलजी के समय में भी घाँकड़े एकत्रित किये जाते थे। (उसके समय के बाजार भाव घाँकड़े भी इतिहासों में उपलब्ध हैं।
- (घ) मुगल-काल—इस काल में विशेषतः प्रकवर के समय में अनेक प्रकार के घाँकड़े एकत्रित किये गये। तत्कालीन लगान मन्त्री राजा टोडरमल ने भूमि की पैमायश कराई व लगान निर्दिष्ट किया।
 ✓ अकबर फौजदारी द्वारा लिखित आदने प्रकवरों में इसका विवरण मिलता है।

इस प्रकार यह प्रकट होता है कि प्राचीन काल से ही यह विज्ञान मानव-जीवन के लिये आवश्यक बन गया था। लगभग सभी मध्य और उत्पत्तिशील देशों में इसका प्रयोग होता था परन्तु इसके विकास का व्यवस्थित इतिहास मोलहुवी शताब्दी में ही मिलता है।

(२) ज्योतिषशास्त्रियों द्वारा इस विज्ञान का प्रयोग (१५०० से १६०० तक) इस शताब्दी में यह विज्ञान अपनी शोभावाचकता में था। इस समय इस विज्ञान का प्रयोग ज्योतिष-शास्त्रियों (Astronomers) ने किया और तारों व नक्षत्रों की गति, स्थान आदि के विषय में घाँकड़े एकत्रित किये तथा ग्रहण के बारे में पूर्वानुमान लगाये। इनमें टीको ब्राहे व जॉन्स कैप्लर का नाम विशेषकर उल्लेखनीय है।

(३) सामाजिक उद्देश्यों के लिए सांख्यिकी का प्रयोग (१६०० से १७०० तक)—इस शताब्दी में इस विज्ञान का प्रयोग अधिक विस्तृत हुआ जैसे —

(घ) जन्म-मरण व सामाजिक दशाघों के अध्ययन के लिए—विद्वानों ने जन्म-मरण व सामाजिक दशाघों के अध्ययन में इसकी सहायता ली। जन्म-मरण के विषय में विशेष रूप से घाँकड़े एकत्रित किए गए और उनकी सहायता से जीवन मारणी (Life Table) व मृत्यु सारणियों (Mortality Tables) बनाई गईं। इस क्षेत्र में कैम्बर-न्यूमैन, एडमंड हैली, जे० पी० सस्मिथ और सर विलियम पेटी का नाम विशेष रूप से उल्लेखनीय है।

(ङ) अथराथ सम्बन्धी दशाघों के अध्ययन के लिए—सन् १६२१ में प्रो० जार्ज घोब्रेट ने अथराथ सम्बन्धी घाँकड़ों की सहायता से

विचार किया कि कैसे अपराधों में कमी लाने का प्रयास किया जा सकता है ? इसी अवधि में मांकडो की सहायता से पेन्शन व्यवस्था पर भी विचार किया गया ।

- (स) जोधन बीमा में प्रयोग के लिए—लन्दन के कैंप्टेन जॉन फाट ने १६६१ में जन्म-मरण के मांकडो का बहुत ही विश्लेषणात्मक अध्ययन किया और फलस्वरूप १६६८ में लन्दन में सर्वप्रथम जीवन बीमा सन्ध्या की स्थापना हुई ।

(४) सांख्यिकी के सिद्धान्तों का सुगमन (१७०० से १८०० तक)—इस शताब्दी में इस विज्ञान का प्रयोग तथा महत्व और भी बढ़ा । इन समय इन बात की आवश्यकता अनुभव की जाने लगी कि आपको के एकत्रित करने तथा इनके विश्लेषण व निर्वचन (Interpretation) करने के भूँये अवैज्ञानिक ढंगों में भी विक्रम करने वैज्ञानिक व सरल बनाया जाय । इस शताब्दी में सांख्यिकी व गणित के बीच एक सम्बन्ध हुआ । बहुत में जुड़े खेलने वाले धनी लोग जोखिम को घटाने के लिये गणितज्ञों की सहायता लेने लगे । गणितज्ञों ने मांकडो के आधार पर अनेक फल निकाले व उन्हें रायें दीं । कार्डन ने एक ऐसी पुस्तक प्रकाशित की, जिसमें विभिन्न खेलों के जोखिमों से बचने का उपाय बताया । इस क्षेत्र में पैस्कल व फरमैट का नाम विशेष रूप से उल्लेखनीय है । इन दोनों के पत्र-व्यवहार के आधार पर ही 'सम्भावना सिद्धांत' (Theory of Probability) की नींव पड़ी । प्रोफेसर जेम्स बरनौली ने 'बड़ी सन्ध्याओं का नियम' (Law of Large Numbers) तथा नैतिक-सम्भावना (Moral Expectation) का नियम गणित के ढंग पर स्पष्ट किया ।

(५) नये नियमों का प्रतिपादन (१८०० से १९०० तक)—सन् १८१२ में लैपनेस नामक प्रसिद्ध वैज्ञानिक ने 'सम्भावना सिद्धांत' पर एक महत्वपूर्ण पुस्तक लिखी । 'आधुनिक सांख्यिकी सिद्धांत' (Modern Theory of Statistics) का प्रतिपादन बेलजियम के महान् ज्योतिषाचार्य एव गणितज्ञ थो एल० ए० जे० बबेट्लेट ने किया । इन्होंने वनस्पति, पशु एव मनुष्यों के सम्बन्ध में अध्ययन किया और अपने विचारों को प्रकट करने में सन्ध्याओं की सहायता ली । इस युग में बहुत से महान् गणितज्ञों ने रूप, स्थिति के नैतिक-सम्भावना-नियमों में महत्वपूर्ण योग दिया । अन्तर्गत गणितज्ञ लैविचस, सर फ्रांसिस गाल्टन, गॉस चालियर और कार्ल पियर्सन आदि ने सांख्यिकी की उन्नति व विकास में महत्वपूर्ण सहयोग, नये नियमों के प्रतिपादन और पुराने नियमों के पुष्टीकरण व विश्लेषण द्वारा दिया ।

(६) आधुनिक युग (१९०० से अब तक)—यह विज्ञान आज बीसवीं शताब्दी में बहुत विकसित हो गया है और इसका प्रयोग मानव-ज्ञान के प्रत्येक विभाग में होता है । यह कहने में कोई शक्यता नहीं है कि आधुनिक युग में विभिन्न शास्त्रों अथवा विज्ञानों की अपूर्व उन्नति इस विज्ञान की अपूर्व सहायता लेकर ही हो पाई है । आधुनिक

सांख्यिकी का प्रारम्भ व विकास

युग में ज्ञान व विज्ञान के लगभग सभी क्षेत्रों के लिए यह विज्ञान अनिर्णय का हो गया है। इसका प्रयोग नवीन विद्वानों के प्रतिपादन और प्राचीन विद्वानों के पुष्टीकरण के लिये किया जाता है।

इस विज्ञान को महत्वपूर्ण बनाने का ध्येय कई महान् सांख्यिकी विद्वानों को है जिन्होंने अपने प्रथम प्रयोग से इसको वर्तमान उच्च स्थान दिया है। इन सम्प्रदाय में प्रो० चार्लस गटन, डा० बाबले, डब्ल्यू० आई० किंग, जी० यू० मूल, ई० फिशर और भारतवर्ष के प्रो० मत्तल भोबिस आदि विशेष रूप से उल्लेखनीय हैं। स्वतन्त्रता के बाद भारतवर्ष में योजनाओं का युग ही गया है। प्रथम, द्वितीय व तृतीय योजनाओं में इस विज्ञान से बहुत सहायता भी गई है।

अर्थशास्त्र के क्षेत्र में इस विज्ञान का प्रयोग

अर्थशास्त्र के क्षेत्र में इस विज्ञान का प्रयोग अपेक्षाकृत देर से हुआ। इसका प्रारम्भ सर विलियम पैटी ने १६६० में किया। इसी समय थोमरी किंग ने पूर्ण म कीमत में सम्बन्ध प्रकट करने के लिये इस विज्ञान का प्रयोग किया। अठारहवीं शताब्दी में उद्योग, व्यापार, कर, कृषि, उत्पादन आदि के बारे में बहुत से सम्बन्धों का न बहूत ही जानकारी प्राप्त की गई। परन्तु उनसे व आर्थिक नियमों में कोई सम्बन्ध स्थापित न किया जा सका। प्राचीन अर्थशास्त्री आर्टम स्मिथ, जे० एम० मिन आदि निर्गमन तर्क प्रणाली में (Deductive Logic) में विरक्त करते थे। परन्तु बाद में अर्थशास्त्रियों जैसे कोरनॉट और डब्ल्यू० एस० जेवन्स आदि ने इस विचारधारा में विकास किया और अनुभव या ऐतिहासिक तर्क प्रणाली द्वारा पुष्टीकरण पर जोर दिया। फलस्वरूप इस विज्ञान का प्रयोग अर्थशास्त्र में बढ़ने लगा। बाद की ती अर्थशास्त्रियों ने यही तर्क कहा कि निजी भी समस्या का ठीक अध्ययन इन दोनों विज्ञानों के सहयोग से ही उचित रूप में हो सकेगा और इस विज्ञान का प्रयोग अर्थशास्त्रियों ने अर्थशास्त्र के अध्ययन के प्रत्येक क्षेत्र में आवश्यक मान लिया।

अध्याय २

सांख्यिकी का अर्थ, लक्षण, परिभाषा, क्षेत्र तथा सीमाये

(Meaning, Characteristics, Definition, Scope
& Limitation of Statistics)

सांख्यिकी का अर्थ

(Meaning of Statistics)

अंग्रेजी भाषा का 'स्टैटिस्टिक्स' (Statistics) शब्द दो रूपों में प्रयोग होता है। एक बहुवचन में व दूसरे एक वचन में। प्राचीन काल में इस विज्ञान की अव्यक्त अवस्था में यह शब्द बहुवचन के रूप में प्रयुक्त होता था और इसका अभिप्राय समक या प्राकृतिक (Statistical data) से था। अब भी इसका प्रयोग बहुवचन में समक या प्राकृतिक के अर्थ में होता है। जैसे कोई यदि यह बहे कि मैंने अपने लेख में 'स्टैटिस्टिक्स' दिये हैं तो इस शब्द का यह प्रयोग बहुवचन में है और इसका अभिप्राय प्राकृतिक से है।

कालान्तर में जब यह विज्ञान एक पूर्ण विज्ञान के रूप में विकसित हो गया तो यह शब्द एक वचन के रूप में प्रयुक्त होने लगा जिसका अभिप्राय सांख्यिकी (Science of Statistics) के अर्थ में है। जैसे यदि कोई यह बहे कि मैं 'स्टैटिस्टिक्स' पढ़ता हूँ तो इस शब्द का यह प्रयोग एक वचन में है और इसका अभिप्राय सांख्यिकी विज्ञान से है।

अब हम 'स्टैटिस्टिक्स' शब्द की परिभाषा उसके दोनों अर्थों एकवचन व बहुवचन में अलग-अलग देगे। यहाँ हम इस शब्द की परिभाषा बहुवचन या प्राकृतिक के रूप में दे रहे हैं। एकवचन या विज्ञान के रूप में इसकी परिभाषा आगे यथास्थान दी जायेगी।

(३) वे अनगिनत कारणों से पर्याप्त सीमा तक प्रभावित होते हैं (They are affected to a marked extent by multiplicity of causes)—समको पर केवल किसी एक कारण का ही प्रभाव नहीं पड़ता बल्कि अनेक कारणों का प्रभाव पड़ता है। अर्थात् प्राक्का के मूल्यों में परिवर्तन का कारण कोई एक नहीं होता बल्कि अनेक होते हैं। यह निश्चित रूप में नहीं कहा जा सकता है कि कोई घटना किस कारण का प्रभाव है। एक घटना कई कारणों से सम्मिलित प्रभाव से घटित होती है। उदाहरण के लिए यदि किसी स्थान पर किसी वर्ष कोई फसल बहुत अच्छी हुई तो यह किसी एक कारण का प्रभाव नहीं बल्कि कई कारण जैसे वर्षा, सिंचाई की व्यवस्था, रात का प्रयत्न, बीज का प्रकार, जुताई व सुकाई का ढंग, जलवायु आदि के फलस्वरूप है।

(४) प्राक्कों के सग्रहण में उचित मात्रा की शुद्धता होनी चाहिये (A reasonable standard of accuracy must be maintained in collection of statistics)—प्राक्का का संग्रह करते समय शुद्धता का उचित ध्यान रखना और प्रयोग करना आवश्यक है। यदि यह अनुमानित है तो अनुमान लगाते समय समस्या माथनों में उद्देश्य को ध्यान में रखते हुए शुद्धता निभायी चाहिये। उदाहरणार्थ, किसी नगर की जनगणना करते समय दो-चार व्यक्तियों की कमी या अधिकता कोई भय नहीं रखती। परन्तु, किसी परिवार की जागणना करते समय हमें बहुत सावधान रहना पड़ेगा, क्योंकि वहाँ दो-चार व्यक्तियों की भूल हमारे फल को प्रगुष्ट बना देगी।

(५) सग्रहण किसी पूर्व निश्चित उद्देश्य के लिये होना चाहिए (The collection must be done for a predetermined purpose)—संग्रहण का संग्रहण किसी पूर्व निश्चित उद्देश्य के अनुसार होता है। उद्देश्य पहले ही निश्चित होना है और फिर आवश्यकतानुसार प्राक्के एकत्रित किये जाते हैं। बिना किसी उद्देश्य के सम्प्राप्ति के रूप में सूचनाएँ हमारे पास हैं तो ये सन्ध्या मात्र बही जायेगी प्राक्के नहीं। यदि व का क्षेत्र ६०० रुपये माहवार या १०० रुपये माहवार है—तो यह सूचना 'समक' नहीं है। किन्तु, यदि दोनो के सामक दना की तुलना करने के उद्देश्य से यह सूचना एकत्रित की गई हो, तो समक कहलायेगी।

(६) प्राक्के एक दूसरे से सम्बन्धित रूप में प्रस्तुत किये जाने योग्य (They must be capable of being placed in relation to other)—एकत्रित किये हुए प्राक्के सभी सामग्रद होये जब उनकी तुलना उती का के प्राक्का से की जाय। जब तक उनमें समन्वयता व तुलना का गुण न हो वे निरर्थक होते। जैसे यदि हम यह कहें कि व की मासिक आय ३०० रुपये, व का क्षेत्र १-३० सेर और व की सम्पदा ५ फीट ६ इंच है तो ये सम्प्राप्ति व सूचनाएँ अवश्य पर समक नहीं, क्योंकि इन्हे एक दूसरे से सम्बन्धित रूप से नहीं रखा जा सकता है।

पर यदि तीनों की मासिक प्राप्ति, या वजन या लम्बाई एक माप रखी जाय तो यह समंज हो सकता है।

(७) घाँकड़े व्यवस्थित रूप से एकत्रित किए गये हों (They must be collected in a systematic manner)—घाँकड़े एक व्यवस्थित ढंग से एकत्रित किये जाने चाहिए। संग्रहण से पहले एक निश्चित योजना बना लेना उचित है। बिना किसी योजना के एकत्रित किये गए घाँकड़े वास्तव में घाँकड़े नहीं कह जा सकते क्योंकि उनमें अनुसंधान पर समुचित प्रकाश नहीं पड़ेगा और वे व्यर्थ होंगे। उदाहरण के लिए, यदि हम किसी विद्यालय के कुछ विद्यार्थियों के प्राप्त एकत्रित कर लें और यह ध्यान न रखें कि वे किस वर्ग के, किस परीक्षा के, किस विषय के तथा कितने में से हैं, तो यह सूचना समझ नहीं आ सकती और इससे हम कोई फल नहीं निकाल सकते।

(क) समंजों की गणना द्वारा या अनुमान द्वारा एकत्रित किया जाता है—

(प्र) गणना द्वारा समंज सभी एकत्रित किए जा सकते हैं जबकि जिस क्षेत्र का अनुसंधान किया जा रहा है वह सीमित हो क्योंकि विस्तृत क्षेत्र में गणना नहीं की जा सकती है।

(ब) अनुमान द्वारा समंज उस समय एकत्रित किये जाते हैं जबकि अनुसंधान का क्षेत्र बहुत विस्तृत होता है।

(II) सांख्यिकी विज्ञान की परिभाषा

(Definition of the Science of Statistics)

जैसा कि पहले ही कहा जा चुका है—प्रारम्भिक अवस्था में इस विज्ञान का क्षेत्र सीमित था और इसकी परिभाषा देनी सरल थी। परन्तु इसके क्षेत्र के विकास के साथ-साथ परिभाषायें भी बदलती गईं। इन बदलों हुई परिस्थितियों में पहले की दी हुई परिभाषाओं में कुछ दोष व कमियाँ दिखाई देने लगी तथा वे अनुपयुक्त लगने लगी। यों तो इस विज्ञान की लगभग २०० परिभाषायें विभिन्न विद्वानों द्वारा दी गई हैं। परन्तु उनमें से कुछ प्रसिद्ध विद्वानों द्वारा दी गई परिभाषाओं का यहाँ विवेचन किया गया है :—

(१) बाउले द्वारा दी गई परिभाषायें

बाउले (Bowley) ने सांख्यिकी को तीन परिभाषायें दी हैं जो इस प्रकार हैं—

(प्र) 'सांख्यिकी गणना का विज्ञान है।'^{१६}

प्राप्तोचना—स्पष्ट है कि यह परिभाषा सांख्यिकी की कई रीतियों में से केवल एक अर्थात् भविष्य के एकत्रित करने की ही अपनने में समाविष्ट करती है—अन्य रीतियों को कोई स्थान नहीं देती। इसलिये यह परिभाषा ठीक नहीं है।

१. 'Statistics is the science of counting.'

(ब) 'सांख्यिकी उचित रूप से औसतों का विज्ञान कहा जा सकता है।'⁷

ध्यालोचना—इस परिभाषा में भी सांख्यिकी की कई रीतियाँ में से केवल एक औसत या माध्य की ही स्थान दिया गया है। अन्य रीतियों का कोई उल्लेख नहीं है। इसलिये यह परिभाषा उचित नहीं मानी जाती है।

(स) 'सांख्यिकी वह विज्ञान है जो सामाजिक व्यवस्था को सम्पूर्ण मानकर उसके सभी अंशों में मापन करता है'⁸

ध्यालोचना—एक तो यह परिभाषा अस्पष्ट ही है और सतक का अभिप्राय स्पष्ट नहीं होता। दूसरे, सतक इस परिभाषा में सांख्यिकीय रीतियों पर कोई जोर नहीं देता और तीसरे यह परिभाषा सांख्यिकी के क्षेत्र को संकुचित बना देती है क्योंकि यह विद्या केवल समाज में रहने वाले व्यक्तियों तथा उनकी सामाजिक क्रियाओं का ही अध्ययन करती है।

(२) बॉडिंगटन द्वारा दी गई परिभाषा

बॉडिंगटन (Boddington) का अनुसार 'सांख्यिकी अनुमान और तथा विश्लेषण का विज्ञान है।' बॉडिंगटन ने अपनी परिभाषा में दो मुख्य विषयतायें इस विज्ञान की बताई हैं —

(१) अनुमानों का विज्ञान—जब सांख्यिकी का अनुमान धन अथवा पैमाने पर किया जाता है तब गणना करना सम्भव नहीं होता है। अतः अनुमान का आधार पर प्राक्कडे एकत्रित किये जाते हैं। देना की एसी बहुत सी समस्यायें हैं जिनमें प्राक्कडा का सफलान इन समस्याओं के विस्तृत होने का कारण अनुमानों के आधार पर किया जाता है और यदि उनका गणना भी की जाती है, तो सामूहिक रूप से की जाती है।

(२) सम्भावितताओं का विज्ञान—किसी विषय का बारे में जय भविष्य का अनुमान लगाया जाता है, तो इस 'सम्भावितता' (Probability) कहते हैं। देना की विभिन्न समस्याओं में इन बात की आवश्यकता पड़ती है कि भविष्य का अनुमान लगाया जाय। यह अनुमान (संभावितता) एकत्रित सूचनाओं के आधार पर लगाया जाता है। अतः सांख्यिकी अनुमानों तथा सम्भावितताओं का विज्ञान है।

ध्यालोचना—बॉडिंगटन की उक्त परिभाषा अस्पष्ट तथा अशुद्ध है। यह इन विज्ञान का क्षेत्र को संकुचित कर देती है क्योंकि इसमें इन विज्ञान के केवल एक पक्ष अनुमान तथा सम्भावितता पर ही जोर दिया गया है। सांख्यिकी के अन्य बहुत से पक्ष हैं जिनका कोई वर्णन इस परिभाषा में नहीं किया गया है।

7 Statistics may rightly be called the science of averages

—Dr Bouley

8 'Statistics is the science of the measurement of social organism regarded as a whole in all its manifestations

—Dr Bouley

9 'Statistics is the science of estimates and probabilities'

—Boddington

(३) सैक्राइस्ट द्वारा दी गई परिभाषा

सैक्राइस्ट (Sacrist) के अनुसार 'सांख्यिकी में हमारा तात्पर्य उन तथ्यों के समूह से है जो अनेक कारणों में पर्याप्त मात्रा में प्रभावित होते हैं, जो संख्या में व्यक्त किये जाते हैं, जिनका गणना या अनुमान शुद्धता के एक उचित स्तर के अनुसार की जाती है तथा जिन्हें पूर्व निर्दिष्ट उद्देश्य के लिए व्यवस्थित रीति से एकत्रित किया जाना है और जो एक दूसरे में सम्बन्धित रूप में प्रकट किए जाते हैं।'¹⁰

आलोचना—यह परिभाषा भी उपयुक्त नहीं है क्योंकि हमम सांख्यिकी विज्ञान की आंकड़ों के अर्थ में प्रयोग किया गया है न कि एक विज्ञान के रूप में।

(४) वेबस्टर की परिभाषा

वेबस्टर (Webster) के शब्दों में 'सांख्यिकी किसी राज्य के लोगों की दशा के बारे में वर्गीकृत तथ्य हैं मुख्यतः वे तथ्य हैं जो संख्याओं में, या संख्याओं की सारणियों में या किसी सारणित या वर्गीकृत व्यवस्था में व्यक्त किये जा सकते हैं।'¹¹ ठीक इससे ही मिलती-जुलती परिभाषा डा० मेयर (Dr. Mayer) ने भी दी है।

आलोचना—प्रथम इस परिभाषा के अनुसार इस विज्ञान का क्षेत्र एक राज्य के लोगों की दशा के अध्ययन तक ही सीमित है। दूसरे, 'स्टैटिस्टिक्स' शब्द का प्रयोग इन लोगों ने आंकड़ों के अर्थ में किया है न कि विज्ञान के अर्थ में। इन कारणों से ये परिभाषायें ठीक नहीं हैं।

(५) किंग के अनुसार परिभाषा

किंग (King) लिखते हैं कि 'सांख्यिकी विज्ञान वह प्रणाली है जिसके द्वारा किसी एक गणना या अनुमानों के संग्रहण के विश्लेषण से प्राप्त फलों के द्वारा सामूहिक, प्राकृतिक या सामाजिक घटनाओं का विवेचन किया जाता है।'¹²

10. 'By statistics we mean aggregate of facts affected to a marked extent by multiplicity of causes, numerically expressed, enumerated or estimated according to reasonable standard of accuracy, collected in a systematic manner for a predetermined purpose and placed in relation to each other.'

—Sacrist.

11. 'Statistics are classified facts respecting condition of the people in a state specially those facts which can be stated in numbers or in tables of numbers or in any tabular or classified arrangement.'

—Webster

12 'Science of statistics is the method of judging collective, natural or social phenomena from the results obtained by the analysis of an enumeration or collection of estimates.'

—King

विषय की परिभाषा का स्पष्टीकरण—इस परिभाषा में नीचे दी हुई तीन बातों पर जोर डाला गया है—

- (१) सांख्यिकी विज्ञान में प्राकृतिक या सामाजिक घटनाओं का विश्लेषण किया जाता है।
- (२) यह विश्लेषण गणना या अनुमानों के द्वारा एकत्रित विषय होने सम्बन्धी के विरोधार्थ से प्राप्त तथ्यों के आधार पर किया जाता है।
- (३) यह विश्लेषण सामुचित रूप में होता है।

आलोचना—विषय के अन्तर्गत परिभाषा में सांख्यिकी क्षेत्र की अधिक विस्तृत करने का प्रयत्न किया है क्योंकि इस परिभाषा में सामाजिक घटनाओं के साथ-साथ प्राकृतिक घटनाओं का भी वर्णन है। इनका छोटे हुए भी यह परिभाषा पूर्ण नहीं है क्योंकि इनमें सांख्यिकी की सभी चीतियाँ का समावेश नहीं है।

अन्य परिभाषाएँ

(६) पार्सॉन तथा हार्लोव (Person and Harlow)—“सांख्यिकी तथ्यों के समूह को प्रयोग में लाने का विज्ञान है।”¹³

[परमं तथा हार्लोव ने सांख्यिकी को तथ्यों के समूह को प्रयोग में लाने वाला कहा है। यह स्पष्ट नहीं किया है कि तथ्या का समूह संख्याओं में किया जाय या अन्य प्रकार में। यदि यह समुदाय तथावा जाय कि इनका आत्म सम्बन्धी है ही भी यह परिभाषा समुची है क्योंकि सांख्यिकी केवल सम्बन्धी के उपयोग का ही विज्ञान नहीं है जैसा कि इस परिभाषा में बताया गया है।]

अन्य आगे इस मुख्य अर्थी परिभाषाभा पर विचार करने में जो पर्याप्त सीमा तक टीका है।

(७) लॉवेट (Lowitt)—“सांख्यिकी वह विज्ञान है जो तथ्या सङ्ग्रही तथ्यों के सङ्ग्रह, वर्गीकरण और सारणीबद्ध से सम्बन्ध रखता है ताकि घटनाओं की व्याख्या, नियंत्रण और तुलना के लिए आधार रखने प्रयोग में लाने।”¹⁴

[यह परिभाषा बहुत मुख्य टीका है क्योंकि यह सभी सांख्यिकीय चीतियों को समाविष्ट करती है। इस परिभाषा का वैशेष एक ही दोष है कि इसमें सांख्यिकी की निमित्तों पर जोर दिया गया है और सांख्यिकी की प्रकृति पर ध्यान नहीं दिया गया है।]

13 “Statistics is the science and art of handling aggregates of facts”
—Person and Harlow

“Statistics is the science which deals with the collection, classification and tabulation of numerical facts as a basis for the explanation, description and comparison of phenomena.”
—Lowitt

(८) सेलिगमन (Seligman)—‘सांख्यिकी वह विज्ञान है जो किसी विषय पर प्रकाश डालने के उद्देश्य में संग्रह विये गये आँकड़ों के संग्रहण, वर्गीकरण, प्रदर्शन, तुलना और व्याख्या करने की रीतियों का विवेचन करता है।’¹⁵

[यह परिभाषा भी उपयुक्त है क्योंकि इसमें सांख्यिकी की सभी रीतियों का समावेश है। इनकी भी आलोचना यही है कि इसमें सांख्यिकी की प्रकृति पर जोर नहीं दिया गया है।]

(९) ब्लेयर (Blair)—‘सांख्यिकी’ परस्पर सम्बन्धित आँकड़ों के समूहों का विश्लेषण करने वाला एक विज्ञान तथा ढग है जिससे उनके सम्बन्धों और कारणों की खोज की जा सके।¹⁶

[इस परिभाषा में यदि ‘विश्लेषण’ शब्द को व्यापक माना जाय और इसमें सांख्यिकीय रीतियों को समाविष्ट माना जाय तो यह परिभाषा ठीक लगेगी अन्यथा नहीं।]

(१०) केण्डाल (Kendall)—‘सांख्यिकी वैज्ञानिक प्रणाली की वह शाखा है जो प्राकृतिक पदार्थों के समूहों के गुणों को गिनने व मापन करने से प्राप्त हुए आँकड़ों से सम्बन्ध रखता है।’¹⁷

[यह परिभाषा भी ठीक है और इस विज्ञान के क्षेत्र को पूर्ण रूप से आच्छादित कर लेती है। यह सांख्यिकी की प्रकृति की ओर संकेत करती है परन्तु इसमें समूहों के प्रयोग पर अधिक जोर दिया गया है।]

निष्कर्ष—सांख्यिकी की उचित परिभाषा

सांख्यिकी की एक उपयुक्त परिभाषा निम्न हो सकती है :—

इस प्रकार स्पष्ट है कि इस विज्ञान की विभिन्न परिभाषायें विभिन्न विद्वानों द्वारा दी गई हैं। इनका मुख्य कारण यह है कि इसका क्षेत्र बहुत व्यापक है तथा दिन प्रतिदिन विकसित होता गया है।

‘सांख्यिकी एक विज्ञान और कला है जो सामाजिक, आर्थिक, प्राकृतिक व अन्य समस्याओं से सम्बन्धित समूहों के संग्रहण, वर्गीकरण, सारणोपन, उपस्थिति-

15. ‘Statistics is the science which deals with the method of collecting, classifying, presenting, comparing and interpreting numerical data collected to throw some light on any sphere of inquiry.’
—*Selgeman*

16. Statistics is the science and method of analysing groups of related numbers in order to discover their relationships and meanings
—*Blair*

17. ‘Statistics is the branch of scientific method which deals with the data obtained by counting or measuring the properties of populations of natural phenomena.’
—*Kendall*

(२) सांख्यिकी के परिणाम असत्य सिद्ध हो सकते हैं यदि उनका विना सबंध के किया जाय—सांख्यिकी के परिणाम को ठीक प्रकार से समझने के लिए परिस्थितियों को अच्छी तरह से जानना आवश्यक है। यदि परिस्थितियों को ठीक तरह से स्पष्ट न किया जाय या मन्दर्भ न दिया जाय तो निष्कर्ष भ्रमग्रह हो सकते हैं। उदाहरणार्थ यदि 'अ' व्यवसाय में तीन वर्षों का लाभ क्रमशः २०००, ३००० व ४००० रु० हैं और 'ब' व्यवसाय में ऊही वर्षों का लाभ ४०००, ३००० व २००० रु० है तो दोनों दशाओं में प्रयोग ३००० रु० होगा और फल यह निकलेगा कि दोनों व्यवसायों की दशा एक ही है। परन्तु मन्दर्भ को देखने से पता चलता है कि बात ऐसी नहीं है। वास्तव में 'अ' व्यवसाय वर्ष प्रति वर्ष उन्नति कर रहा है और 'ब' व्यवसाय वर्ष प्रति वर्ष प्रवृत्ति कर रहा है।

(३) सांख्यिकी किसी समस्या के केवल सख्यात्मक स्वरूप का ही अध्ययन सकती है—सांख्यिकी केवल ऐसी समस्याओं का अध्ययन करती है जिन्हें सख्या में व्यक्त किया जा सकता है। सांख्यिकीय रीतियाँ उन तथ्यों के अध्ययन में प्रयोग नहीं होती हैं जो संख्यात्मक में न मापे जा सकें। ऐसी जाने जो सख्या में प्रकट नहीं की जा सकती हैं हम विज्ञान के अध्ययन का विषय नहीं हैं जैसे ईमानदारी, सभ्यता, बुद्धिमानी, न्याय, मित्रता आदि के विषय का अध्ययन सांख्यिकी का विषय नहीं है। परन्तु गरीबी व भ्रमरी का अध्ययन लोगों की आय से किया जाता है। इस दशा में इनके परिमाण-त्मक पहलू (Quantitative aspects) का अध्ययन आँखों द्वारा अप्रत्यक्ष रूप से करना पड़ता है—गुणात्मक पहलू (Qualitative aspect) का अध्ययन सम्भव नहीं है। स्वास्थ्य, मृत्यु-दर, आदि का मापन अप्रत्यक्ष रूप में एक दार्शनिक सीमा का निर्धारण करके ही सम्भव है।

यही विचार वाउले ने भी प्रकट किये हैं —

तमक किसी अनुसंधान के किसी विभाग में तथ्यों का सख्या के रूप में प्रकटीकरण है जिन्हें एक दूसरे से सम्बन्धित रूप में प्रस्तुत किया जाता है।'

—वाउले

(४) सांख्यिकीय समस्या में एकरूपता और सजातीयता होना आवश्यक है—घाप में तुलना के लिये यह आवश्यक है कि जो चीजें एकरूप किये गए हों व एक ही गुण को प्रकट करते हों, उनके मुख्य गुणों में कोई विशेष परिवर्तन वाछनीय नहीं है। उनमें प्रारम्भ से अन्त तक उच्च कोटि की स्थिरता आवश्यक है, सभी परिणाम ठीक होना मन्सूमा नहीं। उदाहरण के लिए यदि विशेष प्रकार की चीनी का भारत देश में किसी विशेष काल में औसत मूल्य निर्धारित है तो ठीक परिणाम प्राप्त करने के लिए आवश्यक है कि मयस्त स्थानों पर उसी प्रकार की चीनी के मूल्यों को एकरूप किया जाय। यदि ऐसा न किया गया तो परिणाम भ्रमग्रह होगा। इसी प्रकार भिन्न-भिन्न जाति के आँकड़ों की तुलना नहीं की जा सकती है। उदाहरण के लिए घास में और मूल्य स्तर में तुलना सम्भव नहीं है।

(५) सांख्यिकी के नियम दीर्घ काल में तथा माध्यमिक रूप में सत्य होते हैं और प्रोसत रूप में लागू होते हैं—भौतिक विज्ञान व भ्रूणगणित के नियमों की तरह सांख्यिकी के नियम पूर्ण रूप से सत्य नहीं होते हैं। ये केवल सन्निकट प्रवृत्तियों (Approximate tendencies) को प्रकट करते हैं। उदाहरण के लिए यदि यह कहा जाय कि भारतीय बाले होते हैं तो यह कथन एक प्रवृत्ति की ओर इंगित करता है। यह बात प्रोसत रूप से ठीक है। सांख्यिकी के नियम धनि दीर्घ सत्य नहीं होने इसमें काफी समय लगता है।

(६) सांख्यिकीय निष्कर्ष पूर्ण रूप से प्रापारिक नहीं होते—सांख्यिकीय विवेचन से प्राप्त निष्कर्ष सर्वदा पूर्णतः सत्य नहीं होते। इसलिए इन पर धात बन्द कर विद्वान्त नहीं कर लेना चाहिए। किसी समस्या के समाधान की अनेक रीतियाँ हो सकती हैं। सांख्यिकी भी उनमें से एक है। सांख्यिकी द्वारा प्राप्त फलों को अन्य रीतियों द्वारा प्राप्त फलों से मेल मिला कर ही सत्य मानना चाहिए।

इसके सम्बन्ध में प्रो० एफ० सी० मिल्लर के निम्नांकित विचार हैं:—

“सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग साधन के रूप में बुद्धिमानी से करना चाहिए तथा सांख्यिकीय विवेचन से निकलने वाले निष्कर्षों के विवेचन में अत्यन्त सावधानी से काम लेना चाहिये।”
—एफ० सी० मिल्लर

(७) सांख्यिकी का उचित प्रयोग उसकी प्रणालियों को ठीक तरह से जानने वाला व्यक्ति ही कर सकता है—सांख्यिकी एक विज्ञान है और उसकी रीतियाँ वैज्ञानिक ढंग से बनाई गई हैं—एक साधारण व्यक्ति के लिये इसका उचित व ठीक प्रयोग कठिन है। केवल ऐसे व्यक्ति ही इसका उचित व ठीक प्रयोग कर सकते हैं जो सांख्यिकीय रीतियों और नियमों को ठीक तरह से जानते हों अथवा वे प्राप्त समकों से कोई निष्कर्ष नहीं निकाल सकते हैं या बिल्कुल गलत निष्कर्ष निकालेंगे। धनजान के हाथ में यह महान अविश्वसनीय हो सकता है। इसीलिये यह कहा गया है ‘समस्त प्रयोग्य विहितसक के हाथ में दवा के समान हैं जिनका दुरुपयोग बड़ी सरलता से धनजान या प्रयोग्य व्यक्ति द्वारा हो सकता है।’²¹

(८) सांख्यिकी केवल साधन प्रस्तुत करती है समाधान नहीं—सांख्यिकी की यह सीमा प्रो० वाउले के कथन पर आधारित है। उनका कहना है कि सांख्यिक का कर्तव्य समकों को एकत्रित करना तथा उन्हें उचित रीति से प्रदर्शित करना है उनका कर्तव्य निष्कर्ष निकालना नहीं है। इन विचारों का विरोध दृष्ट से सांख्यिकी के विद्वानों ने किया है। विरोधियों का कहना है कि यदि सांख्यिक निष्कर्ष नहीं निकालना है तो सांख्यिकी बेकार है। दोनों प्रकार के विचारों के अध्ययन करने के

घाद यह निर्णय किया जा सकता है कि वास्तव में सांख्यिक का कार्य बिना किसी पक्षपात या स्वार्थ के आंकड़ों का एकत्रित करना व उन्हें विभिन्न प्रकार की आवश्यकता अनुसार प्रदर्शित करना है ताकि उनके द्वारा उचित निष्कर्ष निकाले जा सकें और उद्देश्ययोग न होने पाये। इस सम्बन्ध में यह ठीक ही कहा गया है कि :—

“कभी-कभी सांख्यिकी का प्रयोग इस प्रकार किया जाता है जैसे कि शराबी एक बिजली के खम्भे को सहारे के लिए प्रयोग करता है न कि इसकी रोशनी के प्रयोग करने के लिये।”²²

शराब के नशे में खूब व्यक्ति भन्धा सा हो जाता है वह इधर-उधर चल कर गिरता है और यदि इसी लडखडाहट में उसे बिजली का खम्भा मिल जाता है वह उस खम्भे से वह काम नहीं लेता है जिसके लिये कि वह खम्भा बनाया गया अर्थात् प्रकाश का प्रयोग करना वरन् वह इससे सहारे अपने को संभालने की कोशिश करता है। ठीक इसी प्रकार सांख्यिकी का प्रयोग इसीलिये करना चाहिए जिसके लिये यह है। इसमें अप्रत्यक्ष रूप से कोई अनावश्यक तथा उल्टे निष्कर्ष नहीं निकाले जायेंगे। सांख्यिकी की इस सीमा का सांख्यिकी के अध्ययन में काफी महत्व है।

सांख्यिकी 'विज्ञान' है या 'कला' ?

(Whether Statistics is a Science or an Art)

सांख्यिकी की पीछे दी हुई उपयुक्त परिभाषा में यह वाक्य कि “सांख्यिक एक विज्ञान और कला है” प्रयोग द्वारा है अतः इसे समझने के लिए यह आवश्यक कि पहले ‘विज्ञान’ व ‘कला’ का अर्थ समझ लिया जाय।

विज्ञान—विज्ञान किसी ज्ञान का नियमबद्ध समूह है।²³ यह कारण परिणाम का विश्लेषण करता है तथा दोनों का सम्बन्ध प्रकट करता है। इसमें सारणीकरण (Generalization) और सूक्ष्मीकरण (Precision) की विशेषताएँ होती हैं।

किसी ज्ञान की शाखा को ‘विज्ञान’ तभी कहा जा सकता है जब उसमें निम्नलिखित गुण हों :—

- (1) वह ज्ञान का नियमबद्ध अध्ययन हो तथा उसकी रीतियाँ क्रमबद्ध हों।
- (2) उसमें नियम, अर्थ, सर्वमान्य, व्यापक तथा सार्वभौम हों।
- (3) उसमें पूर्वानुमान की क्षमता हो।

ये सब गुण सांख्यिकी में पाये जाते हैं। विज्ञान के रूप में यह विभिन्न निष्कर्षों तथा पद्धतियों का भण्डार है। यह ज्ञान का क्रमबद्ध समूह है। इसकी उपयोगिता

22. "Sometimes Statistics are used as a drunkard uses a lamp, for support rather than for illumination."

23. Science is a body of Systematized Knowledge.

संसार में है। इसमें अनेक नियम व आधारभूत सिद्धान्त पाये जाते हैं उदाहरणार्थ 'महाक जड़ता नियम' (Law of Inertia of Large Numbers)। यह नियम विश्व में सर्वत्र प्रयोग में आता है। घास बिगाना की तरह इसके भी नियम बहुत व्यापक हैं। दिन प्रति दिन इस विज्ञान की उपयोगिता बढ़ती जा रही है। पूर्वानुमान सांख्यिकीय रीतियाँ में से एक रीति ही है। इन रीतियों की सहायता में ही जनन-दशा, मूल्य, आदि के बारे में पूर्वानुमान किये जाते हैं। इसमें हम इन निष्कर्षों पर पहुँचते हैं कि सांख्यिकी को बिगाना बताना सर्वथा उचित है।

उपर्युक्त विचारों के विपरीत कुछ विद्वानों का कहना है कि 'सांख्यिकी विज्ञान नहीं है यह एक वैज्ञानिक विधि है'।¹⁶ इन विद्वानों में ब्राक्सटन और काउडन का नाम उल्लेखनीय है। इनका इस प्रकार का विचार प्रकट करने का कारण यह है कि सांख्यिकी का प्रयोग सभी विद्वानों द्वारा किया जाता है। सांख्यिकी इतनी पूर्ण तथा विश्वसनीय प्रणाली है कि सभी विद्वानों अपने-अपने निष्कर्ष निकालने के लिए इसका प्रयोग करते हैं। चूँकि सभी विद्वानों में इसका प्रयोग होता है अतः इसे ब्राक्सटन तथा काउडन ने विज्ञान की एक विधि कहा है। परन्तु इसका अर्थ यह नहीं है कि यह एक विज्ञान नहीं है। यह विज्ञान तो है ही और इतना पूर्ण विज्ञान है कि अन्य विज्ञानों की सहायता लेता है। शायद ब्राक्सटन इस बात पर जोर डालना चाहते थे कि सांख्यिकी एक अत्यन्त महत्वपूर्ण विधि है जो सभी विद्वानों में प्रयोग होती है इसीलिए कहाँ-हाँ उपर्युक्त विचार प्रकट किये।

उपर्युक्त विचारों को देखते हुए यह अधिक अस्म्य हाँसा यदि ब्राक्सटन तथा काउडन ने यह कहा होता कि सांख्यिकी केवल एक विज्ञान ही नहीं है बल्कि यह एक वैज्ञानिक विधि भी है।¹⁷ इस वाक्य से सांख्यिकी को विज्ञान कहे जाने की बात पूर्णरूपेण स्पष्ट होती है।

'कला' का अभिप्राय किया में है जबकि विज्ञान का ज्ञान (Knowledge) से। ज्ञान हम यह बतलाता है कि 'क्या है?' कला हम यह बतलाती है कि 'कैसे करें?' अर्थज्ञान हमें किसी भी वस्तु का ज्ञान प्रदान करता है। कला हम किसी कार्य को करने का दृश्य बतलाती है। सांख्यिकी में हम यह सीखते हैं कि सांख्यिकीय नियमों व सूचकांकों का उपयोग समस्याओं के समाधान में कैसे किया जाय? इसमें हम केवल सूचकांकों (Index Numbers) का बनाना ही नहीं सीखते बल्कि यह भी सीखते हैं कि तुलना के लिए उन्हें कैसे प्रयोग में लाया जाय। इसी प्रकार हम केवल यही नहीं सीखते हैं कि माध्य (Average) किस प्रकार से निकाले जाते हैं बल्कि यह भी सीखते हैं कि कौन सा माध्य किस दृश्य से एक विशेष दृश्य के लिए काम में लाया

17 'Statistics is not a science, it is a Scientific method.
— Croxson and Gordon
Statistics is not only a Science but is also a Scientific method.

जायेगा। यह कार्य कला का है। सांख्यिकी कला के रूप में विशिष्ट समस्याओं के सन्तोषजनक समाधान के लिए, नियमों, रीतियों तथा सूत्रों का प्रयोग करना बताती है जैसे बीगा कम्पनियाँ प्रीमियम (Premium) की दर निर्धारित करने में मृत्यु तालिकाओं का प्रयोग करती हैं इसलिये हम कह सकते हैं कि सांख्यिकी कला है।

इस प्रकार हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि सांख्यिकी विज्ञान तथा कला दोनों है। इसका सैद्धान्तिक तथा व्यावहारिक दोनों पहलू हैं। इसका प्रयोग केवल ज्ञान प्राप्त करने के उद्देश्य से ही नहीं होता बल्कि सध्या की समस्याओं को समझने तथा उनसे महत्वपूर्ण निष्कर्ष निकालने के उद्देश्य से भी किया जाता है जो भविष्य में आर्थिक तथा सामाजिक उत्पत्ति का पथ प्रदर्शित करते हैं। सांख्यिकी विज्ञान व कला दोनों है यह विचार पर्मानंद तथा हॉलेंज ने भी प्रकट किये थे।

अन्य विज्ञानों से सम्बन्ध (Relation with other Sciences)

आज के युग में सांख्यिकी का क्षेत्र बहुत व्यापक है। यह मानव जीवन के प्रत्येक अंग व क्षेत्र को प्रभावित करती है। वर्तमान काल में ज्ञान के अंगभंग सभी क्षेत्रों में सांख्यिकीय विधियों का उपयोग किया जाता है।

सांख्यिकी का गणित से सम्बन्ध (Relation of Statistics with Mathematics)

सांख्यिकी व गणित में बहुत घनिष्ठ सम्बन्ध है। सांख्यिकी का आधार आँकड़े हैं जो भ्रम होते हैं और गणित का भी आधार अंक ही हैं। सांख्यिकी व्यावहारिक गणित का एक शाखा है जो समस्याओं में विशिष्टीकरण प्राप्त करती है।¹⁰ —कॉनर सांख्यिकीय सामग्री का विश्लेषण बिना गणित की सहायता के होना असम्भव है। सांख्यिकी के दो विभाग किये जा सकते हैं पहला सामग्री का संचरण और दूसरा समस्या का विश्लेषण। दूसरे विभाग के लिये गणित का साधारण ज्ञान आवश्यक है। सांख्यिकी में माध्य निकालने, विचलन मापन करने, सहसम्बन्ध निकालने तथा अन्तर्गणन व बाह्यगणन (Interpolation & Extrapolation) आदि करने में वय-वय पर गणित के ज्ञान की आवश्यकता अनुभव होती है सांख्यिकीय विवेचनाओं में विदुरेखाओं (Graphs), चित्रों (Diagrams), लघुगुणक (Logarithms) आदि का वर्णित प्रयोग होता है और इनके प्रयोग के लिये गणित का सामान्य ज्ञान नितांत आवश्यक है। गणित की सहायता से ही सांख्यिकी विज्ञान इतनी ठेकी से और व्यवस्थित रूप में विकसित हो सका है। बताया जा चुका है कि गणित की सहायता से ही हम विज्ञान के अनेक और अर्थज्ञानिक नियमों को टीका बताया गया है। गणित व १३ नियम जैसे

संभावना सिद्धान्त (Law of Probability), जाँच और अशुद्ध रीति (Trial & Error Method) पर आधारित सांख्यिकी के कई नियम उदाहरणार्थ 'सांख्यिकीय नियमितता नियम' (Law of Statistical Regularity), 'महाक जड़ता नियम' (Law of Inertia of Large Numbers) बने हैं। सांख्यिकी विज्ञान के विकास में अनेक गणितज्ञों ने महत्वपूर्ण योग दिया है जिनमें से जेम्स बर्नौली (James Bernoulli), लेप्लेस (Laplace), गास (Gauss), फ्रांसिस गाल्टन (Francis Galton), नेर (Knapp) और कार्ल पियर्सन (Karl Pearson) आदि मुख्य हैं।

सांख्यिकी का अर्थशास्त्र से सम्बन्ध (Relation of Statistics with Economics)

सांख्यिकी और अर्थशास्त्र में अटूट सम्बन्ध है। आजकल बिना सांख्यिकी की सहायता के अर्थशास्त्र का ज्ञान अधूरा है। इस बात की सत्यता प्रसिद्ध अर्थशास्त्री प्रो० मार्शल ने इस कथन से भी प्रमाणित की है।

“समय बह तूख है जिनसे प्रत्येक अन्य अर्थशास्त्री की भाँति मुझे भी ईंटें बनानी पड़ती हैं।”²⁷

इन दिनों सभी आर्थिक क्रियाओं का अध्ययन सांख्यिकी की सहायता से ही होता है। अर्थशास्त्र के लगभग सभी क्षेत्र में सांख्यिकी का प्रयोग अधिकाधिक होता जा रहा है। अर्थशास्त्र में अध्ययन की आगमन-प्रणाली (Inductive Method) समकों की सहायता पर ही आधारित है। सिद्धान्त व व्यवहार दोनों पक्षों के लिये अर्थशास्त्री को सांख्यिकी की सहायता सेना नितान्त आवश्यक है। आर्थिक नीतियों का क्या प्रभाव पड़ता है? इस बात की जाँच के लिये सांख्यिकी ही उपयुक्त साधन है।

यह कथन, कि भारत स्वतंत्रता के उपरान्त अधिक धनी हो गया है, दातभी प्रभावशाली हो सकता है जबकि इसे आँकड़ों से सिद्ध कर दिया जाय। दिइसी प्रकार जनसंख्या का घनत्व (Density of Population), उत्पादन की दर (Rate of Production), प्रति व्यक्ति वार्षिक आय (Per capita annual Income) आदि सभी सूचक आय के युग में आवश्यक हैं और इनमें सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग नितान्त आवश्यक है।

15. 'उत्पन्निता ह्रास नियम' (Theory of Diminishing Utility), उत्पत्ति ह्रास नियम (Theory of Diminishing Returns), 'माल्थस का जनसंख्या का सिद्धान्त' (Malthusian Theory of Population) आदि सभी नियमों की पुष्टि व स्पष्टीकरण के लिये सांख्यिकी का प्रयोग अनिवार्य है।

16. एक नया विषय 'अर्थमित' (Econometrics) का प्रादुर्भाव हुआ है जिसमें आर्थिक नियमों की पुष्टि सांख्यिकीय ढंग से होती है। इस प्रकार हम इस निष्कर्ष

17. पर पहुँचते हैं कि इन दोनों विज्ञानों में अत्यन्त घनिष्ठ सम्बन्ध है।

7. Statistics are the straws out of which. I, like every other economist, have to make bricks. —Marshall

सांख्यिकी का समाज-शास्त्रों व भौतिक विज्ञानों से सम्बन्ध (Relation of Statistics with Social and Physical Sciences)

अब सभी सामाजिक विज्ञानों तथा शुद्ध विज्ञानों से सांख्यिकी का सम्बन्ध हो रहा है। विज्ञानों की कौन-कौन-कौन-सी शाखाएँ भी समाजों का विज्ञान हैं। प्राचीन सिद्धान्तों व खण्डन या मण्डन के लिये प्राकृतिक व प्रत्यक्ष उपयोगिता है। इसी प्रकार नव नियमों का प्रतिपादन सांख्यिकीय अध्ययन पर ही आधारित किया जा सकता है। राजनीति, भूगोल, इतिहास, नीतिशास्त्र, मनोविज्ञान सभी में विवेचन और अनुसंधान सांख्यिकी की सहायता से सम्भव है।

इसी प्रकार भौतिक शास्त्र, जीव शास्त्र, प्राण-विज्ञान, रसायन शास्त्र, खगोल शास्त्र, ज्योतिष शास्त्र, दृष्टि शास्त्र, आदि के सिद्धान्तों के प्रतिपादन व विश्लेषण लिये सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग अनिवार्य है। यह कहना कोई प्रतिनायोक्ति नहीं है कि बिना सांख्यिकी की सहायता के इन सभी विज्ञानों की प्रगति रुक जायेगी। ज्योतिष शास्त्र में "गुणतम वर्गों की रीति" (Method of least squares) का प्रयोग मन्त्रों की स्थिति का समुचित ज्ञान प्राप्त करने के लिये होता है। जीव विज्ञान में परम्परा से सन्तानों में आने वाले गुणों का विश्लेषण करने के लिए सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग अनिवार्य है। मन्तरिक्ष विज्ञान-वेत्ता (Meteorologist) सूर्य प्रकाश और तापक्रम में इसी की सहायता से सम्बन्ध निकाल सकता है।

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि आज के विकासवादी युग में इन विज्ञानों का सम्बन्ध सभी प्रमुख विज्ञानों से सम्बन्ध है और इसीलिये कहा भी जाता है कि 'समकों के बिना विज्ञान निष्फल है, बिना विज्ञान के समक निर्मूल है।' 2⁰

सांख्यिक तथा उसके कार्य

(Statistician and his Functions)

वह व्यक्ति जो किसी अनुसंधान के सम्बन्ध में उचित निष्कर्ष निकालने लिये सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग करता है, सांख्यिक कहलाता है।

सांख्यिक के लिये अत्यन्त आवश्यक है कि पक्षपात की भावना न रखे अपने उद्देश्य की ठीक तरह से समझे। सांख्यिकीय रीतियों का उचित ज्ञान भी लिये परमावश्यक है। उसे अनेक व्यक्तियों तथा संस्थाओं से काम पड़ता है और लिये आवश्यक है कि वह उनका पूर्ण सहयोग प्राप्त करे। यदि वह उनका सहयोग प्राप्त कर सता तो उसका कार्य अत्यन्त ही आसानी से हो जायेगा अथवा उसके परिणाम होंगे। सांख्यिक को अनुभव प्राप्त तथा व्यवहार बुद्धि युक्त होना चाहिए। विद्वान् नोबर्ग के सांख्यिक के विषय में लिखा है —

“प्रथम सांख्यिक का वर्तमान प्रांकडे एकत्रित करने और गणनायें करने से वहाँ प्रागे है। प्रांकडे स्वयं नहीं बोलते, और सांख्यिक ही वह व्यक्ति है जिसे ीय परिणामों का निर्वचन करना तथा उनके प्रर्थों को खोज करना है।”²⁹

सांख्यिक के कार्यों को मुख्यतः चार भागों में बाँट सकते हैं—(१) निरीक्षण (२) संग्रहण (३) विश्लेषण (४) निर्वचन।

(१) निरीक्षण (Observation)—यह सांख्यिक का प्रारम्भिक कार्य है।
 1. म सांख्यिक यह विचार करता है कि उसका अनुसंधान का उद्देश्य क्या है ?
 कर अपने समय, सांख्यिक परिस्थितियों तथा अन्य उपलब्ध साधना व साधन वह अनुसंधान का क्षेत्र, समय, शुद्धता की मात्रा, संग्रहण की प्रणाली आदि निश्चित करता है। इस समय वह यह तय करता है कि वह इस कार्य को करने में कौन और कैसे व्यक्तियों की सहायता लेगा। फिर वह उनकी नियुक्ति करता है।

(२) संग्रहण (Collection)—इन सब कार्यों के करन के उपरांत वह के सफलता में प्रवृत्त होता है। इसमें पूर्व निश्चित संग्रहण की प्रणाली के प्रांकडे एकत्रित करता है।

(३) विश्लेषण (Analysis)—सांख्यिक के इस कार्य का क्षेत्र बहुत व्यापक व विस्तृत है। इन्हें किये हुए प्रांकडों को सांख्यिक त्रुटि करती है और इस में वह गुणों के आधार पर प्रांकडों को भिन्न-भिन्न रखता है। फिर सांख्यिकी रखकर उनका औसत निकाल कर या चित्रों या बिन्दु रेखाओं द्वारा उनकी प्रस्तुत है। तत्पश्चात् उन्हें दूसरी श्रेणियों से तुलना करने योग्य बनाता है और उनमें स्थापित करता है।

(४) निर्वचन (Interpretation)—यह सांख्यिक का अंतिम परन्तु सबसे महत्वपूर्ण कार्य है। इसी परिणाम को प्राप्त करने के उद्देश्य से सांख्यिक प्रांकडों को करता है तथा इतनी परेशानियाँ केनता है। प्रांकडों के विश्लेषण के बाद उनमें परिणाम निकालता है। ये निष्कर्ष उसके अनुसंधान पर समुचित डालते हैं।

रोड्स (Rhodes) ने सांख्यिक के तीन प्रमुख कार्य बतलाए हैं—(१) संग्रहण (२) विश्लेषण और (३) निर्वचन। यदि संग्रहण को व्यापक प्रर्थों में किया जाय तो ये तीन कार्य सांख्यिक के पर्याप्त कार्य हैं अन्यथा उसका चार (जिनका वर्णन किया जा चुका है) आवश्यक हैं।

“The duty of the statistician, therefore, goes much beyond collecting data and making calculations. Facts do not speak for themselves, and it is the statistician who must interpret the statistical results to discover their meanings”

Standard Questions

1. Examine critically the important definition of statistics pointing out the one which you think the best (B Com Agra 1952)
2. Statistics is the science of averages. Do you agree with this view? If not, give reasons and suggest a proper definition
3. What are statistical methods? Explain their scope and limitation (B Com Agra 1943)
4. Critically examine the following definitions of Statistics
'(a) Statistics is the science of counting' (b) 'Statistics is the science of averages' (c) "Statistics is the science of the measurement of social organism in all its aspects"
(B Com Agra, 1943)
5. 'Statistics are aggregates of facts, affected to a marked extent by a multiplicity of causes numerically expressed, enumerated or estimated according to a reasonable standard of accuracy, collected in a systematic manner for a predetermined purpose, and placed in relation to each other.'
Discuss the above statement (B Com Raj, 1955)
6. "By statistics we mean quantitative data affected to a marked extent by multiplicity of causes" Explain (M Com. Agra 1918)
7. Explain and illustrate how statistical methods tend to clarify thought, accuracy of estimate, verification of theories and discovery of relations (B Com Agra, 1917)
8. "Sciences without statistics bear no fruit statistics without sciences have no root"
Explain the above statement with necessary comments (M A Paina, 1943)
9. Explain the subject matter, scope and limitations of statistical studies (B Com. Agra and Rajasthan, 1918)
10. Statistics is said to be both a science and an art why? What relation if any, has statistics with other sciences? (B Com Agra, 1949)
11. Explain the scope of the science of statistics and its relationship to other sciences (B Com Agra, 1950)
12. 'Statistics affects everybody and touches life at many points. It is both a science and an art.' Explain the above statement with appropriate examples (B Com Agra, 1916, 1959 B Com, Allahabad 1952)
13. Write an essay on the relationship of Economics, Mathematics and Statistics
14. Discuss the scope and limitations of the science of statistics (B Com Rajasthan & Lucknow, 1946)
15. "Statistics is the science of counting" Give the important uses and limitations of statistics (B Com Madras)

- Define Statistics and show how in modern times various sciences benefit by its use (B Com Agra 1954)
- Explain clearly what you understand by science of statistics
Discuss its scope and limitations (B Com, Alid 1944)
- Explain the limitations of statistics and discuss its relationship with Economics and other social sciences (M A, Agra 1949)
- 'Statistical methods include all those devices of analysis and synthesis by means of which statistics are scientifically collected and used to explain or describe phenomena either in their individual or related capacities' Secrist
Explain the above statement (B Com Nagpur, 1915)
- Define 'Statistics and point out the main difficulties that a statistician has to face as compared with physicist or a chemist (B Com. Allahabad 1953)
- "Statistics are numerical statements of facts in any department of inquiry, placed in relation to each other (Bowley) Comment on this statement and explain the limitations of statistics in economic analysis (M A Agra, 1956, 1959)
- Trace briefly the development of the science of statistics from its primitive form to its present Complex status and estimate its increasing importance to economics (M A Agra, 1959)
- 'Sometimes Statistics are used as a drunkard uses a lamp post for support rather than for illumination' Explain the limitations of statistics in the light of this statement (B Com Allahabad 1958)
- "Statistics are the science of measurement of social organism regarded as a whole in all its manifestations' A. L. Bowley Examine critically the above definition of statistics given by Prof Bowley and in the light of your criticism give a more appropriate definition of statistics (B Com, Alid & Ray 1959, 1957)
- Explain the limitations of the use of statistical methods (M Com Agra, 1955)
- Statistics is not a science it is a scientific method Discuss it critically examining the scope, utility and limitations of statistics (M A. Agra, 1951)
- What are the chief characteristics of data, which may form the subject matter of statistics? In the light of your statement, discuss limitations of the science of statistics in regard to its scope and utility (B Com. Lucknow, 1954)

सांख्यिकी के कार्य, उपयोगिता, महत्व एवं दुरुपयोग

(Functions, Uses, Importance and Distrust of Statistics)

सांख्यिकी के कार्य (Functions of Statistics)

'सांख्यिकी का मौलिक सिद्धांत यह है कि 'यह सततता, निरंकुश सत्ता, निराधार व अपरिषेध निर्णय, परस्परार्थ व द्विधात्री सिद्धांतों को हटाकर ऐसे क्षेत्र की वृद्धि करता है जहाँ विवेकपूर्ण नियम तथ्यों के आधार पर निर्णय दिये जाते हैं और सिद्धांत बनाये जाते हैं।'

—राबर्ट डाल्टन

आज के युग में सांख्यिकी विज्ञान के कार्य बहुत व्यापक एवं महत्वपूर्ण हैं मानव जीवन के प्रत्येक क्षेत्र को यह विज्ञान प्रभावित कर रहा है। सांख्यिकी के बहुत हैं। एक महत्वपूर्ण समाज विज्ञान के रूप में सांख्यिकी मानव ज्ञान के विकास गारंटीय योग दे रही है। नीचे इनके प्रमुख महत्वपूर्ण कार्यों का वर्णन किया गया

(१) विभिन्न तथ्यों को संख्या के रूप में प्रकट करती है (*expresses facts in numbers*)—सांख्यिकी का प्रमुख कार्य तथ्यों को संख्यात्मक संख्याओं में प्रकट करना है। कुछ तथ्यों को संख्या द्वारा प्रकट किया जाता है क्योंकि उनके लिए मात्रिक पद्धति नियोजित की जा सकती है। कुछ तथ्यों को संख्यात्मक प्रयोग करने के लिए संख्यात्मक प्रकट किया जाता है जैसे राष्ट्रीय आय, इसे प्रत्यक्ष रूप से संख्या द्वारा प्रकट किया जाता है।

(२) सांख्यिकी जटिलता को सरल बनाती है (*Statistics Complexities*)—यदि मात्रिक किए हुए चीजों के सार-संक्षिप्त पत्र हों तो ज्ञान में उनमें इतनी विषमता व जटिलता होगी कि किसी भी व्यक्ति के लिए कुछ भी समझना कठिन होगा। सांख्यिकी का सबसे प्रमुख बर्णन है कि वह

1. "The fundamental gospel of statistics is to push back the main of ignorance, prejudice, rule of thumb, arbitrary or premature decisions, traditions and dogmatism and to increase domain in which decisions are made and principles formulated on the basis of analysed quantitative facts."

—Robert W. Burgess.

मांकडों का वर्गीकरण, सारणीयन तथा विश्लेषण द्वारा अत्यन्त सरल व सर्वसामान्य के समझने योग्य बनावे। उदाहरण के लिये यदि दो स्थान के लोगो की मासिक आय सम्बन्धी पूरे घाँके एकत्रित हों परन्तु वे शिखरे पडे हो और उनका ठीक प्रकार से वर्गीकरण व सारणीयन न किया जाय तथा घाँसत न निकाला जाय या रेखाचित्रों या चित्रों द्वारा न प्रस्तुत किया जाय तो उनमें कोई लाभ नहीं होगा। सांख्यिकीय रीतियों के प्रयोग द्वारा ही उन्हें लाभप्रद बनाया जा सकता है। सांख्यिकी अन्वयस्थित समझों को व्यवस्थित रूप प्रदान करती है ताकि वे मासानी से ग्रहण प्रकट कर सके और उन्हें उपयोग में लाया जा सके।

“एक जटिल समूह के सांख्यिकीय अनुमान का यह उद्देश्य होता है कि साधारण प्रयत्न द्वारा मस्तिष्क समस्त समूह के महत्व को समझ सके।” — प्रो० बौले

✓(३) सांख्यिकी व्यक्तिगत अनुभव व ज्ञान की वृद्धि करती है (Statistics enlarges individual experience and knowledge)—सांख्यिकी अन्य विज्ञानों की तरह मनुष्य के ज्ञान व अनुभव को वृद्धि करती है।² मनुष्य इसकी सहायता से अपनी योग्यता व क्षमता का विकास करता है। इस विज्ञान की सहायता से कोई भी व्यक्ति किसी भी समय भारत की राष्ट्रीय आय का अनुमान लगा सकता है। और वह अनुमान बहुत अंशों में ठीक होगा—यदि तत्सम्बन्धी घाँके ठीक तरह से प्राप्त किये गए हों और नियमों का ठीक तरह से पालन किया गया हो। सांख्यिकी की सहायता लिए बिना हमारे बहुत से विचार अस्पष्ट और निराधार रहते हैं—उनमें स्पष्टता और दृढ़ता नहीं आ पाती।

(४) सांख्यिकी सरल किये गये मांकडों की तुलना करती है और सम्बन्ध मापन करती है (Statistics compares the simplified data and measures their relationship)—सरल किये हुए मांकडों का तब तब कोई महत्व व उपयोगिता नहीं जब तक कि उन्हीं प्रकार के दूसरे मांकडों से उनकी तुलना न की जाय और उनमें सम्बन्ध स्थापित न किया जाय। सप्ताह में कोई भी वस्तु अच्छी या बुरी, अधिक या कम सापेक्षित रीति से है। उदाहरण के लिए ‘अ’ शहर में लोगो की औसत आयु ३० वर्ष है। केवल इतनी जानकारी हमारे लिये कोई विशेष महत्व नहीं रखती। कुछ लोग यह कह सकते हैं कि यह आयु बहुत कम है। कुछ यह कहेंगे कि यह आयु बहुत अधिक है और कुछ यह कहेंगे कि यह आयु सामान्य है। परन्तु यदि यह पता चल जाय कि ‘ब’ शहर में लोगो की औसत आयु ४५ वर्ष है तो शीघ्र ही इस फल पर पहुँच जायेंगे कि ‘ब’ शहर की परिस्थितियाँ जीवन के लिए अधिक अच्छी हैं और वहाँ के लोगो की औसत आयु ‘अ’ शहर के लोगो की औसत आयु से डेढ़ गुनी है। अतः तुलना करने में सांख्यिकी अत्यन्त सुविधा प्रदान करती है।

2 “The proper function of statistics, indeed, is to enlarge experience. —Bouley

सांख्यिकी के कार्य, उपयोगिता, महत्व एवं दुष्प्रयोग

(५) सांख्यिकी दूसरे विज्ञानों के नियमों की जांच करती है (Statistics tests the laws of other sciences)—विज्ञानों के प्राचीन नियम निगमन-प्रणाली (Deductive Method) पर आधारित होते हैं। सांख्यिकी की सहायता से उन नियमों की मह्यता की जांच घाँवड़े तक्रित करन की जाती है। प्रायश्चित्तानुसार उन नियमों में परिवर्तन भी किये जाते हैं। सांख्यिकीय रीतियों में अन्य विज्ञानों में नये नियमों का निर्माण होता है। ये नियम सांख्यिकी की सहायता से अच्छी तरह से जांच किये जाते हैं। इस प्रकार जो नियम सांख्यिकी की सहायता से बनते हैं उनमें स्थिरता रहती है और वे गार्वंभीम होते हैं।

(६) सांख्यिकी नीति के निर्माण में पथ प्रदर्शन करती है (Statistics guides in the formation of policies)—प्रत्येक देश में जहाँ घाँवड़े मिलते हैं नीति की निश्चित करने में सफलता होनी है। सांख्यिकीय मासों के वैज्ञानिक विश्लेषण के द्वारा नीति का निर्माण होता है। कोई देश किसी वर्ष किस वस्तु का कितना प्रायास करे और किसी वस्तु का कितना निर्यात करे—यह समुचित घाँवड़ों के उपलब्ध होने पर ही निश्चित किया जा सकता है। समरों की सहायता से ही डा० एंगल (Dr. Engel) ने पारिवारिक बजट (Family Budget) बनाया और जीवन स्तर के विषय में कई नीतियाँ निश्चित कीं। सरकारें घाँवड़ों की सहायता से हाँ कर नीति, व्याज-नीति आदि निश्चित करती हैं। किसी वस्तु का उत्पादन किस गति से बढ़ाया जाय या घटाया जाय आदि अनेक नीतियों का निर्माण मासों पर ही आधारित किया जाता है।

(७) सांख्यिकी विस्तार की अनुभव करने की योग्यता प्रदान करती है (Statistics enables realization of magnitude)—कोई भी बात जब सांख्यिकी की सहायता से व्यक्त की जाती है तो अधिक स्पष्ट तथा प्रभावशाली होती है। साथ ही साथ उसकी सहायता से अनेक बातों का पता चलता है। उदाहरणार्थ, भारत की जनसंख्या १९५१ में ३६ करोड़ थी और १९४१ में केवल १९५१ तक दस दस वर्षों में ८२ लाख व्यक्ति प्रायः वषों का दर से बढ़ कर अर्ध शताब्दी में १९,५०० प्रतिशत बढ़। इससे यह बात और स्पष्ट हो जाती है और विचारों की स्पष्टता के कारण अनुचित विस्तार की तीव्रता में अनुभव करने योग्यता है। इस सम्बन्ध में आर्ट वेल्सिन का कथन महत्वपूर्ण है—

‘जिस विषय की बात ध्याप कर रहे हैं यदि ध्याप उते ध्याप सकते हैं तथा सहायता में प्रकट कर सकते हैं तो ध्याप उसके विषय में कुछ जानते हैं, जब ध्याप उते ध्याप नहीं सकते, तथा ध्याप उते सहायता में प्रकट नहीं कर सकते तो ध्यापका ज्ञान ध्याप तथा ध्यापार्थि है।’ — लाहॉर्बोर्गिन

(८) सांख्यिकी वर्तमान तथ्यों का अनुमान करती है और भविष्य के लिये पूर्वानुमान करती है (Statistics estimates for the present and forecasts for the future)—सांख्यिकी वर्तमान विभिन्न रीतियों द्वारा वर्तमान तथ्यों पर पूर्णरूप से प्रकाश डालते हुए अध्ययन करती है। पर वेदक इतना ही नहीं है इसने

लिए प्राय-व्ययक (Budget) तैयार करती है। प्राज्वल अधिकतर सरकारें लोक कल्याणकारी कार्यों में सतन्त्र हैं। इसने लिये ठीक-ठीक प्रायिक परिस्थितियों और सामाजिक दशा का ज्ञान आवश्यक है। सामाजिक दशा को अधिक प्रच्छा बनाने के लिये स्वास्थ्य, शिक्षा आदि की प्रच्छी व्यवस्था करनी पड़ती है और ये सभी कार्य समुचित प्राधिकारों के प्राधार पर ही किये जा सकते हैं।

(४) व्यवसाय और वाणिज्य में बहुत सहायक (Invaluable in Business and Commerce)—शासन प्रबन्ध की सुचारु रूप से चलाने के लिये जैसे सार्विकी बहुत आवश्यक है उसी प्रकार व्यवसाय तथा वाणिज्य की सफलतापूर्वक कृताने के लिये सार्विकी निरान्त आवश्यक है। प्रच्छे व्यापारियों के लिये यह ज्ञान लेना आवश्यक है कि जित्त चीजों का खे व्यापार करते हैं उनकी माँग कहाँ और कौसी है? भविष्य में मूल्य बढ़ने की प्राशा है या घटने की? पूर्ति की क्या दशा है? उस वस्तु के बारे में सरकार की नीति कौसी है? ये सभी बातें बहुत कुछ सार्विकी के प्राधार पर ही जानी जा सकती हैं।

किसी भी व्यवसाय में अनुमानों व संभावनाओं का महत्वपूर्ण स्थान है। कारण यह है कि व्यवसायी इन्ही संभावनाओं व अनुमानों के प्राधार पर कोई भी कदम उठाता है। माल के विक्रने की संभावना का अनुमान लगाकर व्यापारी माल खरी-दता है और माँग व अनुमानों के अनुसार ही वह माल को अपने पास रखना है तथा उसका मूल्य निर्धारित करता है। व्यवसाय सम्बन्धी पिछले प्रािकों के प्राधार पर व्यवसायी यह शरलता से ज्ञान लेता है कि किस प्रकार के माल की खपत किस भू भाग में होगी और हमी ज्ञान के प्राधार पर अपने व्यावसायिक क्षेत्र में कदम बढ़ाता है। फिर किसी व्यवसाय से सम्बन्धित पिछले प्रािकों के द्वारा खर्च, बिश्री, कच्चे मालों की प्राप्ति का साधन, बाजार की सुविधायें आदि के विषय में पूर्ण जानकारी प्राप्त होती है। यह जानकारी उस प्रमुख व्यवसाय की वृद्धि के लिये तथा उसी प्रकार के अन्य व्यवसायों के प्रारम्भ में बहुत सहायक होती है। सार्विकी की सहायता से माँग व पूर्ति का अनुमान किया जा सकता है और इसी प्राधार पर उत्पादन को पटाया या बढ़ाया जा सकता है। यदि माँग कम होने की संभावना है तो चतुर व्यापारी उत्पात्ति को कम कर देता है और इसके विपरीत यदि माँग के बढ़ने की प्राशा है तो वह उत्पादन को बढ़ाकर तत्कालीन परिस्थितियों से लाभ उठा लेता है। सार्विकी की सहायता से गत अनुभवों से बहुत लाभ उठाया जा सकता है। इन्हीं के प्राधार पर व्यापारी सुद्ध अनुमान करता है, जो उसके प्रत्येक कार्य के लिये अत्यन्त आवश्यक है।

किसी बड़े कारखाने में उत्पात्ति नियोजन (Production Planning) वैज्ञानिक प्रबन्ध का एक महत्वपूर्ण भाग है। पीछे के प्रािकों के व्यवसायी को कार्य क्षमता प्रदान करत है तथा श्रुतियों व श्रुतों की ओर संकेत करते हैं। कारखाने के विभिन्न विभागों उदाहरणार्थ बिश्री, कच्चे माल की खरीद, विज्ञापन आदि में पूर्ण समन्वय स्थापित

करना भी सांस्थिकी की सहायता में ही संभव है। निजी विभाग की आवश्यकताओं का अनुमान लगाकर बच्चे भात, आवश्यक चीजों, धन आदि की पूर्ण व्यवस्था की जाती है ताकि कार्य बिना किसी बाधा के सुचारु रूप में चलता रहे।

घात्र के युग में व्यापार बहुत जटिल हो गया है। व्यापार में अत्यधिक प्रतिस्पर्धा दिखाई देती है। ऐसी दशा में उच्चकोटि के नियंत्रण का प्रयत्न की आवश्यकता उत्पन्न हो गई है। इस आवश्यकता की पूर्ति के लिये सांस्थिकी के प्रयोग की महत्ता और भी बढ़ गई है। व्यवसाय के लिये इन विषय की महत्ता डॉक्ट्रिनटन के इन शब्दों में स्पष्ट व्यक्त होती है 'वर्तमान समय में किसी व्यवसाय में सफलता प्राप्त करने के लिये व्यवसायी को उस माल के उत्पादन का वह विषय तथा आयात व निर्यात से सम्बन्धित सभी सम्बन्धों का अध्ययन आवश्यक है जिसका वह व्यवसाय करता है।'

इसका ही महीने उन्ने जग-विषय का उचित समय, उचित मूल्य तथा स्थान जानना चाहिये। अपने माल की माँग की तीव्रता प्रदान करने तथा नये माल की माँग उत्पन्न करने के उपाय जानने चाहिये और यह सभी जानकारीयों सांस्थिकी द्वारा ही प्राप्त की जा सकती है।

व्यापार के प्रारम्भ में सांस्थिकी बहुत ही उपयोगी है। प्रति घण्टा उत्पादन प्रति वस्तु लागत, उत्पादन में व्यय होने वाले बच्चे माल की प्रतिघण्टा दर आदि मामलों के आधार पर व्यवसायी व्यवसाय के एक समय की स्थिति में दूसरे समय की स्थिति की तुलना करने उपयोगी जानकारीयों प्राप्त कर सकता है। इन तुलनाओं के आधार पर वह क्षीप्रता से पता लगा सकता है कि किस विभाग का कार्य ही तटस्थ से चल रहा है? कहीं मजदूरी है तथा उन्ने कितने सुधारा जा सकता है? व्यवसायी जैसे धीमा कर्मियों, देयके कर्मियों, बच्चों आदि के लिए सांस्थिकी बहुत उपयोगी है। प्रो० नीस्वर्जर (Prof. Neiswanger) के अनुसार 'किसी लक्ष्यो प्राप्त करने के एक विशेषज्ञ का कहना है कि व्यवसायियों के अपनी स्वतन्त्र दुष्प्रकार से किये हुए निर्णयों में ५२ प्रतिशत निर्णय गलत निकले क्योंकि समर्थों को एकत्रित तथा उनके विश्लेषण से द्वारा निर्णय निकलता था।' यही सही प्रौद्योगिक संस्थाओं सम्बन्धित सांस्थिकी को एकत्रित करने तथा उनका विश्लेषण करने के लिये 'सांस्थिकी-विभाग' स्थापनी है। यह विभाग आवश्यक तथा ही सुभाष देता है। इस व्यवसाय में सांस्थिकी की उपयोगिता पर-पर है।

(५) निरीक्षण में सहायक (Aid to Supervision)—घात्र के युग में प्रवेश सेल्वा यह प्रयत्न करती है कि जग लक्ष्य के काम सुन्दरतापूर्वक

3 "In order to succeed in any business to-day, the businessman study all the factors which enter into production, buying and selling, exporting and importing of goods in which he deals"
—Boddington

चले। सांख्यिकी की सहायता से यह संभव है। आंकड़ों की सहायता से निरीक्षण की योजना इस प्रकार बनायी जा सकती है कि कम खर्च में उचित निरीक्षण हो सके। प्राथमिक युग में अधिक धीरे धमदाता में बहुत दूर का सम्बन्ध हो गया है और इसी कारण कार्य की देखभाल के लिये इस विज्ञान की सहायता अनिवार्य हो गई है। नई नई योजनाएँ काम में लाई जाती हैं और वे तभी बनाई जा सकती हैं या अच्छे ढंग से चलाई जा सकती हैं जब तत्संबन्धी विद्यवासीय आंकड़े प्राप्त हों।

(६) परिमाण सम्बन्धी अध्ययन में अनिवार्य (Essential in Quantitative Study)—यैसे तो सांख्यिकीय रीतियाँ किसी भी प्रकार के अध्ययन में विचारों में स्पष्टता व दृढ़ता लाने के लिए प्रयोग में लाई जा सकती हैं और होने भी लगी है परन्तु जहाँ परिमाण सम्बन्धी या संस्था सम्बन्धी अध्ययन हो वहाँ इनका प्रयोग अनिवार्य हो जाता है। ऐसी दशा में बिना इस विज्ञान की सहायता के अध्ययन असंभव है।

(७) सांख्यिकीय रीतियों का बृहद प्रयोग (Extensive Application of Statistical Methods)—सांख्यिकी का प्रयोग प्राथमिक युग में सर्वत्र होता है। सामान्य मनुष्य के दैनिक जीवन में इस विज्ञान का महत्त्वपूर्ण स्थान है और साथ ही साथ उच्च ज्ञान की विभिन्न शाखाओं में भी इसका प्रयोग अनिवार्य रीति से काफी होता है। विद्वानों को अपने विचारों के पुष्टीकरण की-साधार-भूमि इसी के प्रयोग में मिलती है। किसी भी विचारधारा को अधिक मान्य व लोकप्रिय बनाने के लिये तत्सम्बन्धी आंकड़ों का देना बहुत आवश्यक हो गया है और फलस्वरूप इस विज्ञान का प्रयोग बहुत हो रहा है।

(८) वैज्ञानिक ज्ञान का विस्तार करती है (It Extends the Scientific Knowledge)—तुलनात्मक माप निर्दिष्ट करके प्रवृत्तियाँ प्रदर्शित करती है तथा अपेक्षित तथ्यों (Relative Facts) का सम्बन्ध प्रकट करती है। वैज्ञानिकों को अपने प्रतिदिष्ट व भ्रमपूर्ण अनुमानों व विचारों को शुद्ध करने तथा परिमाणमात्मक विषयों में सम्बन्ध स्थापित करने में आंकड़ों की सहायता लेनी पड़ती है। लगभग सभी वैज्ञानिकों के सिद्धान्तों के प्रतिपादन तथा पुष्टीकरण के लिये सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग में लाया जाता है और इस प्रकार सांख्यिकी वैज्ञानिक ज्ञान के विस्तार में बहुत सहायक है। पर्यटनस्थों राष्ट्रीय अर्थव्यवस्था, उत्पादन, व्यवसाय की मात्रा, द्रव्य की त्रय-शक्ति आदि का अध्ययन करने के लिये आंकड़ों पर निर्भर रहता है। इसी प्रकार अन्य विज्ञानों का बहुत कुछ विकास इस विज्ञान की सहायता से ही संभव हो सका है। एक समाजशास्त्री (Sociologist) सांख्यिकीय सामग्री की सहायता से शराब की बिक्री व अपराधों के बढ़ने में सम्बन्ध स्थापित करने का प्रयत्न करता है। इस प्रकार लगभग सभी विज्ञानों के लिए इस विज्ञान का ज्ञान और सहायता अनिवार्य है।

(क) परिमाप सरल व स्पष्ट—इकाई की परिमाप सरल व स्पष्ट होनी चाहिये ताकि उसने विषय में किसी प्रकार का संदेह उत्पन्न न होने पाये। हो सकता है कि एक ही शब्द के कई अर्थ निकलते हों। ऐसी दशा में कौन सा अर्थ माप्य होगा प्रारम्भ में ही निश्चित कर लेना चाहिए। उदाहरण के लिये भारत में विशेषतः उत्तरी भारत में मात्र की तोलने की इकाई मन प्रयोग में आती है परन्तु इसका माप वही बुछ घोर वही बुछ है। इसलिये प्रारम्भ में ही निश्चित हो जाना चाहिए कि मन का कौन सा माप स्वीकार किया जायेगा।

(ख) निश्चित—इकाई का निश्चित होना भी अत्यन्त आवश्यक है। ऐसी इकाई जिसमें निश्चितता नहीं है प्रयोग नहीं की जानी चाहिए। जैसे हमारे देश में बुछ भागों में बण्डे की 'हाथ' की इकाई में भी ताव लेते हैं परन्तु इसमें कोई निश्चितता नहीं है इसलिये जो लोग इसका प्रयोग नहीं जानते वह इन माप की निश्चितता नहीं कर पायेंगे और 'हाथ' किसी का छोटा और किसी का बड़ा होगा।

(ग) स्थायी—इकाई ऐसी होनी चाहिये जिसका मूल्य स्थिर हो। यदि इसमें उतार चढ़ाव होता रहा तो अनुसंधान पर इसका बहुत बुरा प्रभाव पड़ेगा और निष्कर्ष गलत होगा।

(घ) सर्वमान्य—एक ऐसा होना चाहिए जो पूरे अनुसंधान के क्षेत्र में प्रयोग में आता हो। ऐसा न हो कि कुछ भाग में वह प्रयोग में हो, और शेष भाग में दूसरा। जैसे उत्तर प्रदेश में मात्र की तोल मन सेर में ही होती है। यदि 'थड़ी' का प्रयोग किया जाय तो वही अनुविधा होगी क्योंकि कुछ भागों में मात्र की यह इकाई प्रचलित है।

(ङ) उपयुक्त—इकाई का अनुसंधान के उपयुक्त होना बहुत आवश्यक है। जैसे जिन वस्तुओं की जिन इकाई में मापने का प्रचलन हो वही इकाई ठीक रहेगी। फिर यदि जांच बहुत बड़े पैमाने पर हो तो इकाई की मात्रा बड़ी घोर यदि छोटे पैमाने पर हो तो इकाई की मात्रा छोटी होनी चाहिए।

(च) तुलनीय—इकाई ऐसी चुनी जानी चाहिए जिसमें क्रम श्रेणियों (Series) में तुलना सम्भव हो सके। यदि जांचें तुलनीय न हों तब तो उनकी उपयोगिता इतनी नहीं होती है।

एक के प्रकार—एक निम्न प्रकार के हो सकते हैं —

- (क) अनुमान या गणना के एक (Units estimation or enumeration)
- (ख) विश्लेषण और निर्बन्धन के एक (Units of analysis and interpretation)

(क) अनुमान या गणना के एक

य एक मात्र की एकत्रित करने में प्रयोग में लाये जाते हैं। वे दो प्रकार के होते हैं।

(i) सरल एकक (Simple units)—सरल एकक नापने की सरल इकाई होती है। ये विभिन्न वर्गों (Groups) में भिन्नता प्रकट करते हैं और इनका अर्थ साधारण होता है जैसे—मील, मन, टन, गज आदि।

(ii) मिश्रित एकक (Composite Units)—मिश्रित एकक दो सरल एककों को मिलाकर बनाये जाते हैं। इनका उपयोग सारे अनुसंधान में एकसूत्रता साने के लिये होता है। जैसे—रूपये प्रति मन, घाने प्रति मील आदि।

(ख) विदलेयण और निर्वचन के एकक

ये एकक हैं जो सांख्यिकीय घनिष्टों की तुलना और निर्वचन के लिये प्रयोग में लाये जाते हैं। उदाहरण के लिए यदि केवल यह कहा जाय कि 'घ' बरसा में ५० में से ३० विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए और 'ब' बरसा में २५ में से २० उत्तीर्ण हुए, तो हमने तुलना ठीक ढंग से नहीं हो पाती। यदि इसी की प्रतिपत्न में बदल कर इन प्रकार कहा जाय कि 'घ' बरसा में ६० प्रतिशत विद्यार्थी उत्तीर्ण हुए और 'ब' बरसा में ८० प्रतिशत तो यह तुलना शीघ्र व सरल हो जाती है।

विदलेयण व निर्वचन के एकक—ये एकक निम्न हैं :—

(i) गुणक (Coefficient)

(ii) अनुपात (Ratio)

(iii) दर (Rate)

(i) गुणक (Coefficient)—गुणक एक ऐसी संख्या है जिसे यदि कुल योग से गुणा किया जाय तो एक सम्बन्धित संख्या बतलाती है। जैसे—यदि किसी स्थान की जनसंख्या १००० है और वहाँ एक वर्ष में २०० व्यक्ति मर गये तो मृत्यु का गुणक $\frac{200}{1000} = 0.2$ हुआ। अब यदि इस गुणक की कुल जनसंख्या से गुणा करें $1000 \times 0.2 = 200$ मृत्यु संख्या ज्ञात हो जायेगी। इसके लिये आवश्यक है कि घंश (Numerator) तथा हर (Denominator) सजातीय हों। इसका सूत्र (Formula) निम्न है :—

$$C = \frac{Q}{N}$$

C = (Coefficient) गुणक

Q = (Quantity Dealt with) उन वस्तु की मात्रा जिसका गुणक निकालना है।

N = (Total Number of Population) समस्त समूह की मात्रा।

(ii) अनुपात (Ratio)—दो समान इकाइयों के सम्बन्ध को अनुपात द्वारा प्रकट किया जाता है। अर्थात् जब दो एक ही राशियाँ हों तो एक का दूसरे के साथ अनुपात एक को दूसरे से भाग देकर प्राप्त किया जा सकता है। जैसे क और ग के सम्बन्ध को $k : ख$ या $k/ख$ के रूप में प्रकट करेंगे। इसमें पहले का भाग पूर्वज्ञ (Antecedent) और बाद का भाग (Consequent) कहलाता है। यहाँ भी इकाइयों

का एकात्मिक होना आवश्यक है। जैसे यदि किसी नगर में ५,००० व्यक्ति शिक्षित हैं और १७,००० अशिक्षित तो उस नगर के शिक्षित और अशिक्षित व्यक्तियों में अनुपात $\frac{5000}{17000}$ अर्थात् ५ : १७ वा होगा।

(iii) दर (Rate)—दर के द्वारा दो संख्याओं के सम्बन्ध की प्रतिशत वा प्रति हजार में व्यक्त किया जाता है। जैसे—ध्याज दर, जन्म दर, मृत्यु दर इत्यादि। यह गुणक के ही मूल्यही-बुलती है।

(७) शुद्धता का स्तर (Degree of Accuracy)—जबि प्राप्ति करने के पूर्व शुद्धता के स्तर को निर्दिष्ट कर लेना भी आवश्यक है। सांख्यिकीय अनुसंधान में पूर्ण शुद्धता की प्राप्ति ही अभी आवश्यकता पड़ती है और पूर्ण शुद्धता प्राप्त करना बहुत दुष्कर भी है। बहुत उच्च स्तर की शुद्धता प्राप्त करने के लिये अधिक परिश्रम व धन की आवश्यकता पड़ती है तथा उतने पल में कोई विशेष अन्तर नहीं पड़ता इसलिए सामान्यतः बहुत उच्च स्तर की शुद्धता की ओर ध्यान नहीं दिया जाता है। परन्तु गणना की ध्यान में रचना पड़ना है और उसके अनुसार ही शुद्धता के स्तर को निर्दिष्ट किया जाता है। उदाहरणार्थ अज्ञ की दर निवासने में उच्च स्तर की शुद्धता का विशेष महत्व है और इसकी ओर विशेष रूप से ध्यान दिया जाना चाहिए। परन्तु जनसंख्या प्राप्त करते समय उतने ऊँचे स्तर की शुद्धता की आवश्यकता नहीं है।

(८) साँझों को एकत्रित करने की उपयुक्त रीति का चुनाव (Selection of Suitable Method of Collecting Data)—पूरी योजना बना लेने पर यह भी निर्दिष्ट कर लेना पड़ता है कि साँझों को एकत्रित करने का कौनसा रंग प्रयत्नाया जाय। साँझों को एकत्रित करने के कई रंग हैं जिनमें कुछ विशेषतः तथा गुण व दोष हैं। प्रत्येक रंग प्रत्येक अनुसंधान के लिये उपयुक्त नहीं है। इसलिये अपनी समस्या व अन्य परिस्थितियों जैसे धन, समय आदि को ध्यान में रखते हुए किसी रंग को चुनाव पड़ेगा। इसका विस्तृत विवेचन अगले अध्याय में किया गया है।

(९) प्रश्नावली का निर्माण (Preparation of Questionnaire)—सही-सही सूचना प्राप्त करने के लिये यह आवश्यक होता है कि उन प्रश्नों की रूप सूची पहले से ही बना ली जाय जिन्हें पूछकर सूचनाएँ एकत्रित की जानी हैं। इन सूची का निर्माण साँझों-पूर्वक अनुसंधान की समस्या, इसका उद्देश्य व क्षेत्र को ध्यान में रखकर करना चाहिए। प्रश्नों की सूची जितनी ही उपयुक्त होगी, पल उतने ही संतोषजनक प्राप्त होगे।

(१०) अनुसंधान का संगठन (Organisation of Enquiry)—अनुसंधान करने में कितने प्रकार के व्यक्तियों को प्रयोग किया जायेगा? उन्हें कुछ विशेष प्रकार की ट्रेनिंग की आवश्यकता पड़ेगी या नहीं, उन पर किस प्रकार का निरीक्षण रगने की आवश्यकता है? इन समस्याओं पर भी मुझिमानों से विचार करना आवश्यक है। ये

सब या इनमें मिलते-जुलते विचार अनुसंधान के संगठन के अन्तर्गत आते हैं। यह संगठन जितना ही सतोपजनक होता है निष्कर्ष उतने ही सही निकलते हैं।

(११) सामग्री का सम्पादन (Editing of Data)—अनुसंधान के अनुसार सामग्री को एकत्रित करने के बाद इसके सम्पादन का प्रश्न उठता है। इस सम्पादन में त्रुटियों का वर्गीकरण व सारणीयन आदि सांख्यिकीय विधियाँ आती हैं जिनका विस्तृत वर्णन अन्य अध्यायों में किया गया है। परन्तु यहाँ यह याद रखना आवश्यक है कि एकत्रित आँकड़ों का सम्पादन करने में अत्यन्त सतर्कता से काम करना चाहिए।

(१२) रिपोर्ट (Report)—अनुसंधान से सम्बन्धित सूचनाओं का पूरा ज्ञान कर लेने के बाद अनुसंधानकर्ता को एक रिपोर्ट तैयार करनी पड़ती है। इस रिपोर्ट को तैयार करते समय निम्न बातों को ध्यान में रखना चाहिए—

- (अ) रिपोर्ट का स्वरूप—इसका स्वरूप इस बात पर निर्भर करेगा कि अनुसंधान किसके लिए किया गया है? अपने लिए या दूसरों के लिए। अनुसंधान के समय ही यह तय कर लेना चाहिए कि रिपोर्ट किस प्रकार की होगी और उसमें कौन सी बातों का उल्लेख विदोष रूप से किया जायेगा?
- (ब) रिपोर्ट का महत्व—रिपोर्ट के आकार पर ही निष्कर्ष त्रिनाले जाते हैं। अतः रिपोर्ट बहुत महत्व पूर्ण होती है। वास्तव में इसी के अनुसार अनुसंधान की पूरी योजना बनाई जाती है।
- (स) रिपोर्ट की शुद्धता—रिपोर्ट में कितनी शुद्धता होनी चाहिए यह भी निर्धारित किया जाना आवश्यक है ताकि यह भविष्य में अधिक उपयोगी हो सके।

Standard Questions

1. What is 'Statistical Investigation'? Describe the preliminary steps you would take in planning a statistical investigation.
(B. Com. Banaras, 1957)
2. Describe the various stages in conducting a primary economic investigation. What precautions will you take at each stage?
(M. A. Punjab, 1950)
3. Describe the preliminary steps you would take in planning a statistical inquiry.
4. Explain in detail how would you proceed to organise a census of wages.
(B. Com. Agra, 1937)
5. The Municipal Board of a big City wants to introduce compulsory primary education. Describe the procedure it should adopt to obtain the necessary data step by step.
(B. Com. Rajputana 1948)
6. Draw up a scheme (a) for taking a census of refugees (b) for making a survey of rural wages.
(B. Com. Agra, 1952)

- 7 Describe the procedure you would adopt in order to obtain the necessary information for introducing compulsory primary education in a big city
(*B Com Banaras, 1952*)
- 8 Discuss the main steps necessary to conduct a family budget enquiry in an industrial town
(*M A Agra 1957*)
- 9 How should the economic survey of a village be organised? What steps should be taken to gain the confidence of the people of that village
(*B Com Agra, 1945*)
- 10 What is a Statistical Unit? Is it necessary the data should be homogeneous?
(*B Com Agra, 1939*)
- 11 Planning is essential in statistical investigation. Justify this with suitable examples
- 12 Define a statistical unit. State its essential characteristics. Give examples of simple and composite units
- 13 How would you conduct an enquiry about 'Payment of Wages in an Industry'? On what points would it be necessary for you to be clear before actually beginning investigation work
(*M Com Agra 1957*)
- 14 How would you organise a marketing survey of the fruit trade in a particular region with a view to making suggestions for its development? Explain the procedure you would follow step by step
(*M Com Agra, 1956*)
- 15 How would you organise an enquiry into the cost of living of the student community in Amritsar?
(*M A Punjab, 1951*)
- 16 Briefly discuss the statistical problem in a marketing survey of an agricultural crop like rice or wheat in India
(*M Com Agra, 1946*)
- 17 Explain in detail how would you organise a census of a cottage industry like the handloom industry or the 'Gur' industry
(*M A Agra, 1946*)
- 18 You are required to conduct a survey of the handloom industry of U P. Explain the points on which it would be necessary for you to be clear before proceeding to commence the investigation
(*B Com Lucknow, 1956*)
- 19 You have been appointed secretary of a committee to conduct a statistical enquiry to measure the success or otherwise of 'Prohibition in U P'. How would you proceed, Give details
(*M A Agra, 1953*)
- 20 Explain in detail how you would proceed to organise a 'census of wages'. Draw up a blank form or forms to obtain the information required
(*M A Agra, 1950*)
- 21 Outline a plan for carrying out an industrial survey of your district to examine the working of various cottage industries
(*M A Agra, 1952*)

- 22 How would you plan an enquiry about the unemployment in Kanpur ? What published data would you utilise for this purpose ?
(M A Agra 1955)
- 23 Describe the procedure you would adopt for assessing the changes in the economic condition of the people in a village during the last five years. Give questions and tables you might use for the purpose.
(M Com Agra, 1955)
- 24 If a comparative enquiry regarding wages in different industries in India is to be made by the Government what would be the procedure ? Give the forms of questionnaire tables etc to be used.
(M Com Agra 1947)
- 25 How would you conduct a survey to measure the changes in the cost of living of the agricultural labourers of U P ?
(M Com Agra 1958)
- 26 Give a lucid account of either the methods of crop estimation or that of conducting the census of manufactures in India.
(B Com Allahabad, 1957)
- 27 What point should be considered in drafting a good questionnaire ? Criticize the following questions and suggest improvements
- (a) In a housing survey
Is this house in good conditions ?
Of what material is it made ?
Is it located in a desirable section of town ?
- (b) In a health survey
Are you in good health ?
Do you have tuberculosis ?

(B. Com Gujarat 1954)

अध्याय ३
समकों का संग्रहण
(Collection of Data)

समकों के संग्रहण पर ही पूरा अनुसंधान आधारित होना है। यदि इसमें कोई दोष या त्रुटि रही तो यह सारे अनुसंधान को प्रभावित करेगी और निष्कर्ष अशुद्ध होगा। इसलिये यहाँ पर अनुसंधानकर्ता के लिये उच्च कोटि की सतर्कता बर्तना बहुत आवश्यक है।

संग्रहण के विचार से समकों के प्रकार

संग्रहण के विचार से समकों निम्न प्रकार के होते हैं —

(अ) प्राथमिक सामग्री (Primary Data)—वे चीजें हैं जिन्हें अनुसंधान करने वाला अपने प्रयोग में लाने के लिये पहले पहल इकट्ठा करता है। आरम्भ से अन्त तक सामग्री नये सिरे से ही एकत्रित की जाती है। इसे प्राथमिक सामग्री कहते हैं। जैसे यदि कोई व्यक्ति ग्रामीण ऋण के विषय में सामग्री एकत्रित करता है और इस कार्य के लिए योजना बनाता है तथा नये सिरे से चीजें एकत्रित करता है तो उसकी एकत्रित सामग्री उसके लिए प्राथमिक कहनायेगी।

(ब) अप्राथमिक अथवा द्वितीयक सामग्री (Secondary Data)—वे समकों हैं जिनका एकलन पहले से ही हुआ है और अनुसंधानकर्ता उसे अपने प्रयोग में लाता है। यहाँ वह स्वयं संग्रहण कार्य नहीं करता। किसी अन्य उद्देश्य के लिये एकत्रित सामग्री को प्रयोग में लाता है। इस प्रकार की सामग्री अपने मौलिक रूप में नहीं होती है। वस्तु सारणी प्रतिवेदन आदि में व्यक्त होती है।

प्राथमिक सामग्री को एकत्रित करने में अधिक धन, समय, परिश्रम व बुद्धि की आवश्यकता होती है क्योंकि सम्पूर्ण योजना नये सिरे से बनानी पड़ती है। अप्राथमिक सामग्री को एकत्रित करने में धन, समय, बुद्धि सबकी अपेक्षाकृत कम आवश्यकता होती है।

प्राथमिक सामग्री को एकत्रित करने की रीतियाँ—प्राथमिक सामग्री को एकत्रित करने की निम्न प्रमुख रीतियाँ हैं —

- (क) प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसंधान।
- (ख) अप्रत्यक्ष मौखिक अनुसंधान।
- (ग) स्थानीय स्रोतों या सम्वाददाताओं द्वारा सूचना प्राप्ति।

(घ) सूचना देने वालों द्वारा अनुसूचियों का भरना ।

(ङ) गणको द्वारा अनुसूचियों का भरना ।

इनमें से प्रत्येक का विस्तृत वर्णन नीचे किया गया है —

(क) प्रत्यक्ष व्यक्तिगत अनुसंधान (Direct Personal Investigation)—

यह रीति बहुत सरल है । इसमें अनुसंधानकर्ता स्वयं उन लोगों के सम्पर्क में जाता है जिनके विषय में घाँकड़े एकत्रित करना चाहता है । यदि अनुसंधानकर्ता व्यवहार बुझान, धैर्यवान व मेहनती है तो इस रीति द्वारा प्राप्त घाँकड़े बहुत विश्वसनीय होते हैं । इस रीति में सूचना देने वाला म प्रत्यक्ष रूप में सम्पर्क स्थापित करके अनुसंधानकर्ता घाँकड़े एकत्रित करता है । योरप में ले प्ले (Le Play) नामक सांख्यिक ने इस रीति द्वारा मजदूरों के घाय-व्यय संबंधों घाँकड़े एकत्रित किये थे । इस रीति का उपयोग आर्थर यंग (Arthur Young) द्वारा कृषि उत्पादन के अध्ययन में किया गया ।

यह प्रणाली कहां अधिक उपयुक्त है ?

- (१) जहाँ गुट्टना पर अधिक जोर देना हो ।
- (२) जहाँ अनुसंधान का क्षेत्र सीमित हो ।
- (३) जहाँ अनुसंधान के विषय की जटिलता के कारण यह आवश्यक समझा जाता हो कि अनुसंधानकर्ता स्वयं उपस्थित रहे ।
- (४) जहाँ घाँकड़ों की गुप्त रक्षणा हो ।
- (५) जहाँ घाँकड़ों की मौलिकता पर जोर देना हो ।

गुण (Merits) :

- (१) परिणाम में उच्च स्तर की शुद्धता मिलती है ।
- (२) यह रीति वहाँ के लिए अधिक उपयुक्त है जहाँ अनुसंधान का क्षेत्र छोटा हो ।
- (३) सूचना की शुद्धता की जाँच करने का काफी अवसर रहता है ।
- (४) समस्या में मौलिकता रहती है ।
- (५) लोचदार—यह प्रणाली लोचनीय है क्योंकि अनुसंधानकर्ता आवश्यकतानुसार प्रश्नों में हर-फेर कर सकता है यदि वह ऐसा करना संतोषजनक सूचना पाने के लिए उचित समझे ।
- (६) अन्य सूचनाओं की प्राप्ति—वाञ्छित सूचनाओं के अतिरिक्त और भी बहुत सी सूचनाएँ प्राप्त हो आती हैं जिन्हें भविष्य में अन्य किसी अनुसंधान में आवश्यकतानुसार प्रयोग किये जाने की सम्भावना रहती है ।
- (७) व्यय में बचत—चूँकि अनुसंधानकर्ता स्वयं उपस्थित रहता है । अतः दूर व्यय के व्ययों की नहीं होने देना है और अपना नाम न्यूनतम व्ययों पर निश्चानना है ।

दोष (Demerits)

- (१) विस्तृत क्षेत्रों के लिये अनुपयुक्त—विस्तृत क्षेत्रों के अध्ययन के लिये यह रीति उपयुक्त नहीं क्योंकि इनमें धन, समय व परिश्रम अधिक लगता है।
- (२) व्यक्तिगत पक्षपात—इस रीति में अनुसंधानकर्ता व व्यक्तिगत पक्षपात (Bias) के घात का जो पूरी संभावना रहती है और इस प्रकार निष्कर्ष में झगड़ हो जाने का डर रहता है।
- (३) समय की विशेषताओं का प्रकट न होना—अनुसंधान का क्षेत्र होने के कारण ही संभव है कि प्रातः पल निर्धारित क्षेत्र की विशेषताओं को न प्रकट कर सके।
- (४) इसमें समय अधिक लगने की सम्भावना रहती है।

सावधानियाँ (Precautions):

यह रीति प्रयोग करते समय निम्न सावधानियाँ आवश्यक हैं—

- (१) अनुसंधानकर्ता को व्यवहार कुशल, परिश्रमी व धैर्यवान् होना चाहिए ताकि वह सूचना देने वालों का विश्वास व सहयोग प्राप्त कर सके।
- (२) प्रश्न छोटे, सरल, स्पष्ट और ऐसे होने चाहिए कि जिसे उत्तर देने वाले को घुसा न लगे।
- (३) सदिग्ध उत्तरों की संभावनाओं के लिये ऐसे प्रश्न पूछे जाने चाहिए जिसे उत्तरों की संख्या की जाँच हो सके।
- (४) यथासंभव अनुसंधानकर्ता को अपनी व्यक्तिगत भावनाओं और पक्षपात भाव को दूर रखना चाहिए ताकि उनका प्रभाव अनुसंधान पर न पड़े।
- (५) संप्रत्यक्षता को सम्बन्धित प्रदेश की बेश-भूषण, भाषा, पानपान व रीति रिवाज का पर्याप्त ज्ञान होना चाहिये ताकि वह सूचना देने वालों से युक्त मिल सके।

(ख) अप्रत्यक्ष मौखिक अनुसंधान (Indirect Oral investigation)—

अनुसंधान का क्षेत्र विस्तृत होने पर अनुसंधानकर्ता के लिये यह संभव नहीं हो जाता कि वह प्रत्यक्ष रूप से सबसे सम्पर्क स्थापित करे और जानेंगे पत्रिका करे। ऐसी दशा में वह किसी ऐसे व्यक्ति से सूचनाएँ प्राप्त करता है जिसे उस विषय की जानकारी है। यह प्रणाली क्या उपयुक्त है ?

यह रीति सब धनधानी पटनी है जब या तो अनुसंधान का क्षेत्र विस्तृत हो या सूचना देने वाले इसमें रुचि न ले रहे हों या वे प्रश्नों के लिये अयोग्य हों या कोई और ऐसी ही बात हो। साधारणतः जाँच समितियाँ (Committees) और प्रायोग (Commissions) इसी रीति का प्रयोग करते हैं।

गुण (Merits)

- (१) इस रीति में समय, धन व परिश्रम कम खर्च होता है।
- (२) इसमें अनुसंधानकर्ता को अधिक परेशानी नहीं उठानी पड़ती।

- (३) यह रीति वहाँ के लिए उपयुक्त है जहाँ अनुसंधान का क्षेत्र विस्तृत हो या सूचक रुचि न ले रहे हो या और कोई ऐसी ही पेचीदा बात हो।
- (४) कार्य का शीघ्रता से होना इसका विशेष गुण है।
- (५) विशेषज्ञों की सम्मति तथा सुझावों का लाभ अनायास ही प्राप्त हो जाता है।
- (६) अनुसंधानकर्ता के व्यक्तिगत पक्षपात का प्रभाव नहीं पड़ता है।

दोष (Demerits) :

- (१) परिणाम में उच्च मात्रा की शुद्धता की आशा नहीं रहती क्योंकि अनुसंधानकर्ता प्रत्यक्षरूप में सूचना देने वालों के सम्पर्क में नहीं आता।
- (२) जिन व्यक्तियों की सहायता से आँकड़े एकत्रित किये जाते हैं उनकी पक्षपात की भावना का प्रभाव अनुसंधान पर पड़ता है।
- (३) जिन व्यक्तियों से सूचना एकत्रित की जाती है वे प्रश्नों के उत्तर देने में सापरवाही करते हैं क्योंकि उनका निजी हित या अहित प्रत्यक्षरूप में इन प्रश्नों में नहीं होता है। अधिकतर टासू काम होता है।

सावधानियाँ (Precautions) :

यह रीति प्रयोग करते समय निम्न सावधानियाँ आवश्यक हैं—

- (१) जिनकी सहायता से आँकड़े एकत्रित किये जा रहे हों उनकी बात पर बिना पुष्टि किये हुये पूर्ण विश्वास नहीं करना चाहिए।
- (२) यह पूर्ण रूप से निश्चिन कर लेना चाहिए कि सूचना देने वाले की तथ्यों का पूर्ण ज्ञान है तथा सूचना देने में वह रुचि रखता है।
- (३) इस बात को ध्यान में रखना आवश्यक है कि जिस व्यक्ति की सहायता से सामग्री एकत्रित की जा रही है वह उस विषय के पक्ष व विपक्ष में पक्षपातपूर्ण धारणायें नहीं रखता है। यदि ऐसा हुआ तो परिणाम भ्रामक होगा।
- (४) यह भी आवश्यक है कि सूचना देने वाला प्रश्न को ठीक तरह से समझ ले।
- (५) सूचना देने वाले की सद्भावना व विश्वास प्राप्त करना अनिवार्य है।
- (६) सूचना देने वालों की पर्याप्त संख्या होनी चाहिए।
- (७) पक्ष व विपक्ष दोनों प्रकार के व्यक्तियों से सूचनार्थें एकत्रित करना अधिक उचित है।

(ग) स्थानीय स्रोतों या संबन्धिताओं द्वारा सूचना प्राप्ति (Information through Local Sources or Correspondents)—इस

रीति के अनुषार स्वानोय व्यक्ति सम्मधी एकत्रिन करने के लिय निपुक्त किए जाते हैं। वे प्रपने वृष से सूचनाय ग्वप्रित करते हैं और बाद म अनुसधानकर्ता के पास भेज देते हैं। सवाददाता भी प्राय सूचनायें ग्वप्रित नहीं करते। प्रपने अनुभव के प्राधार पर अनुमानत सचनाय भेज देते हैं। इसलिए कुछ अनुद्विया की सभाचना हाती है। पर तु कई ब्यक्तिया द्वारा प्राप्त सूचनामा के मिलात त अनुद्विया प्राप्त समात हो जाती हैं नथानि जब तक उनम पक्षपात भावना नही होगी तब तक अनुद्विया की दिशा परिवर्तित होती रहेगी और अत म परिष्ठात सुद्ध होंगे। मट्टिया म यात्रार भाव सम्प्र भी सूचनायें सरवार इसी रीति से प्राप्त करली है।

मह प्रणाली कहाँ उपयुक्त है ?

मह प्रणाली वहाँ के लिय उपयुक्त है जहाँ उच्च स्तर की शुद्धता की प्रावश्यकता न हो केवल सापक्षिब शुद्धता ही अपक्षित हो।

गुण (Merits)

- (१) जब अनुसधान का क्षेत्र विस्तृत हा और वे स्थान जहाँ सूचनाय प्राप्त करनी हैं बहुत दूर-दूर हो तो यह रीति उपयुक्त है।
- (२) इसमे धन, समय व परिश्रम कम लगता है।

दोष (Demerits)

- (१) उपनय मनिषा म मोलिवता का समाव रहता है।
- (२) सवाददातामा म यदि पक्षपात की भावना हुई तो वह निरर्थक को प्रभावित करके उसे अनुद्ध बना देनी है।
- (३) परिष्ठाता म उच्चकोटि की शुद्धता की प्राप्ता नहीं की जा सकती क्योकि सामग्री सग्रहण म अनुमान की महत्वपूर्ण स्थान दिया जाता है।
- (४) सूचनामा के प्राप्त होने म काफी समय लग जाता है और कभी-कभी उनका महत्व कम हो जाता है।
- (५) जहाँ बहुत से सम्वाददाता होते हैं और वे विभिन्न स्वानो मे सूचनायें प्राप्त करने के लिये भेजे जाते हैं तो उनके द्वारा बहुधा विभिन्न विधियों का प्रयोग किया जाता है। इस कारण इस विधि मे एकरूपता का समाव रहता है।

सावधानियाँ (Precautions)

- (१) सवाददाता एगे ब्यक्ति होने चाहिए जो ब्यक्तिगत धारणाओ और पक्षपात की भावना से दूर रहे।
- (२) सवाददातामा मे ऐसी योग्यता होनी चाहिये कि वे समस्या को ठीक प्रकार स समझ सकें और उसके अनुसार सूचनायें प्राप्त कर भेज सकें। वे ऐसे हो कि इस कार्य म रुचि लें।

(३) ययार्तभव कई सवाददाता होने चाहिये जिसमे सूचनाओं को मिलाकर अशुद्धियों की जाँच की जा सके ।

(घ) सूचना देने वालों द्वारा अनुसूचियों का भरना (*Schedules to be filled in by the Informants*)—इस रीति में अनुसन्धानकर्ता आँकड़ों का एकत्रित करने के लिये प्रश्नावली तैयार करता है और उन्हें छपवाकर उन व्यक्तियों को देना है या उनके पास भेजता है जिनके विषय में आँकड़े एकत्रित किये जा रहे हैं । उन्हें वह यह विदवाय दिखाना है कि ये सूचनाये गुप्त रखी जायेंगी । वह यह भी प्रदर्श करता है कि सूचना देने वालों का पूर्ण सहयोग और विदवास प्राप्त कर सके ताकि वे प्रश्नावलियाँ म दिये हुए प्रश्नों के उत्तर शीघ्र और सही-सही दे सकें । यह प्रणाली कहां उपयुक्त है ?

यह प्रणाली उच समय प्रयोग करना उचित है जबकि अनुसंधान का क्षेत्र बहुत विस्तृत हो तथा उस क्षेत्र की जनता पढी लिखी हो क्योंकि यदि लोग पढे लिखे नहीं होंगे तो प्रश्नों का उत्तर नहीं भेज सकेंगे ।

गुण (Merits)

- (१) यह रीति विस्तृत क्षेत्र के लिये प्रयोग की जा सकती है ।
- (२) इस रीति में समय, धन व परिश्रम कम लगता है ।
- (३) इस रीति में सूचनायें स्वयं सूचना देने वालों द्वारा दी जाती हैं । इसलिए अशुद्धि की कम संभावना रहती है ।

दोष (Demerits) :

- (१) सूचना देने वालों पर किसी प्रकार का प्रतिबंध न होने से उनमें प्रायः रूचि की कमी होती है ।
- (२) यदि प्रश्नावली सरल न, हुई तो उत्तर अशुद्ध विवेके और परिणाम अशुद्ध होंगे ।
- (३) यदि सूचना देने वालों में पक्षपात की भावना है तो वह परिणाम को अशुद्ध कर देगी ।
- (४) सूचनायें लिखकर देने से लोग बहुत घबराते हैं कि वही उनका दुष्प्रयोग करने विरुद्ध न हो । धनः वे सूचनायें नहीं भेजते हैं ।
- (५) प्रश्न का अर्थ ठीक से न समझने के कारण उत्तर गलत हो जाते हैं ।
- (६) प्रणाली लोचदार नहीं है क्योंकि अपर्याप्त सूचना प्राप्त होने पर पूरक प्रश्नों का पूछना सम्भव नहीं है ।

सावधानियाँ (Precautions) :

- (१) सूचना देने वालों की सहभावनता और सश्रिय सहयोग की अत्यन्त आवश्यकता है ।
- (२) प्रश्न छोटे, सरल व स्पष्ट होने चाहिये ।

- (३) सूचना देने वालों को नम्र परतु प्रभावनासी भाषा में समझाकर उनका सन्तुष्टि सहयोग प्राप्त करना चाहिए ।
- (४) यह ध्यान रखना आवश्यक है कि सूचना देने वालों का वक्षणात का भाव तो नहीं है ।
- (५) ऐसा प्रयत्न होना चाहिये कि सूचनायें दीक्षातिशीघ्र प्राप्त हो सकें ।

प्रश्नों का चुनाव (Choice of Questions)

प्रश्नों का चुनाव करते समय नीचे दिये हुये अच्छी प्रश्नावली के गुणों को ध्यान में रखना चाहिए ।

—अच्छी प्रश्नावली के गुण—प्रश्नावली तैयार करते समय निम्नलिखित बातों की ओर विशेष रूप से ध्यान देना आवश्यक है —

- (१) प्रश्न ऐसे होने चाहिए जिन्हें सूचना देने वाले ठीक तरह से समझ सकें तथा उनके उत्तर देने में उनमें आराम-सम्मान की भी टेंग न लगे । जैसे—
चरित्र, बीमारी, आसक्तियों के विषय में सूचना देने में लोग उदासीन होते हैं ।
- (२) प्रश्नों की संख्या कम हो ताकि सूचना देने वाला उनमें ऊब न जाय ।
- (३) प्रश्न सरल व स्पष्ट होने चाहिए ताकि उनके उत्तर देने में कोई दुविधा न उत्पन्न हो ।
- (४) प्रश्न छोटे होने चाहिए कि उत्तर देने वाले को यह न लगे कि व्यर्थ की बाल की खाल निचामी जा रही है ।
- (५) प्रश्न यथासम्भव लीने होने चाहिये जिसमें उनका उत्तर छोटा हो या उत्तर 'हाँ' या 'नहीं' में दिया जा सके ।
- (६) यथासम्भव कुछ ऐसे भी प्रश्न होने चाहिए जिसमें प्राप्त सूचनाओं की उपयोग में आँसू की जा सके ।
- (७) प्रश्न ऐसे होने चाहिए ताकि किसी वर्ग या सम्प्रदाय की धार्मिक या सामाजिक भावनाओं को घटापट्टत चोट न पहुँच ।
- (८) प्रश्न अनुसंधान से प्रत्यक्ष रूप से सम्बन्धित हो ताकि बड़ी व्यर्थ की सूचना एकत्रित करने में धन, समय व परिश्रम का दुरुपयोग हो ।
- (९) यदि अनुसंधान का काम द्वारा भेजी जा रही है तो साथ में अनुसंधान पर भी होना चाहिये ।
- (१०) प्रश्नावली में निम्न प्रकार के वाक्यों का उपयोग यथासम्भव न हो—
(क) आदेशित या अप्रत्यक्ष वाक्य ।
(ग) सम्मान सूचक वाक्य जैसे—जीवन आदि ।
(ग) जटिल वाक्य ।
(घ) प्राय, साधारण आदि ।

- (११) प्रश्नों को बनाने के बाद उनकी जाँच कर लेनी चाहिए कि वे ठीक हैं या नहीं ।
- (१२) प्रश्नावली बनाते समय यह ध्यान में रखना चाहिए कि प्रश्नों के उत्तर इस प्रकार के भाष्यें ताकि वे सारणी में रखे जा सकें ।
- (१३) यदि प्रश्नावली में ऐसे प्रश्न आ गये हों जिनके उत्तर कई हो सकते हैं तो यह अधिक अच्छा होगा कि उन उत्तरों को भी प्रश्नों के साथ दे दिया जाय और सूचना देने वालों से कहा जाय कि वे उचित उत्तर के सामने एक निशान लगा दें ताकि उनकी इच्छा ज्ञात की जा सके जैसे—

(अ) लक्ष ।

(ब) लाक्षवाँय ।

(ग) हमाम ।

(द) महान ।

(ध) अन्य ।

१४) जहाँ तक सम्भव हो प्रश्न ऐसे बनाने चाहिए जो कि एक दूसरे से सम्बन्धित हों ताकि उचित निष्कर्ष निकाले जा सकें ।

(१५) प्रश्न पूछना उत्तर देने की तुलना में अधिक कठिन होता है अतः प्रश्नों कि पूछने में बड़ी बुद्धिमत्ता व सावधानी दिखानी चाहिए ।

(३) गणकों द्वारा अनुसूचियों का भरना (*Schedules to be filled in*

Enumerators)—यह रीति इससे पहले वाली रीति से बहुत मिलती-जुलती

अन्तर केवल इतना है कि पहले में प्रश्नावलियों सूचना देने वाले भरते हैं और इस प्रणाली में गणक उनमें पूछ कर स्वयं भरते हैं । गणकों को अलग-अलग क्षेत्र बाँट दिये जाते हैं । गणक अपने क्षेत्र में जाकर सूचना देने वालों से सम्पर्क स्थापित करते हैं उनमें पूछ-पूछकर प्रश्नावलियों को भरते हैं । गणक शिक्षित होने हैं तथा इन कार्य के लिये ही नियुक्त किये जाते हैं और उन्हें इस कार्य की विशेष शिक्षा दी जाती है । इस रीति की सफलता गणकों पर ही निर्भर करती है । गणकों को चतुर, परिश्रमी व व्यवहार बुद्धिमान होना आवश्यक है । उनमें इतनी योग्यता होनी चाहिए कि वे सूचना देने वालों को समझा-बुझाकर सच्ची सूचना देने के लिये तैयार करें । इसके लिये उन्हें अपने क्षेत्र के रहने वालों की रहन-सहन, ग्यान-गान व रीति-रिवाज का अच्छा ज्ञान होना चाहिए तभी वे सूचना देने वालों में धुन भिन्नकर सच्ची सूचनाएँ प्राप्त कर सकते हैं ।

गुण (Merits) :

(१) यह रीति विस्तृत क्षेत्र के लिये बहुत उपयुक्त है ।

- (२) गणक शिक्षित तथा इन कार्य के लिय विशेषज्ञ हैं प्रशिक्षित होते हैं ।
इसलिए सुदृढता की पूर्ण प्राप्ति होती है ।
- (३) इसमें समय कम लगता है ।
- (४) सूचना देने वालों से गणकों का व्यक्तिगत सम्पर्क रहता है जो कि अनु-संधान के लिये बहुत लाभकारी होती है ।
- (५) गणकों का दोनो प्रकार का होने के कारण पदापात का डर कम हो जाता है ।

दोष (Demerits)

- (१) निपुण गणकों की नियुक्ति व प्रशिक्षण में काफी खर्च पड़ता है ।
- (२) गणकों के प्रशिक्षण में काफी परेशानी होती है तथा समय लगता है ।
- (३) यदि गणकों में पदापात की भावना हुई तो उसका प्रभाव निष्कर्ष को प्रविश्यनीय बना देता है ।
- (४) यदि गणक आवश्यक योग्यता वाले न हुए तो बहुत फल निकलते हैं ।

सावधानियाँ (Precautions)

- (१) गणक युद्धिमान, ईमानदार, परिश्रमी व व्यवहार कुशल होने चाहिए ।
- (२) एक प्रश्नावली को भरकर गणक को समूचे के रूप में दे देना चाहिए ।
- (३) प्रश्न सरल व स्पष्ट होने चाहिए ।
- (४) उत्तरों की पुष्टि की जांच के प्रश्न पूछ लेना चाहिए ताकि तदुपयुक्त भाग स्पष्ट होती चकें)
- (५) गणकों को आवश्यक ट्रेनिंग देना आवश्यक है ।
- (६) गणक के काम का उचित निरीक्षण भी आवश्यक है ।
- (७) गणक स्थानीय भाषा, रहन सहन, धान-धान में अच्छी भाँति परिचित हो ।
- (८) गणकों में व्यक्तिगत धारणाएँ व पदापात की भावनाएँ नहीं होने चाहिए ।
- (९) गणक ऐसे होने चाहिए जो अनुसंधान में रुचि रखते हो ।

इस रीति में खर्च अधिक होता है इसलिए साधारणतः व्यक्तिगत व समस्याओं द्वारा प्रयोग में नहीं लाई जाती । यह रीति सरकारी कामों के लिए प्रायः प्रयोग में आती है । भारत की जनगणना इस रीति से की जाती है ।

अनुसूचियाँ (Schedules)

अनुसूचियाँ दो प्रकार की होती हैं —

- (१) प्रश्नावली (Questionnaires)—इसमें प्रश्न दिये होते हैं पर प्रश्नों सामने या नीचे उत्तर के लिये स्थान नहीं होता । प्रश्नों के उत्तर भलग कागज पर लिखकर दिये जाते हैं ।

(२) रिक्त प्रारूप (Blank Form)—इसमें प्रश्न दिये होते हैं और वही पर रिक्त स्थान होता है जहाँ उन प्रश्नों के उत्तर लिख दिये जाते हैं।

भारत में १९६१ की जनगणना करने की अनुसूची का नमूना

गोपनीय

जन-गणना, १९६१



एनएनएन कोड नं० _____

१--(क) पत्ता _____

३

१--(ख) वर्तमान सम्पत्ति _____ २--विद्यमान जन गिनती पर उच्च 

३--व्यक्तिगत स्थिति _____ ४--(क) प्रथम स्थान _____

५--(ख) जन्म तिथि/म०  ५--(ग) विवाहस्थिति यदि प्रथम प्रथम हो 

६--(क) साक्षरता _____ ६--(ख) धर्म _____


७--(ग) माता/पिता/पति/पत्नी _____ ७--मातृगणना व प्रिण्टिंग _____

८--(क) महापुरुषता _____ ८--(ख) प्रथम भासा (वै) _____


९--यदि बालक/बालिका _____ ९--यदि परिवार सदस्य _____

१०--यदि पारिवारिक उपयोग में

(क) बाय का स्थिति _____ (न) यदि मोरले

(ख) पारिवारिक उपयोग का स्थिति 

११--८ ९ या १० को छोड़कर अन्य सभी बाय

(क) बाय का स्थिति _____ (न) बाय करने वाले का स्थिति 

१२--बाय नहीं करने लगे बालक/बालिका

(ख) बालक/बालिका का नाम _____  १२--

गणकों का चुनाव (Choice of Enumerators)—गणकों के द्वारा सामग्री के एकत्रित करने में गणकों की योग्यता एवं नुसलता पर ही तथ्यों की शुद्धता निर्भर करती है। इसलिये गणकों के चुनाव में बड़ी सावधानी की आवश्यकता है ताकि वे सच्चाईपूर्वक अपने कर्तव्यों का पालन कर सकें और अपनी बुद्धिमानी में मूचना देने वाला नौ बातों की सच्चाई की जाँच कर सकें। साथ ही साथ यह भी आवश्यक है कि उनमें अनुभवान के विषय में पक्षपातपूर्ण धारणाएँ न

॥। गणकों को अपने कार्य में अच्छी सफलता तभी प्राप्त हो सकती है जब वे व्यवहार कुशल व्यक्ति हो और सूचना देने वालों के खान-पान, रहन सहन व रीति-रिवाज को जानते हों और उनमें धुल-मिल कर उनका विश्वास और सहयोग प्राप्त कर सकें। उनमें आवश्यक योग्यता भी होनी चाहिए।

गणकों का प्रशिक्षण (Training of Enumerators)—गणकों का शिक्षित व मुट्टिमान होना ही पर्याप्त नहीं। उन्हें इस अनुसन्धान के सम्बन्ध में भी विशेष जानकारी होनी चाहिए ताकि वे इस कार्य को शुभमता से कर सकें। इसलिए उनकी ट्रेनिंग होना जरूरी है।

उपयुक्त प्रणाली का चुनाव—पर प्रश्न यह उठता है कि किस प्रकार के अनुसन्धान के लिये कौनसे एकत्रित करने की कौन-सी रीति उपयुक्त है? वास्तव में समस्या का अध्ययन करके ही इस प्रश्न का उत्तर दिया जा सकता है। सफलता की कोई प्रणाली सबसे अच्छी नहीं है। कहीं पर कोई रीति सर्वोत्तम होगी और कहीं पर कोई। यैते उपयुक्त प्रणाली का चुनाव करते समय निम्न बातें विचार करने की हैं —

- (१) अनुसन्धान का प्रकार
- (२) अनुसन्धान का क्षेत्र
- (३) शुद्धता का स्तर
- (४) उपलब्ध धन
- (५) उपलब्ध समय
- (६) अनुसन्धान का उद्देश्य
- (७) परिस्थितियों अन्तर्गत अनुसन्धान करना है।

इन पर विचार करने के बाद ही उपयुक्त प्रणाली का चुनाव किया जा सकता है।

समापनिक अध्ययन द्वितीयक सामग्री को एकत्रित करने की रीतियाँ (Methods of Collecting Secondary Data)

एक बार एकत्रित हुई सामग्री का दुबारा प्रयोग होने पर यह द्वितीयक सामग्री कहलाती है। किसी अन्य व्यक्ति या संस्था या सरकार द्वारा एकत्रित किए गये, लिखे हुये या छाप दृष्ट प्राप्त किये यदि मिल सकें तो उनका प्रयोग साधनाली से किया जा सकता है। ऐसे कौनसे व्यापारिक संस्थाया, सरकारी विभागों या वैज्ञानिकों के यहाँ मिल सकते हैं। समाचार-पत्र, पत्रिकाएँ, सरकारी गजटों, व्यापारिक पत्रों आदि में ऐसे कौनसे मिलते रहते हैं। कौनसे को प्राप्त करने की यह दृष्टि निम्नलिखित एक घटक है।

द्वितीयक सामग्री के प्रमुख स्रोत

द्वितीयक सामग्री के प्रमुख स्रोत निम्नलिखित हैं —

(क) प्रकाशित : (१) सरकारी प्रकाशन—प्रत्येक देश की सरकार के विभिन्न विभाग अपने विभाग या क्षेत्र से संबंधित कौनसे एकत्रित और प्रकाशित करवाते रहते

हैं। ये समक बहुत विश्वसनीय और महत्वपूर्ण होते हैं। आजकल भारत में लगभग सभी मन्त्रालयों से अनेक प्रकार की सूचनाएँ व आँकड़े प्रकाशित होते हैं।

(२) आयोग व समितियों द्वारा—आय: सरकार या किसी अन्य संस्था द्वारा आयोग या समितियों नियुक्त की जाती रहती हैं—देश को विभिन्न समस्याओं के अध्ययन के लिये ये आयोग या समितियाँ सम्बन्धित आँकड़े संकलित करके अपना आवेदन प्रस्तुत करती हैं।

(३) अर्द्ध सरकारी संस्थाओं के प्रकाशन—नगर पालिकाएँ, नगर निगम, जिला बोर्ड आदि विभिन्न प्रकार के आँकड़े संकलित करके प्रकाशित करवाते हैं जैसे जन्म-मरण, स्वास्थ्य, शिक्षा आदि से सम्बन्धित आँकड़े।

(४) व्यापारिक संस्थाओं द्वारा—व्यापार परिषदों, संस्थाओं, स्वन्ध-विनिमय-विपण (Stock Exchanges), उपज-विनिमय-विपण (Produce Exchanges) द्वारा भी अनेक प्रकार के समक एकत्रित करके प्रकाशित किए जाते हैं।

(५) अनुसंधान संस्थाओं द्वारा—विश्वविद्यालयों, रिसर्च ब्यूरो, अनुसंधान संस्थाओं द्वारा अनेक प्रकार के आँकड़े एकत्रित किए जाते हैं और आय: प्रकाशित किए जाते हैं।

(६) पत्र पत्रिकाओं द्वारा—बहुत से पत्र तथा पत्रिकाएँ अनेक प्रकार के आँकड़े एकत्रित करके प्रकाशित करती हैं। जैसे पत्र आय: बाजार भाव देते रहते हैं।

(७) व्यक्तियों द्वारा—बहुत से व्यक्ति खोज या अनुसंधान के लिए आँकड़े एकत्रित करते हैं और उन्हें प्रकाशित करवाते हैं।

(८) संघों व संगठनों द्वारा—बहुत से संघ व संगठन अपने से सम्बन्धित आँकड़े एकत्रित करवा कर अपने संगठन के सदस्यों के लिए प्रकाशित करवा देते हैं।

(९) अप्रकाशित—सरकार, संस्थाओं या व्यक्तियों द्वारा एकत्रित बहुसंख्यक सामग्री बिना छपी पड़ी रहती है। यदि वे उपलब्ध हों तो उनका भी प्रयोग किया जा सकता है।

द्वितीयक सामग्री की विश्वसनीयता

द्वितीयक सामग्री का प्रयोग करने से पूर्व उनकी विश्वसनीयता की जाँच आवश्यक है क्योंकि वे निम्न कारणों से दोषपूर्ण हो सकती हैं :—

- (१) निदर्शन सामग्री की अपर्याप्तता के कारण भ्रष्ट हो गई हो।
- (२) माप तथा विश्लेषण के एकत्रों की परिमाणा में अन्तर हो।
- (३) अनुपयुक्त तथा सदेहात्मक यंत्रों के प्रयोग के कारण भी भ्रष्ट हो जाती है।
- (४) अनुमान सम्बन्धी भ्रष्टियाँ तब हो जाती हैं जब किसी कारण से अनुमान पर ही निर्भर रहना पड़ता है और अनुमान में भ्रष्टियाँ हो जाती हैं।

डा० बाउले का मत है "प्रकाशित समकों को जैसा वा तैसा मान लेना कमी खतरे से खाली नहीं, जब तक उनका प्रथं तथा सीमायें अच्छी तरह न ज्ञात हो जाय। जो तर्क उन पर आधारित हैं उनकी आलोचना करना आवश्यक है।"¹

Standard Questions

- 1 What are the various methods of collecting statistical data? Which of these is most reliable and why? (*B Com Agra 1952*)
- 2 What methods would you employ in the collection of data when the field of enquiry is (a) small (b) fairly large and (c) very large with regard to accuracy, labour and cost
(*B Com Agra, 1917*)
- 3 How should an economic survey of a village be organised? What steps should be taken to gain the confidence of the people?
(*B Com Agra 1915*)
- 4 Discuss the advantages of direct personal investigation as compared with other methods generally used in collecting data
(*B Com (S) Agra, 1950*)
- 5 Examine critically the important methods of collection of statistical data
(*B Com Banaras, 1953*)
- 6 Discuss in brief the methods generally used in the collection of primary data
(*B Com Agra 1957*)
- 7 Classify the methods generally employed in the collection of statistical data and state briefly their respective merits and demerits
(*B Com Agra, 1955*)
(*B. Com Alid, 1916*)
- 8 What precautions should be taken in making use of published statistics for further investigation
(*B Com Agra, 1939*)
- 9 "In collection of statistical data commonsense is the chief requisite and experience the chief teacher." Discuss this statement with comments
(*B Com Alid, 1939, M A — Patna, 1911, B Com Luck 1910*)
- 10 Mention the different kinds of Statistical methods generally used in investigation. Are there any fields of enquiry when these methods can not be used satisfactorily? (*B Com Agra 1910*)
- 11 Compare different methods used in the collection of numerical data. Explain the importance of determining the statistical unit
(*B Com Agra 1912*)
- 12 Though figures cannot be taken as they are. Explain the above statement so as to explain its bearing on the use of secondary data
(*M Com Allahabad, 1915*)

1 "It is never safe to take published statistics of their face value, without knowing their meaning and limitations and it is always necessary to criticise arguments that can be based upon them",
—Bowley.

- 13 'It is never safe to take published statistics at their face value without knowing their meaning and limitations and it is always necessary to criticise the arguments that can be based upon them' Bowley Elucidate (B Com Allid, 1946)
- 14 'Secondary data should never be accepted without careful enquiry Enumerate and explain the pitfalls that otherwise await the user (B Com Raj 1949)
- 15 Distinguish clearly between primary and secondary data Explain the various methods of collecting primary data and point out their relative merits and demerits (B Com (Raj), 1954)
- 16 What are the various methods of collection of statistical data? State the circumstance in which each method should be used (B Com. Agra, 1954)
- 17 What are the essentials of a good questionnaire? Draft a suitable questionnaire to enable you to study effects of prohibition in Madras among industrial workers (B Com, Madras)
- 18 Distinguish between (a) primary and secondary data and (b) primary and secondary sources Examine the methods used for the collection of statistical data for different types of investigations (M S II Lucknow)
- 19 Describe the procedure involved in collecting data in each of the following cases —
 (a) Survey of handloom industry in India
 (b) Survey of housing conditions in a city
 (c) Credit survey of a village
 (d) Survey of the educated unemployed in a city
- 20 'In making house-to-house enquiry every thing depends upon the skill tact and reliability of the investigators' Prove the correctness of the above remark in collecting the family budgets of cultivators in U P (B Com. Agra, 1947)
- 21 What is the difference between a questionnaire and a blank form? What precautions should be observed in drafting a questionnaire?
- 22 Classify the methods generally employed in the collection of statistical data and state briefly their respective merits and demerits (Agra B Com 1955)

निदर्शन अनुसंधान के लिये उपयुक्त दशाएँ (Proper Conditions for Sample Enquiry)

(१) जब अनुसंधान का क्षेत्र बहुत विस्तृत हो ।

(२) जहाँ व्यापक दृष्टि से नियमों का प्रदिपादन करना हो ।

(३) समग्र रीति से जांच करने पर वह वस्तु जांच में ही समाप्त हो जाने वाली हो । जैसे एक क्षीय द्रव्य की जांच चलकर करनी है ।

(४) अनुसंधान से सम्बन्धित वस्तुमें दोग्र परिवर्तनशील हो और समग्र रीति प्रयोजन पर वस्तुओं के गुणों व प्रकृति में काफी परिवर्तन हो जाने की सम्भावना हो ।

(५) पर्याप्त मात्रा में धन, समय व कर्मचारी उपलब्ध न हों ।

(६) बहुत उच्च स्तर की शुद्धता प्राप्ति करना आवश्यक न हो ।

न्यायदर्श लेने की शर्तें (Conditions of Sampling)

(१) स्वतन्त्रता (Independence)—समग्र के भिन्न-भिन्न पद एक दूसरे से स्वतन्त्र होने चाहिये और प्रत्येक पद को न्यायदर्श में चुन लिये जाने का प्रसर होना चाहिये ।

(२) समानता (Homogeneity)—उस समग्र में जहाँ अनुसंधान हो रहा है किसी विशेष प्रकार का परिवर्तन नहीं होना चाहिये क्योंकि पदों के गुण व प्रकृति में परिवर्तन सांख्यिक नहीं ।

(३) समानता (Similarity)—न्यायदर्श ऐसा होना चाहिए कि उसमें मूल वस्तु के सभी गुण वर्तमान हों । यदि एक ही समग्र के दो न्यायदर्श लिये जायें तो दोनों मिलकुल समान हों ।

न्यायदर्श की विश्वसनीयता की जांच (Reliability Test of Samples)

यह बहुत कठिन परन्तु आवश्यक कार्य है । इसके दो प्रमुख ढंग हैं :—

(१) दो निदर्शन से प्राप्त न्यायदर्श को दो बराबर भागों में बाँट कर दोनों की तुलना करने पर यदि समानता मिले तो न्यायदर्श विश्वसनीय है अन्यथा इसमें संदेह है ।

(२) सम्पूर्ण में से फिर उतना ही न्यायदर्श वही रूप में लिया जाय और पहले वाले न्यायदर्श से तुलना की जाय । यदि दोनों में समानता हो तो न्यायदर्श विश्वसनीय है अन्यथा इसमें संदेह है ।

सम्भावना सिद्धान्त व निदर्शन अनुसंधान

(Theory of Probability and Sample Investigation)

प्रकृति में एक प्रकार की एकस्यता (Uniformity) है और इसी कारण निदर्शन पद्धति द्वारा प्राप्त निष्कर्ष बहुत कुछ ठीक निकलता है । यदि प्रकृति में यह एकस्यता न रहती तो बिना पूरे का जांच किये हुये संतोषजनक व शुद्ध परिणाम पर पहुँचना कठिन हो जाता ।

सम्भावना सिद्धान्त (Theory of Probability)—सम्भावना का अर्थ है किसी भी घटना के होने या न होने के विषय में अनिश्चितता की दशा में कोई अनुमान लगा लेना। निदर्शन अनुसंधान, सम्भावना सिद्धान्त पर आधारित है। यदि कोई घटना दो प्रकार से घट सकती है और यह कोई निश्चित नहीं है वह किस प्रकार घटेगी तो उस घटना के प्रत्येक प्रकार से घटने की सम्भावना प्राची है। उदाहरण के लिये यदि किसी सिक्के को हवा में १०० बार उछाला जाय और उछाली जाने वाली भूमि में कोई दोष न हो तो सिक्का ५० बार चित्र की ओर गिरेगा और ५० बार पीठ की ओर। यह सिद्धान्त मानव जीवन के लिये एक महत्वपूर्ण स्थान रखता है। इसके आधार पर बहुत से सिद्धान्त बने हैं। निदर्शन पद्धति इसी सिद्धान्त के आधार पर अपनाई गई है। परिकल्पना (Speculation) करने वाले तथा बीमा व्यवसाय करने वाले लोग इसी सिद्धान्त को आधार मानकर अपना कार्य करते हैं। सम्भावना सिद्धान्त की एक महत्वपूर्ण मान्यता यह है कि प्रयोग से सम्बन्धित समूह बड़ा हो। यह समूह जितना ही बड़ा होगा, यह सिद्धान्त उतने ही सच्चे अर्थों में लागू होगा। इनलिये न्यादर्श भी जितना ही अधिक होगा उसमें समग्र का गुण उतना ही अधिक होने की आशा होगी।

सांख्यिकीय नियमितता नियम (Law of Statistical Regularity)

यह नियम सम्भावना सिद्धान्त का उप-प्रमेय (Corrolary) है। यह प्रतिपादित करता है कि यदि सम्पूर्ण में से दैव निदर्शन (Random Sampling) द्वारा न्यादर्श लिया जाय तो वह समग्र का ठीक प्रकार में प्रतिनिधित्व कर सकेगा पर्याप्त इस न्यादर्श में उन्ही गुणों की सम्भावना होगी जो समग्र में है। प्रसिद्ध अर्थशास्त्री किंग के शब्दों में 'गणित के सम्भावना सिद्धान्त के आधार पर बना सांख्यिकीय नियमितता नियम बताता है कि यदि किसी बड़न बड़े समूह में से दैव निदर्शन द्वारा पर्याप्त बड़ी संख्या में पदों को चुन लिया जाय तो यह लगभग निश्चित है कि इन पदों में औसत रूप से बड़े समूह के गुण होंगे।'¹

जितने अधिक पद न्यादर्श में होंगे उतनी ही अच्छी तरह वे सम्पूर्ण का प्रतिनिधित्व कर सकेंगे। एक विशेष बात यह है कि चुनाव दैव निदर्शन से होना चाहिये ताकि सम्पूर्ण में से प्रत्येक अंश को न्यादर्श में चुन लिये जाने का समान अवसर मिले। इस नियम के अन्वय में यह निदर्शन ऐतिहासिक प्रचलन हुआ है क्योंकि सम्पूर्ण के केवल एक अंश की ही जाँच कर लेने से काम चल जाता है। उदाहरण के लिये यदि हम किसी वृक्ष के पत्तों की औसत संख्या जानना चाहें तो

1. "The law of statistical regularity formulated in the Mathematical Theory of Probability lays down that a moderately large number of items chosen at random from a very large group are almost sure, on the average, to have the characteristics of the large group."
—King

समान दशायें (Same Conditions)

न्यादर्श के प्रत्येक अंग को प्रभावित व नियंत्रित करने वाली दशायें समान होनी चाहिये ।

न्यादर्श लेने के ढंग (Methods of Sample)

न्यादर्श चुनने के मुख्य निम्न ढंग हैं :—

- (१) विस्तृत निदर्शन (Extensive Sampling)
- (२) सविस्तार निदर्शन (Deliberate, Purposive, Conscious or Representative Sampling)
- (३) दैज अथवा आकस्मिक निदर्शन (Random Sampling or Chance Selection)
- (४) नियमानुसार दैज निदर्शन (Systematic Random Sampling)
- (५) मिश्रित या स्तरित निदर्शन (Mixed Or Stratified Sampling)
- (६) सुविधानुसार निदर्शन (Convenience Sampling)
- (७) कौटा निदर्शन (Quota Sampling)
- (८) बहुत से स्तरों पर क्षेत्रीय दैज निदर्शन (Multistage Area Random Sampling)

(१) विस्तृत निदर्शन (Extensive Sampling)

यह प्रणाली संगणना प्रणाली से ही मिलती-जुलती है । इस रीति के अनुसार न्यादर्श बहुत अधिक मात्रा में लिया जाता है बल्कि यो समझिये कि जितनी भी इकाइयाँ उपलब्ध होनी है सबका अध्ययन होता है । यह रीति सगणना संगणना रीति के समान है । अन्तर केवल यह है कि संगणना पद्धति में निश्चिन रूप से प्रत्येक पद का अध्ययन किया जाता है परन्तु इस पद्धति में उन सभी पदों का अध्ययन किया जाता है जो सगणना से भिन्न आते हैं । जो पद आसानी से नहीं मिल पाते उन्हें इस पद्धति में छोड़ दिया जाता है ।

गुण (Merits) :

- (१) इस रीति में सरलता होती है । जो पद आसानी से उपलब्ध होते हैं उन्हें न्यादर्श में सम्मिलित कर लिया जाता है । जो नहीं उपलब्ध हैं या जिन्हें प्राप्त करने में कठिनाई होती है, उन्हें छोड़ देने हैं ।
- (२) इस पद्धति में सगणना पद्धति के समान सगणना सभी पदों की जाँच भी जाती है ।

बोध (Demerits) :

- (१) इस रीति में धन, समय व परिश्रम का व्यर्थ में अपव्यय होता है ।

(२) अनुसंधानकर्ता में यदि पक्षपात की भावना है तो न्यादर्श पर उसका बहुत बड़ा प्रभाव पड़ने का भवसर होता है।

(३) हो सकता है कि अधिक महत्वपूर्ण पदों की जांच न हो पाय और निष्कर्ष अनुद्ध हो जाय।

(२) सविचार निदर्शन (Deliberate or Purposive Sampling)

इस पद्धति में चुनाव करने वाला न्यादर्श का चुनाव ममत्क ब्रूक कर करता है। चुनाव करते समय वह यह प्रयत्न करता है कि सम्पूर्ण की सब विशेषणों न्यादर्श में आ जाय और इस उद्देश्य की पूर्ति के लिये वह समय की प्रत्येक प्रकार की विशेषणा को प्रकट करने वाले पदों को अपने न्यादर्श में सम्मिलित करता है। साधारणतः वह कोई प्रमाण निर्दिष्ट कर लेता है और उसी के आधार पर पदों की चुनाव है। सविचार निदर्शन की तीन प्रमुख रीतियाँ हैं —

(क) केवल शीघ्रत गुण वाली इकाइयों को चुनाव ताकि निश्चिन्ते हुए फल समय की प्रकट कर सकें। बहुत उच्च व बहुत कम गुण वाली हुई इकाइयों को छोड़ देना ताकि बहुमत पर बुरा प्रभाव न पड़े।

(ख) उद्देश्य के अनुसार जान ब्रूक कर न्यादर्श को छांटना ताकि कोई महत्वपूर्ण इकाई न छूटने पाये।

(ग) प्रत्येक समूह को उसी अनुपात में न्यादर्श में शामिल किया जाता है जिस अनुपात में वे अनुसंधान के क्षेत्र में हैं। इस प्रकार के चुनाव में चुनने वाले की भावना का चुनाव पर बहुत अधिक प्रभाव पड़ता है। यह प्रभाव प्रत्यक्ष या परोक्ष रूप में पड़ता है। चुनाव पर चुनने वाले की प्रवृत्तियों और उनकी पक्षपात की भावना का प्रभाव पड़ता है और इसीलिये इस प्रकार से निश्चिन्ते गये परिणाम वैज्ञानिक दृष्टि से विश्वसनीय नहीं होते। उदाहरणार्थ यदि कोई ऐसा व्यक्ति है जिसकी धारणा यह है कि किसी विशेष स्थान के मजदूरों की दशा अच्छी है तो इस प्रकार का न्यादर्श लेते समय उसके चुनाव में अच्छी दशा वाले परिवार आ जायेंगे और निष्कर्ष यह होगा कि वहाँ के मजदूरों की दशा अच्छी है। परन्तु यदि इसके विपरीत उसकी पूर्ण धारणा यह है कि उस स्थान के मजदूरों की दशा बहुत बुरी है तो चुनाव करते समय बहुत बुरी दशा वाले परिवार ही उसके चुनाव में आयेंगे और परिणाम यह निकलेगा कि वहाँ के मजदूरों की दशा बहुत बुरी है।

गुण (Merits) :

(१) निदर्शन की यह पद्धति बहुत सरल है।

(२) प्रमाण निर्दिष्ट कर लेने व योजना बना लेने से न्यादर्श का चुनाव ठीक होने की सम्भावना होती है।

(३) उस अनुसंधान के लिये उपयुक्त है जहाँ कुछ इकाइयाँ इतनी महत्वपूर्ण हों कि उन्हें शामिल करना अनिवार्य हो।

दोष (Demerits) :

- (१) चुनाव करने वाले की पूर्वधारणाओं का बहुत बड़ा प्रभाव चुनाव पर पड़ता है और निष्पत्ति को अनुसृत बना देता है ।
- (२) ग्यादर्श लेने वाले में उचित ज्ञान की आवश्यकता होती है ताकि वह समग्र के प्रत्येक अंग की विशेषता को ठीक प्रकार समझ सके ।

(३) दैय निदर्शन (Random Sampling or Chance Selection)

इसमें चुनने वाले को कोई युक्ति नहीं लगानी पड़ती है । चुनाव यादृच्छिक ढंग से हो जाता है । किसी पद को चुनाव में शामिल करने का कोई कारण नहीं होता । इसमें सम्पूर्ण के किसी भी भाग को ग्यादर्श में आ जाने की समान रूप में सम्भावना होती है ।

द्वैय निदर्शन रीति से ग्यादर्श लेने के निम्न ढंग हैं :—

(क) घिट्टी डालना (Lottery System)—इस रीति में सभी पदों के लिये पलंग-पलंग गण्ड्या या घिट्टी निविष्टत कर लेते हैं और सबको एक साथ रखकर उनमें से कुछ उठा लेते हैं ।

(ख) धाल घण्ट करके चुनना (Blindfold Selection)—इस रीति में चुनने वाला पदों में से धाल घण्ट करके चुनने को उठा लेता है और वे ही ग्यादर्श में शामिल किये जाते हैं ।

(ग) पदों की बिजती रीति से सजाकर (Arrangement of Items in some Order)—इस रीति में पहले पदों को बिजती ढंग से सजा लेते हैं और उनमें से यादृच्छिक ढंग से कुछ पदों को चुन लेते हैं ।

(घ) टिपेट की संख्याओं द्वारा (By means of Tippett's Numbers)—प्रसिद्ध गारियस टिपेट महोदय ने ४१,९०० संख्यायें बिना किसी क्रम के तारल्यो में दी हैं । इस तारल्यो की सहायता से ग्यादर्श का चुनाव सरल होता है । सबसे पहले सभी पदों के लिये संख्यायें निविष्टत कर लेते हैं और फिर बाद में तारल्यो की सहायता से बिजती १, २, ३ का पन्नास या अन्य संख्याओं को चुन लेते हैं । ये संख्यायें जिस पदों को प्रकट करती हैं उन्हें ग्यादर्श में सम्मिलित कर लिया जाता है ।

काउले समिति (१९३३) ने द्वैय निदर्शन ढंग को भारत की सांख्यिक दसा की जीवन करने के लिये टीका बताया था ।

पुण्य (Merits) :

- (१) इस रीति से चुनाव करने में पदागत के लिये सुजागरता नहीं रहती । सभी पदों के चुने जाने का समान अवसर होता है ।
- (२) चुनाव करने वाले को कोई युक्ति नहीं लगानी पड़ती है । वह प्रभावनाय चुनाव करता है ।

- (३) चुनाव के लिये कोई विस्तृत योजना नहीं बनानी पडती है ।
- (४) इस रीति से घन, समय व परिश्रम कम खर्च होता है ।
- (५) इस रीति मे न्यादर्श की शुद्धता की जांच भी दूसरे न्यादर्श लेकर की जा सकती है ।

दोष (Demerits) :

- (१) यह पद्धति कम अनुसंधान के लिये उपयुक्त नहीं जहाँ कुछ इकाइयाँ इतनी महत्वपूर्ण हों कि उन्हें न्यादर्श में शामिल करना आवश्यक हो ।
- (२) यदि न्यादर्श बड़ा न हुआ तो संभव है वह समग्र का ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व न कर सके ।

दंड निदर्शन की शर्तें (Conditions for Random Sampling)

- (१) सग्रहकर्ता में पक्षपात की भावना तनिक भी न हो ।
- (२) प्रत्येक पद या अक्ष को चुनाव में आ जाने का समानरूप से अवसर हो ।

परिसीमायें (Limitations) :

- (अ) यदि अनुसंधान का क्षेत्र बहुत संकीर्ण हो तो परिणाम विश्वसनीय नहीं हो सकते ।
- (आ) यदि सम्पूर्ण असजातीय हो अर्थात् उसके प्रत्येक पद में भिन्नता हो तो न्यादर्श प्रतिनिधि नहीं होगा ।
- (इ) सम्पूर्ण के प्रत्येक घंटा के लिये यह आवश्यक है कि वह दूसरो से स्वतंत्र हो ।
- (ई) चुनावकर्ता में यदि किंचित मात्र भी पक्षपात की भावना आई तो फल विश्वसनीय नहीं होगा ।

(४) नियमानुसार दंड निदर्शन (Systematic Random Sampling)

दंड निदर्शन का ही एक प्रकार 'नियमानुसार दंड निदर्शन' है । जिस क्षेत्र का अनुसंधान करना होता है उसकी सभी इकाइयों को क्रम से लिखकर उन पर नम्बर (१, २, ३, ४, ५, ६ आदि) डाल दिये जाते हैं । फिर आवश्यकतानुसार जितनी इकाइयाँ लेनी हों उन्हीं के अनुसार हर पीचवें या सातवें या अन्य किसी इकाई पर जाने वाली इकाई को छोट लिया जाता है । यही इकाइयाँ न्यादर्श होती हैं जिनकी जांच की जाती है । जैसे माना कि १०५ इकाइयाँ हैं और इनमें से कुल ७ इकाइयों को चुनना है तो प्रत्येक पन्द्रहवीं इकाई न्यादर्श में आ जायेगी अर्थात् ये इकाइयाँ न्यादर्श होंगी १५, ३०, ४५, ६०, ७५, ९० व १०५ ।

गुण (Merits) :

- (१) इसमें पक्षपात की सम्भावना कम रहती है ।

- (२) प्रत्येक प्रकार की इकाई की न्यादर्श में शामिल होने की सम्भावना रहती है।
- (३) इकाइयों का उचित विभाजन भी किया जा सकता है और अनुपात चुनाव की भी अनुपात जा सकता है।

दोष (Demerits) :

- (१) स्वार्थी या पक्षपाती लोग इकाइयों की प्रमानुसार लिखते समय अपने स्वार्थ को ध्यान में रखते हैं। इसका फल यह होता है कि उनकी इच्छित इकाइयों ही चुनाव में धानी हैं।
- (२) इकाइयों में परिवर्तन होने की दशा में यदि प्रणाली में सावधानी न की जाय तो फल संतोषजनक प्राप्त नहीं होते हैं।

(५) मिश्रित या स्तरित निदर्शन (Mixed or Stratified Sampling)

यह प्रणाली मविचार निदर्शन और दैव निदर्शन दोनों का सम्मिश्रण है। इसमें सबसे पहले मविचार निदर्शन द्वारा सम्पूर्ण को किसी कुछ विशेष के आधार पर कई भागों में बाँट देते हैं। इनके उपरान्त दैव निदर्शन द्वारा प्रत्येक भाग में से कुछ पदों को चुन लिया जाता है।

उदाहरणार्थ यदि किसी कक्षा में २५ विद्यार्थी हैं और इनमें से न्यादर्श लेना है तो सबसे पहले मविचार निदर्शन द्वारा इन विद्यार्थियों को तीन श्रेणियों में विभक्त कर दिया जैसे प्रथम श्रेणी, द्वितीय श्रेणी व तृतीय श्रेणी। मान लिया कि प्रथम श्रेणी में ५ विद्यार्थी, द्वितीय में १० और तृतीय में १० हैं। अब दैव निदर्शन प्रणाली से प्रत्येक श्रेणी में से विद्यार्थी संख्या के अनुपात में चुन लिये जायेंगे अर्थात् प्रथम श्रेणी से १ विद्यार्थी, द्वितीय श्रेणी से २ और तृतीय श्रेणी से २ चुन लिये जायेंगे। इस प्रकार से चुने हुए पाँच विद्यार्थी कक्षा का मविचरित प्रतिनिधित्व करेंगे।

गुण (Merits) :

इस रीति में दोनों प्रमुख रीतियों के गुण प्राप्त होते हैं। विशेषता यह है कि इस रीति से चुनाव प्रविष्ट विरहमयीय होता है क्योंकि सम्पूर्ण के विभिन्न स्तरों का प्रतिनिधित्व हो जाता है। इस कारण से यह रीति प्रायः बहुत बहुत प्रिय है।

दोष (Demerits) :

- (१) यदि वर्ग बनाने में त्रुटियाँ हो जायें तो इस प्रणाली द्वारा लिखते हुये फल संतोषजनक नहीं होते हैं।
- (२) मत्र प्रकार के गुणों वाली इकाइयों के न चुने जाने पर भी संतोषजनक फल प्राप्त नहीं होते हैं।

(६) सुविधानुसार निदर्शन (Convenience Sampling)

इस विधि के अनुसार अनुसंधानकर्ता को जो भी विधि सुविधाजनक मात्तूम पड़े उनके अनुसार न्यादर्श को चुनकर उनकी जाँच की जाती है। जैसे किसी

यूनिवर्सिटी के कॉमर्स के प्रोफेसरो मे से न्यादर्श लेने के लिये कालेजों के प्रास्पेक्टस का प्रयोग करना ।

गुण (Merits) :

यह विधि अत्यन्त आरामदायक है । इसमे समय, थम व व्यय की बहुत बचत होती है ।

दोष (Demerits) :

यह प्रणाली बहुत ही बुरी है इसके द्वारा निवाले हुये फल अविदवसनीय होते हैं । इसका प्रयोग न्यादर्श निवालेने के लिये नहीं किया जाता है ।

(७) कोटा निदर्शन (Quota Sampling)

यह प्रणाली यद्यपि मिश्रित प्रणाली की तरह है परन्तु फिर भी इसमें धीर मिश्रित प्रणाली मे एक बहुत बड़ा अन्तर है । मिश्रित प्रणाली मे इकाइयों के वर्ग करने के बाद अनुसंधानकर्ता स्वयं प्रत्येक वर्ग से आवश्यकतानुसार इकाइयाँ छाँटता है परन्तु इस प्रणाली मे इकाइयाँ छाँटने का काम गणकों पर छोड़ दिया जाता है । गणको को ऐसा करने के लिये अनुसंधानकर्ता द्वारा पर्याप्त सूचनायें दे दी जाती हैं ।

गुण (Merits) :

यदि गणक अपना काम ईमानदारी व बुद्धिमत्ता से करें तो यह प्रणाली उसी प्रकार संतोषजनक फल दे सकती है जैसे कि मिश्रित प्रणाली द्वारा दिये जाते हैं ।

दोष (Demerits) :

(१) गणको से उतनी ईमानदारी व सावधानी की भाशा करना जितनी कि अनुसंधानकर्ता स्वयं दिखाता है, भूल है । अतः यह प्रणाली उतनी अच्छी नहीं है जितनी कि मिश्रित प्रणाली ।

(२) गणको से बहुधा पक्षपात हो जाता है जिसके फलस्वरूप विदवसनीय सूचनायें प्राप्त नहीं होती हैं ।

(८) बहुत से स्तरों पर क्षेत्रीय दैव निदर्शन (Multistage Area Random Sampling)

इस विधि मे इकाइयों का चुनाव अथ विधिओं की तरह एक बार न होकर कई बार विभिन्न स्तरों पर होता है, तथा इकाइयों का चुनाव क्षेत्रीय स्तर पर होता है । जैसे यदि किसी भी शहर की जनसंख्या के बारे मे यदि कोई ज्ञान प्राप्त करना हो तो सर्वप्रथम उस नगर को कुछ क्षेत्रों में विभाजित कर दिया जायेगा । क्षेत्रों में बाँटते समय यह ध्यान रखना चाहिये कि क्षेत्र इस प्रकार बनाये जाय ताकि एक क्षेत्र मे लगभग एक ही प्रकार के लोग रहते हों । फिर इस प्रकार के प्रत्येक क्षेत्र से दैव निदर्शन विधि के अनुसार एक गृह-समूह चुनना चाहिए । इस प्रकार के प्रत्येक गृह-समूह से कुछ गृहों को चुनना चाहिए । इन गृहों मे से कुछ व्यक्तियों को चुनकर उनकी

जांच करनी चाहिए। इस प्रकार यह स्पष्ट है कि इस विधि की दो प्रमुख विशेषतायें हैं —

(१) चुनाव कई स्तरों पर होता है।

(२) प्रत्येक स्तर पर चुनाव करते समय देव निर्दान का प्रयोग किया जाता है।

गुण (Merits)

(१) एक बड़े शहर के क्षेत्रीय स्तर पर जनसंख्या ज्ञात करने के लिए यह प्रणाली अत्यंत उपयुक्त है।

(२) इसमें प्रत्येक इकाई के चुने जाने की समान सम्भावना रहती है मत फल सतोपजनक रहते हैं।

(३) देव निर्दान प्रणाली के सभी लाभ इनमें प्राप्त होते हैं।

दोष (Demerits)

(१) क्षेत्रीय स्तर पर विभाजन करने की एक शर्त है कि विभिन्न क्षेत्रों में एक रूपता हो। यह शर्त बहुत कम पूरी होती है। मत क्षेत्रों का विभाजन जैसा इस विधि के अनुसार होना चाहिये वैसा नहीं हो पाता है।

(२) देव निर्दान के सभी दोष इसमें भी हैं।

Standard Questions

1 Distinguish between a census and a sample enquiry and discuss their comparative advantages (B Com Jaipurana, 1953)

2 State and explain the Law of Statistical Regularity and the Law of Inertia of Large Numbers How do these laws help the investigator in his work (B Com Agra, 1950)

3 Discuss the importance of the methods of Random Sampling in an investigation extending over a wide area (B Com Agra, 1954)

4 What is Random sampling? How would you make use of this method in an economic survey of the newly created Rajasthan Union? (B Com Raj, 1950)

5 How far do the results of statistical investigations depend upon correct sampling? Compare the different methods used to secure representative data (B Com Agra, 1939)

6 Distinguish between a census and a sample inquiry and discuss briefly their comparative advantages Explain the conditions under which each of these methods may be used with advantage (B Com, Bargar, 1955)

7 Describe in detail how the Census Enquiry and the two kinds of Sample Enquiry are conducted? What are the problems peculiar to each one of them? Compare their relative merits (B Com Bargar, 1916)

8 Show the necessity of the use of Random Sampling in any expensive investigation How would you make use of the method

in carrying out an economic survey of the rural area of U P

(B Com Allahabad, 1935)

9 Briefly describe the random sampling and comment its use in social investigation

(M Com. Agra, 1945)

10 Distinguish between census and sampling enquiry and briefly discuss their comparative advantages Which of these methods, would you prefer for calculating the total wages of workers in a given industry

(M Com Agra, 1946)

11 Discuss the application of the theory of probability to statistics

(M A, Allahabad)

12 Explain the meaning and use of the Law of Statistical Regularity How is it effected by the number of items under investigation ?

(B Com, Lucknow)

13 What do you understand by sampling ? Explain the statement "a moderately large number of items chosen at random from a very large number of items should have the characteristics of the larger group"

(M S W, Lucknow)

14 Compare the advantages and disadvantages of the census method (complete enumeration) and the sample method of collecting statistics

(B Com Calcutta, 1937)

15 What is sampling and what are its uses ? Explain how would you design a sample survey to estimate the average size of holdings in a locality

(M A Agra, 1947)

16 How can the method of "Random Sampling" be used for estimating correctly the yield of wheat in the U P

(M A Agra, 1949)

17 Bring out clearly the difference between a census and sample enquiry and discuss briefly their comparative advantages State the difficulties which led the Government of India recently to undertake a village sample survey

(M A, Agra, 1954)

18 Random Sampling owes importance to the fact that we can assess the results obtained from it in terms of probability, otherwise the reliability of estimates remain a matter of individual opinion' Elucidate this statement

(M A Agra, 1956)

19 State and explain the law of statistical regularity Discuss the method generally used in sampling

(B Com Agra, 1940)

20 What is random sample ? Explain the difference between random sample and representative sample How would you apply the technique of random sampling in an enquiry into the working class family budgets

(M A Agra, 1946)

21 Describe briefly the various methods of sampling Explain, giving examples, their merits and demerits

(B Com Lucknow, 1955)

22 "In any sample survey there are many sources of error A perfect survey is a myth" Discuss this statement

(M A Agra, 1957)

23 State and explain the law of statistical regularity and the law of inertia of large numbers

(B Com. Agra, 1953)

एकत्रित सामग्री का सम्पादन

(Editing of Collected Data)

गणकों द्वारा एकत्रित सामग्री बड़ी सम्भवस्थित रूप में रहती है और बहुत सावधानी रखने के उपरान्त भी संकलन में घनेक प्रगुडियाँ या जाने की समावना होती है। ये प्रगुडियाँ साधारणतः निम्न तीन कारणों से होती हैं :—

- (१) कुछ संग्रहकर्ता की प्रसावधानी के कारण।
- (२) कुछ संग्रहकर्ता की पक्षपात भावना के कारण।
- (३) और कुछ संग्रहकर्ता की बुद्धिमत्ता की कमी के कारण।

संग्रहीत प्रावकों की व्यवस्थित और उपयोग में लाने योग्य बनाने के लिए यह परमावश्यक है कि उनकी प्रगुडियों को ठीक किया जाव। सम्भवस्थित प्रावकों की व्यवस्थित करने तथा प्रगुडियों के संशोधन के कार्य को सम्पादन कहते हैं।

सम्पादन में मुख्यतः निम्न कार्य होते हैं —

- (१) त्रुटियों को ढम से रचना—सबसे पहले एकत्रित प्रावकों को ढम से उजावर रखना पड़ता है ताकि एव तो यह ठीक से पता रहे कि कौन सी सूचनायें कहीं हैं तथा कौन-कौन सी सूचनायें अभी प्राप्त नहीं हुई हैं। संग्रहकर्ता प्राप्त सूचनाओं को प्राप्त करने का प्रयत्न करता है।
- (२) त्रुटियों की जाँच तथा संशोधन—त्रुटियों को ढम से रखने के उपरान्त संग्रहकर्ता यह देखता है कि सूचनायें लिखे जाते वकाले प्रपत्र में त्रुटि (Errors) ठीक से किये गये हैं या नहीं। यदि कोई प्रगुडि प्रकट हो तो उसे ठीक करना चाहिए। प्रगुडियाँ करते समय निम्न प्रगुडियाँ हो जाती हैं —
 - (१) सूचना को उचित स्थान पर न लिखकर किसी अन्य स्थान पर लिख देना।
 - (२) प्रदाता को टिकी धोन-सदमने के कारण उलका-उलका प्रगुडि लिख देना।
 - (३) उत्तर लिखने में प्रसावधानी या भूल हो जाना।

- (४) योग में अनुद्धियों का हो जाना ।
 (५) किसी प्रश्न का उत्तर ही न देना ।
 (६) सूचना को अनुद्धि ढंग से भर देना जैसे वर्ष के स्थान पर माह लिख देना । सग्रहकर्ता का यह कर्तव्य है कि वह इन अनुद्धियों को गूढ़ कर ले ।

(३) सकेत निश्चित करना—बहुत सी सूचनाओं को सकेत में व्यक्त किया जाता है । इससे सारणीयन में बहुत आसानी हो जाती है । सकेत प्रारम्भ में ही निश्चित कर लिये जाते हैं । उदाहरण के लिये मान लीजिये घाव निश्चित कर लिए व और अशिशित के लिये ख सकेत बना लेते हैं । इसमें सम्पादन कार्य में बड़ी सरलता हो जाती है । यह सकेत प्रत्येक प्रश्न पर लिख देने चाहिए ।

(४) न्यादर्श के विषय में जाँच—सग्रहकर्ता यह भी जाँच करता है कि पूर्व निश्चिन योजना के अनुसार न्यादर्श लिया गया या नहीं । न्यादर्श में किसी प्रकार की अनुद्धि या अपर्याप्तता तो न थी । यदि थी तो वह फिर से न्यादर्श लेकर शुद्धता की जाँच करेगा ।

(५) माप का एकक—माप का एक निश्चित व स्पष्ट एकक अनुसंधान के प्रादि से अतः तब प्रयोग किया गया है या नहीं । यदि नहीं तो समक विद्वसनीय नहीं कह जा सकते ।

(६) सूचना देने वाला ने प्रश्न को ठीक तरह से समझ लिया या तथा वे उनके महत्व को समझते थे । यदि सग्रहकर्ता इस बात से संतुष्ट है तब तो ठीक माने जा सकते विद्वसनीय नहीं माने जा सकते ।

(७) शुद्धता का स्तर—सग्रहकर्ता यह देख लेगा कि शुद्धता का स्तर (Degree of Accuracy) तथा उपसादन (Approximation) का ढग पहले से जो निश्चित किया गया था उसे ठीक तरह से निभाया गया है या नहीं ? तथा वे समस्या के उपयुक्त हैं या नहीं ।

(८) सग्रहकर्ता ने पक्षपात की भावना रही है या नहीं । यदि रही है तो किस हद तक ।

सम्पादन कार्य में सग्रहकर्ता साधारणतः ये कार्य करता है और यथा सम्भव अनुद्धियाँ को ठीक करता है । यदि वह यह अनुभव करता है कि अनुद्धियाँ बहुत हैं तथा महत्वपूर्ण हैं तो वह नई योजना बनाकर नए सिरे से समक के सफलता का कार्य प्रारम्भ करता है । इसमें उसका यह प्रयत्न रहता है कि वे अनुद्धियाँ फिर न आजायें ।

शुद्धता (Accuracy)

पूरा शुद्धता (Perfect accuracy) का अर्थ यह होता है कि किसी वस्तु या घटना को ठीक उसी प्रकार प्रकट किया जाय जैसी वह है या सुनी या देखी गई है ।

सांख्यिकी में पूर्ण शुद्धता प्राप्त करना असम्भव है। कारण यह है कि सांख्यिकी में शुद्धता मनुष्य और उसके साधनों से प्राप्त की जाती है और ये दोनों अपरिन्त मनुष्य और उसके साधन अपूर्ण हैं। इसलिए सांख्यिकी में पूर्ण शुद्धता के माध्यमान होता है, परन्तु भविष्य के परिणामों के बारे में केवल अनुमान लगाया जा सकता है और माशा की जा सकती है। प्रवृत्तियों के विषय में अनुमान लगाए जा सकते हैं।

यह तो सच्चे धर्मों में शुद्धता यह है कि पूरे दशमलय धर्मों तक मुख्य निश्चाला जाय। परन्तु सांख्यिकी में ऐसी शुद्धता अपेक्षित नहीं। साधारण रूप से शुद्धता काफी होती है। इसलिए पूर्ण शुद्धता प्राप्त करने का प्रयास स्वयं और पूर्णतः पूर्ण होता है। सांख्यिकीय रीतियों जटिलताओं को सरल बनाती हैं। इसलिए उपसमापन (Approximation) का कार्य प्रारम्भ से ही आवश्यक हो जाता है। वास्तव में इसके परिणामों में कोई उल्लेखनीय अन्तर नहीं पड़ता और स्वयं की महत्त्व नहीं करती पड़ती। दूसरे, हमें किसी भी बात को समझने में सरलता हो जाती है।

हम इन विचार विमर्श के उपरान्त निम्न परिणामों पर पहुँचते हैं :—

- (१) सांख्यिकीय गणनाओं में पूर्ण शुद्धता संभव नहीं। इसका कारण यह है कि बहुत से गणक इस कार्य में लगे होते हैं और संग्रह की हुई सामग्री पर उनकी व्यक्तिगत प्रवृत्तियों व धारणाओं का प्रभाव पड़ता है और बहुत से अनिश्चित और अनुद्ध माप के एक प्रयोग में लाये जाते हैं।
- (२) पूर्ण शुद्धता के अभाव में निश्चित शुद्धता पर भरोसा करना पड़ता है।
- (३) भौतिक और सामाजिक विज्ञानों के अन्तर्गत जाने वाले मामलों में जहाँ परिस्थितियाँ कुछ धर्मों तक गणकों के अधिभार में रहती हैं, उनमें भी अधिकांश शुद्धता होती है जबकि अवसाय व वातावरण सम्बन्धी मामलों के धर्मों में जहाँ वास्तविक परिस्थितियों पर अनुमानपानकर्ता का कोई अधिभार नहीं होना अपेक्षाकृत कम शुद्धता होती है।
- (४) विज्ञानों के विज्ञान के साथ शुद्धता के स्तर में भी विज्ञान होता जाता है। इसलिए विचरुत्तरीय शुद्धता (Progressive accuracy) वैज्ञानिक और गणित सम्बन्धी विज्ञान का उद्देश्य होता है।
- (५) इसलिये सर्वोत्तम ढंग यही है कि शुद्धता का एक स्तर निश्चित कर लिया जाय और उसी अनुसार परिणामों में संभव शुद्धता प्राप्त की जाय।

शुद्धता का स्तर (Standard of Accuracy)

वास्तव में धर्मों का संग्रह करने में पूर्व ही शुद्धता का स्तर निश्चित कर लेना आवश्यक है। निम्न धर्मों को ध्यान में रखते हुये शुद्धता का स्तर निश्चित किया जाना चाहिये :—

- (क) अनुसंधान का उद्देश्य क्या है ?

(व) कितनी शुद्धता संभव है ?

(स) संग्रहण का कौन सा ढंग प्रयुक्त होगा ?

बुद्ध ऐसी समस्याएँ होती हैं जहाँ बहुत उच्च स्तर की शुद्धता से कोई विशेष फल नहीं निकलता और व्यर्थ में परेशानियाँ बढ़ जाती हैं तथा धन व समय का दुर्लभयोग होता है जैसे प्रातः या देस की जनसंख्या सम्बन्धी भ्रूणिकडे एकत्रित करने में ५० या १०० व्यक्तियों की घट-बढ़ कोई विशेष फल नहीं रखता है। परन्तु यदि एक गाँव के लोगों की जनगणना की जाय तो उसमें ५० या १०० व्यक्तियों की घट-बढ़ हमारे परिणाम को दूषित कर देगा। जहाँ शुद्धता का स्तर निश्चित किया गया हो वहाँ यथासम्भव प्राप्त होने वाली शुद्धता को प्राप्त करने का प्रयत्न किया जाना चाहिये।

उपसादन अथवा सन्निकटीकरण (Approximation)

उपसादन में बड़ी-बड़ी जटिल संख्याओं के स्थान पर निकटवर्ती पूर्णाङ्क संख्या रखकर उन्हें सक्षिप्त तथा सरल बनाया जाता है जिससे परिणाम में कोई विशेष अन्तर न पड़े और स्थिति को समझने में अधिक सरलता हो जाय। उपसादन के सम्बन्ध में निम्नलिखित महत्वपूर्ण तथ्य हैं :—

- (१) जब कभी किसी संख्या में उपसादन करना हो तो पहिले इकाई का सन्निकटीकरण करना चाहिए फिर दहाई का और फिर सैकड़ा का।
- (२) यदि संख्या दशमलव की है तो पहिले सवा भाग का सन्निकटीकरण करना चाहिये फिर दसवें भाग का।

उपसादन के उद्देश्य

(१) सांख्यिकी अनुमानों का विशाल है। यह बहुत कुछ अंशों में सत्य है। यह पीछे समझाया जा चुका है कि सांख्यिकीय रीतियों में पूर्ण शुद्धता प्राप्त करना अत्यन्त दुष्कर होता है तथा यदि अनेक परेशानियों के पश्चात् यदि पूर्ण शुद्धता प्राप्त भी की जाय तो कोई विशेष लाभ नहीं होता। अतः अनुसंधानकर्ता उपसादन का प्रयोग उचित समझते हैं।

(२) सांख्यिकीय रीतियों का एक उद्देश्य जटिलताओं व दुर्लभताओं को सरल व स्पष्ट बनाना है और इन सब कारणों से उपसादन का कार्य प्रारम्भ से ही आवश्यक हो जाता है।

लाभ :

उपसादन से निम्न लाभ होते हैं :—

(१) जटिल संख्याओं की सरलता—उपसादन से जटिल और बड़ी संख्याएँ सरल और सरलता से याद करने योग्य हो जाती हैं। जैसे १,६५,८७२ को याद करना

कठिन है परन्तु इसे यदि २ लाख बना लें तो इसे व्यवहार में आना तथा याद करना दोनों सरल है।

(२) अक्षयणिक की सरलता—उपसादन से अक्षयणिक सम्बन्धी क्रियाएँ जैसे जोड़ना, घटाना, गुणा, वर्गमूल आदि सभी सरल हो जाता है।

(३) तुलना की सरलता—उपसादन में तुलना सरल हो जाती है क्योंकि संख्याएँ छोटी व घासान्नी से समझन योग्य हो जाती हैं।

उपसादन के प्रकार (Kinds of Approximation)

(१) संख्याओं को एकत्रित करते समय उपसादन (Approximation of Enumeration)—पूर्णाङ्कों की गणना तो पूर्ण शुद्धता के साथ हो सकती है जैसे किसी गाँव में पुरुषों की संख्या या किसी शहर में निवासियों की संख्या। परन्तु मात्र की इकाइयों की गणना में पूर्ण शुद्धता प्राप्त करना असम्भव कठिन है। कुछ न कुछ मात्रा में यहाँ असुद्धता अवश्य रहेगी। जैसे अनाज की तोल—इसे सेर, छटाक या तोलों तक तोला जाय या सेर या छटाक तक ही पूर्णाङ्क कर लिया जाय। अब यह विचार करके निश्चित करना होगा कि उपसादन किस संज्ञा तक किया जाय अर्थात् किस संज्ञा तक शुद्धता को निभाया जाय।

(२) विश्लेषण का उपसादन (Approximation of Analysis)—सामग्री के एकत्रित हो जाने पर भी उपसादन किया जाता है। वहाँ किस सीमा तक उपसादन करना चाहिये यह अनुसंधान के उद्देश्य पर निर्भर करता है परन्तु अधिकतर ऐसा होता है कि एकत्रित संख्याओं का घासान्नी में समझने व तुलना करने के दृष्टिकोण से उपसादन कर लिया जाता है।

उपसादन की रीतियाँ (Methods of Approximation)

उपसादन की निम्नलिखित रीतियाँ बहुत उपयोगी जाती हैं :—

- (१) संख्या में कुछ जोड़कर उपसादन ;
- (२) संख्या में कुछ घटाकर उपसादन ;
- (३) निश्चित पूर्णाङ्क तक उपसादन ;
- (४) गुणांक नियम द्वारा।

इनमें से प्रत्येक का वर्णन नीचे किया जाता है :—

(१) संख्या में कुछ जोड़कर उपसादन (Approximation by adding figures)—एक निश्चित अनुसार उपसादन की जाने वाली संख्या से अगली पूर्णाङ्क संख्या को लिया जाता है। उपसादन इकाई, दहाई, गैरचा, हजार अर्थात् किसी बिन्दु तक हो सकती है। इस प्रकार उपसादन की हुई संख्या वास्तविक संख्या से उदैव बढ़ी होती है। मान लीजिये १०,७५,१५५.७ को उपसादित करना है तो वह निम्न प्रकार में होगा :—

| | |
|------------------------------|-----------|
| निकटतम इकाई तक उपसादित मूल्य | १८,७५,३५६ |
| दहाई तक उपसादित मूल्य | १८,७५,३६० |
| सैकड़ा तक उपसादित मूल्य | १८,७५,४०० |
| हजार तक उपसादित मूल्य | १८,७६,००० |
| दस हजार तक मूल्य | १८,८०,००० |
| लाख तक उपसादित मूल्य | १९,००,००० |
| दस लाख तक उपसादित मूल्य | २०,००,००० |

प्राप्तिचिन्ता—इस विधि में जितनी छोटी संख्या का उपसादन होगा प्रशुद्धि उतनी ही अधिक होगी। इसके विपरीत जितनी बड़ी संख्या का उपसादन किया जायेगा प्रशुद्धि उतनी ही कम होगी।

(२) संख्या में से कुछ घटाकर उपसादन (**Approximation by discarding figures**)—इस रीति के अनुसार संख्या को जिस स्थानीयमान तक रखना होता है—वहाँ तक तो रख लिया जाता है और शेष अंकों को छोड़ देते हैं। मान लीजिये १८,७५,३५५.७ को इस रीति से उपसादित करना है तो वह निम्न प्रकार से होगा :—

| | |
|--------------------------|-----------|
| इकाई तक उपसादित मूल्य | १८,७५,३५५ |
| दहाई तक उपसादित मूल्य | १८,७५,३५० |
| सैकड़ा तक उपसादित मूल्य | १८,७५,३०० |
| हजार तक उपसादित मूल्य | १८,७५,००० |
| दस हजार तक उपसादित मूल्य | १८,७०,००० |
| लाख तक उपसादित मूल्य | १८,००,००० |

प्राप्तिचिन्ता—इस विधि में जितनी छोटी संख्या का उपसादन किया जायगा प्रशुद्धि उतनी ही कम होगी। इसके विपरीत जितनी बड़ी संख्या का उपसादन किया जायगा प्रशुद्धि उतनी ही अधिक होगी।

(३) निकटतम पूर्णाङ्क तक उपसादन (**Approximation to the nearest round figure**)—इस रीति के अनुसार पहले निम्न बातें निश्चित करनी पड़ती हैं :—

- (१) किस स्थानीय मान तक उपसादन करना है ?
- (२) जो अंक छोड़े जा रहे हैं वह अपने निकटतम पूर्णाङ्क अर्थात् भगली शून्य संख्या के आधे से अधिक है अथवा कम ?
- (३) यदि वे आधे से अधिक हो तो उन्हें भगले शून्य संख्या तक बढ़ाकर पूर्णाङ्क कर देते हैं। जैसे ५७० में ७० अपने भगले शून्य तक पूर्णाङ्क संख्या अर्थात् १०० के आधे से अधिक है इसलिये उसे १०० मान कर ५७० को ६०० बना लेंगे।
- (४) यदि छोड़े जाने वाले अङ्क भगले शून्य पूर्णाङ्क संख्या के आधे से कम हैं तो उन्हें छोड़ दिया जायेगा जैसे यदि ५४० है तो ४० अपने भगले

शून्य तक पूर्णाङ्क संख्या प्रयात् १०० के आधे से कम है तो इसे छोड़ देंगे और उपसादन संख्या ५०० होगी। यह प्रणाली अधिक वैज्ञानिक है क्योंकि पहली दो पद्धतियों में प्रशुद्धियाँ संचित होती जाती हैं और इस पद्धति में प्रशुद्धियाँ समकारी (Compensatory) होती हैं प्रयात् एक दूसरे की पूरक होती हैं।

घालोचना—इस विधि में जितनी छोटी या जितनी बड़ी सम्प्राप्तों का उपसादन किया जायेगा प्रशुद्धि उतनी ही कम होगी, परन्तु यदि उपसादन की जाने वाली संख्याएँ न हो छोटी हैं न बड़ी बरन् बीच की तो प्रशुद्धि अधिक होगी।

उपसादन की रीतियों का तुलनात्मक अध्ययन

प्रशुद्धता के दृष्टिकोण से उपसादन की विभिन्न रीतियों में विन्नाहित अंतर है :—

(१) 'संख्या में कुछ जोड़कर उपसादन' व 'संख्या में कुछ घटाकर उपसादन' करने वाली विधियों में प्रशुद्धियों के बढ़ने की प्रवृत्ति होती है। जितनी अधिक संख्याओं का उपसादन किया जायेगा, प्रशुद्धियाँ उतनी ही बढ़ती आयेगी और जितनी कम संख्याओं का उपसादन किया जायेगा प्रशुद्धियाँ उतनी ही कम रहेंगी।

(२) उपयुक्त विवरण से भिन्न नियम 'निकटतम पूर्णाङ्क तक उपसादन' वाली रीति में लगता है। इस विधि में जितनी अधिक संख्याओं में उपसादन किया जायेगा प्रशुद्धियाँ उतनी कम होगी क्योंकि इस विधि में प्रशुद्धियों की प्रवृत्ति पूरक होती है।

उपयुक्त विवरण नीचे दिये हुये उदाहरण में स्पष्ट हो जाता है :—

| मूल संख्या | प्रथम विधि के अनुसार उपसादन | प्रशुद्धि | द्वितीय विधि के अनुसार उपसादन | प्रशुद्धि | तृतीय विधि के अनुसार उपसादन | प्रशुद्धि |
|------------|-----------------------------|-----------|-------------------------------|-----------|-----------------------------|-----------|
| ५२७० | ५३०० | —३० | ५२०० | +७० | ५३०० | —३० |
| ४३१० | ४४०० | —९० | ४३०० | +१० | ४३०० | +१० |
| ३५२० | ३६०० | —८० | ३५०० | +२० | ३५०० | +२० |
| २३६० | २४०० | —४० | २३०० | +६० | २४०० | —४० |
| २२२० | २३०० | —८० | २२०० | +२० | २२०० | +२० |
| २५०८ | २६०० | —९२ | २५०० | +८ | २५०० | +८ |
| योग २०,१८८ | २०,६०० | —४१२ | २०,००० | +१८८ | २०,२०० | —१ |

निष्कर्ष

- (घ) प्रथम प्रणाली के अनुसार घनगुट्टि—४१२ है।
 (ब) द्वितीय प्रणाली के अनुसार घनगुट्टि + १८८ है।
 (स) तृतीय प्रणाली के अनुसार घनगुट्टि केवल — १२ है।

(३) उपर्युक्त निष्कर्षों से प्रकट है कि पहली विधि में घनगुट्टि सदैव ऋणात्मक होती है और दूसरी विधि में घनगुट्टि सदैव धन में आती है। तीसरी विधि में कोई नियम धन व ऋणात्मक का नहीं है। घनगुट्टि धन में भी हो सकती है और ऋणात्मक में भी।

(४) युग्मांक नियम द्वारा (Even Digit Rule)—यह नियम वहाँ लागू होता है जहाँ दशमलव के बाद दो या अधिक स्थानों तक अंक हों और अन्तिम अंक ५ हो। इस नियम के अनुसार यदि अन्तिम स्थान वाले अंक से पहले वाले स्थान का अंक अमूर्त (Odd) हो तो अन्तिम ५ को एक मान लिया जाता है परन्तु यदि वह युग्म (Even) हो तो अन्तिम ५ को छोड़ दिया जायेगा।

| संख्या | उपसादन |
|--------|--------|
| १७.५५ | १७.६ |
| १७.४५ | १७.४ |

उपसादन के सम्बन्ध में महत्वपूर्ण नियम

(१) यदि मूल संख्या का सरलता से संकलन किया जा सकता है तो उपसादन का प्रयोग नहीं करना चाहिए क्योंकि उपसादन में घनगुट्टि होने की सम्भावना रहती है चाहे जिस उपसादन विधि का प्रयोग क्यों न किया जाय।

(२) उपसादन करते समय यह आवश्यक ध्यान में रखना चाहिये कि उपसादन से घनगुट्टियाँ होती हैं और जितने अधिक अंकों तक उपसादन होगा उतनी ही अधिक घनगुट्टियाँ होंगी।

(३) अधिक शुद्धता के लिये उपसादन को कम अंकों तक करना चाहिये।

(४) उपसादन करते समय यह भी ध्यान में रखना चाहिये कि कहीं उपसादन से अंकों का स्वभाव तो नहीं बदला जाता है यदि ऐसी सम्भावना हो तो उपसादन नहीं करना चाहिये।

(५) उपसादन करते समय यह आवश्यक देख लेना चाहिये कि अनुमान में कितनी शुद्धता की आवश्यकता है।

सांख्यिकीय विभ्रम (Statistical Error)

सांख्यिकी 'विभ्रम' (Error) शब्द से अभिप्राय 'घनगुट्टि' या 'त्रुटि' से नहीं है। यहाँ विभ्रम शब्द एक विशेष अर्थ में प्रयुक्त होता है। यदि किसी बात को ठीक-ठीक प्रकार न बताया जाय जैसा कि वह वास्तव में है तो उसे विभ्रम कहेंगे। अधिक स्पष्ट शब्दों में सांख्यिकी में विभ्रम 'किसी पद के वास्तविक मूल्य (Actual Value) और अनुमानित मूल्य (Estimated Value) के अन्तर' को कहते हैं।

पी वाटिंगटन ने स्पष्ट कहा है कि सांख्यिकीय विभ्रम को घण्टि नहीं मानना चाहिये। वास्तव में घण्टि और विभ्रम में निम्नान्वित अन्तर है।

| घण्टि | विभ्रम |
|---|--|
| (१) घण्टि जान बूझकर की जाती है। | (१) यह प्रायः जानबूझ कर नहीं की जाती है। |
| (२) सांख्यिकीय रीतियों को ठीक प्रकार प्रयोग न करने के कारण घण्टियाँ हो जाया करती हैं। | (२) माप की प्रकृति इनके लिये उत्तरदायी होती है। |
| (३) उन्हें प्रयत्न करने पर रोका जा सकता है। | (३) इसे रोका नहीं जा सकता है क्योंकि सांख्यिकी की प्रकृति ही इस प्रकार की है। |
| (४) वे सांख्यिकीय अनुसंधान में किसी भी स्तर (Stage) पर हो सकती हैं। | (४) वे अधिकतर मन्त्राओं के एकत्रिन करने पर, विलेपण करने पर व निर्वचन करने पर होती हैं। |

विभ्रम के स्रोत (Sources of Errors)

विभ्रम के निम्न स्रोत हैं :—

- (१) मूल विभ्रम।
- (२) अन्वेषण विभ्रम।
- (३) निर्वचन सम्बन्धी विभ्रम।
- (४) प्रहस्तन विभ्रम।

(१) मूल विभ्रम (Errors of Origin)—इस प्रकार के विभ्रम प्रायः एकत्रिन करते समय हो जाते हैं। इनके बचने के लिये आवश्यक है कि प्रायः एकत्रिन करते समय पूरी सावधानी रखी जाय। ये विभ्रम निम्न कारणों से हो जाते हैं—

- (क) माप के एकत्रण का ठीक न होना—यदि माप का एकत्रण अनुसंधान के अनुसार नहीं है अर्थात् गणना के लिये जो एकत्रण निर्धारित किया गया है वह अदिग्ध है तो फल ठीक नहीं निकलेगा।
- (ख) उपपात की भावना होना—यदि गणकों से उपपात की भावना होगी तो गणना का फल सतोषजनक नहीं निकल सकता है।
- (ग) उपसादन का अत्यधिक उपयोग करना—यदि उपसादन का प्रयोग बहुत अधिक किया जाता है तो गणना ठीक नहीं होती है।
- (घ) प्रस्तावना में दोष—प्रस्तावना के ठीक न होने पर ठीक सूचना एकत्रण नहीं की जा सकती है।

- (इ) ठीक सूचना का न मिलना—बहुधा यह देखा गया है कि श्राय, उभ्र तथा बीमारी आदि की सूचनार्थ सूचना देने वाले सही-सही नहीं देते हैं वे या तो उन्हें बढ़ाकर बताते हैं या घटाकर। फल यह होता है कि सांख्यिकी अनुसंधान गलत हो जाता है।
- (घ) निदर्शन का दोष—यदि सूचना एकत्रित करने के लिये निदर्शन का प्रयोग किया गया है और निदर्शन में दोष है तो भी सही सूचना प्राप्त नहीं हो सकती है।
- (ङ) गणना करने वालों का दोष—यदि गणना करने वाले लापरवाह हैं तथा पर्याप्त योग्यता नहीं रखते हैं तो ठीक सूचनार्थ प्राप्त नहीं होती है।
- (च) अनुसंधान का विषय जटिल होने पर—अनुसंधान का विषय जब जटिल होता है, उस समय आँकड़े ठीक प्रकार एकत्रित नहीं हो पाते हैं और विभ्रम की सम्भावना रहती है।

(२) अपर्याप्तता विभ्रम (*Errors of Inadequacy*)—इस प्रकार के विभ्रम निदर्शन प्रणाली का प्रयोग करने पर उत्पन्न होते हैं। जब न्याय (Sample) बहुत कम होता है तो वह सच्चे घटो में सम्पूर्ण का प्रतिनिधित्व नहीं कर पाता और इसलिये विभ्रम उत्पन्न हो जाता है। क्योंकि जब न्याय बहुत छोटा हो तो उनके आधार पर प्राप्त किया गया फल सम्पूर्ण के लिये लागू नहीं किया जा सकता। न्याय की मात्रा को उचित रूप से बढ़ा देने पर ऐसे विभ्रम कम हो जाते हैं। बोडिंगटन ने इस प्रकार के विभ्रम को बहुत ही सुन्दरता से प्रस्तुत किया है “दो सैनिक डाक्टरों ने टाइफाइड में टीका लगाने की उपयोगिता पर वादविवाद चल रहा था। उनमें से पहले ने कहा कि उसके टीका लगाये हुए व्यक्तियों में से ५०% को टाइफाइड हो गया। परन्तु दूसरे डाक्टर की यह राय थी कि उसके टीका लगाये हुये व्यक्तियों में से $\frac{1}{3}$ प्रतिशत व्यक्तियों को टाइफाइड हुआ। अतः में जांच करने पर पता चला कि पहले डाक्टर ने केवल दो व्यक्तियों को टीका लगाया था और उनमें से एक को टाइफाइड हुआ था जबकि दूसरे डाक्टर ने लगभग १००० व्यक्तियों को टीका लगाया था।”

(३) निर्वचन सम्बन्धी विभ्रम (*Errors of Interpretation*)—सांख्यिकी की सब विधियों में ठीक व सही काम होने पर भी सही फल नहीं निकल सकते हैं यदि निष्कर्ष निकालने में असावधानी कर दी जाये। आँकड़ों के आधार पर निर्वचन करना आसान काम नहीं है जो व्यक्ति सांख्यिकी की सीमाओं को बिना ध्यान में रखकर निर्वचन करते हैं उनमें त्रुटियाँ हो जाया करती है। निर्वचन करते समय कितनी-कितनी बातों को ध्यान में रखना चाहिये ताकि फल सही निकालें, इन बातों का वर्णन अन्य स्थान पर निर्वचन के साथ इसी पुस्तक में किया गया है।

(४) प्रहस्तन विभ्रम (*Errors of Manipulation*)—इस प्रकार के विभ्रम बिना किसी पक्षपात की भावना के उत्पन्न हो जाते हैं। ये विभ्रम सामग्री की

विवेचना करते समय उत्पन्न होते हैं। इनका कारण गणना करना, मापन करना, वर्गीकरण करना या उपसादन करना है। ये विभिन्न मुख्य निम्न कारणों से उत्पन्न होते हैं :—

- (१) आवश्यकता से अधिक उपसादन करने पर।
- (२) अनुचित भार प्रदान करने या जहाँ भार देने की आवश्यकता हो पर भार न दिये जाने पर।
- (३) गणना, मापन, वर्गीकरण आदि में कोई दोष होने पर।
- (४) गलत माध्य का प्रयोग करने पर—माध्य कई प्रकार के होते हैं प्रत्येक का भिन्न-भिन्न परिस्थितियों में प्रयोग होता है यदि उनके प्रयोग की दशाओं का दिना ध्यान निये हुये माध्य निकाला गया होगा तो विवेचना ठीक नहीं हो सकती है।
- (५) प्रतिशत का गलत प्रयोग—जरा सी भी लापरवाही प्रतिशतों के प्रयोग में किये जाने पर गलत विवेचना होती है अतः प्रतिशतों का प्रयोग इनके प्रसंग को ध्यान में रखकर करना उचित है।
- (६) संख्याओं के उचित वर्ग न बनाना—यदि अनुसंधान के उद्देश्यों के अनुसार संख्याओं के वर्ग नहीं बनाये जाते हैं तो विवेचना गलत हो जाती है।

विभ्रमों के प्रकार (Kinds of Errors)

विभिन्न निम्न प्रकारों के हो सकते हैं.—

- (१) धनात्मक विभ्रम।
- (२) ऋणात्मक विभ्रम।
- (३) अभिमत विभ्रम।
- (४) अनभिमत विभ्रम।

(१) धनात्मक विभ्रम (Positive Error)—जब किसी बात को बढ़ा-चढ़ाकर कहते हैं तो धनात्मक विभ्रम (Positive Error) होता है। अर्थात् जब अनुमानित मूल्य वास्तविक मूल्य से अधिक होता है तब धन विभ्रम होता है। मान लीजिये किमी व्यक्ति का वजन १ मन १५ सेर ८ छटाक है और उसे २६ मन बनाया जाता है तो यहाँ १ सेर ८ छटाक का धनात्मक विभ्रम (Positive Error) हुआ।

(२) ऋणात्मक विभ्रम (Negative Error)—जब अनुमानित मूल्य वास्तविक मूल्य से कम होता है तब ऋणात्मक विभ्रम होता है। मान लीजिये किसी व्यक्ति का वजन १ मन १५ सेर ८ छटाक है और उसे १ मन १२ सेर बनाया जाता है तो यहाँ ३ सेर ८ छटाक का ऋणात्मक विभ्रम हुआ।

(३) अभिनत विभ्रम (Biased Error)—जो विभ्रम गणक, सग्रहकर्ता, प्रथवा सूचना देने वालों की पक्षपात भावना के कारण होते हैं या माप यन्त्रों के असुद्ध होने के कारण होते हैं उन्हें अभिनत विभ्रम कहते हैं। इन विभ्रमों का प्रभाव एक ही दिशा में रहता है इसलिये इन्हें सचयी विभ्रम (Cumulative Error) भी कहते हैं। जैसे-जैसे नाप व तौल की मात्रा बढ़ती है, विभ्रम भी बढ़ना जाता है अर्थात् उसका प्रभाव बढ़ता रहता है। इसलिये यथासाध्य आंकड़ों को ऐसे विभ्रम के प्रभाव से बचाने का प्रयास बिया जाना चाहिये। क्योंकि मात्रा के साथ-साथ ऐसे विभ्रम बढ़ते जायेंगे और फल असुद्ध होगा। साधारणतः यह देखा गया है कि वृद्ध पुरुष अपनी प्रायु बढ़ाकर बताते हैं और युवा पुरुष कम करके बताते हैं। यह अभिनत विभ्रम का ही उदाहरण है। इसी प्रकार यदि कोई व्यापारी माल बेचते समय जान बूझकर ऐसे मन के घाट का प्रयोग करता है जो वजन में एक छटांक कम है तो वह जिसनी बार तोलेगा कुल वजन में उतने ही छटांक की कमी होनी जायेगी। १०० मन तौलने में १०० छटांक की कमी हो जायेगी। अभिनत विभ्रम मुख्यतः निम्न कारणों से होते हैं :—

(अ) सूचना देने वालों का दोष—गणकों के पूरे प्रयत्न करने पर भी सूचना देने वाले अपने आंकड़े पक्षपात से देते हैं जैसे यदि लड़कियों से उनकी उम्र पूछी जाय तो वे सदैव अपनी उम्र असली उम्र से कम बतायेंगी। चूँकि यह आंकड़े जान बूझकर गलत दिये जाते हैं अतः यह अभिनत विभ्रम है।

(ब) एकक का दोष—जिस एकक का प्रयोग गणना के लिये बिया जा रहा है वह निर्धारित एकक से कम या अधिक है तो भी भूल हो जायेगी। जैसे यदि अनाज तौलने वाला मन धालीस सेर के स्थान पर ३६ सेर १५ छटांक का है तो जितना ही अधिक तौला जायेगा उतना ही भूल बढ़ती जायेगी।

(स) गणकों का दोष—गणक स्वयं आंकड़ों को एकत्रित करते समय पक्षपात करते हैं। वे अपने मित्रों या रिश्तेदारों को यदि सव्याधों के एकत्रित करने में लाभ पहुँचा सकते हैं तो ऐसा करने का प्रयत्न करते हैं। जैसे यदि कंट्रोल के दिनों में शककर बाँटने लिये प्रत्येक घर के व्यक्तियों की संख्या ज्ञात करने के लिये गणकों को नियुक्त किया जाय तो हो सकता है कि गणक अपने मित्रों के घरों के व्यक्तियों की संख्या अधिक लिख दें ताकि उनके मित्र अधिक शककर पा सकें। यह पक्षपात है और ऐसा करने में आंकड़े असुद्ध हो जाते हैं। इसी को अभिनत विभ्रम कहते हैं।

(२) निदर्शन का दोष—यदि आंकड़े निदर्शन के आधार पर एकत्रित किये जाते हैं और निदर्शन दोषपूर्ण है तो भी अभिनत विभ्रम होगा।

(घ) निर्वचन का दोष—निर्वचन करते समय निर्वचन कर्ता के स्वार्थी होने के कारण उसके द्वारा पक्षपात किया जा सकता है। इससे भी भूल हो जायेगी।

(४) अनभिनत विभ्रम (Unbiased Error)—इस प्रकार के विभ्रम बिना किसी पक्षपात की भावना के कारण होते हैं। इनकी उत्पत्ति का कारण सग्रहकर्ता

की सम्भाव्यता होती है। ये गणना में स्वाभाविक रूप से उत्पन्न होते हैं। इस प्रकार के विभ्रमों का एक विशेष गुण यह है कि वे एक दूसरे को काटने की प्रवृत्ति रखते हैं। इसलिये इन्हें समकारी विभ्रम (Compensatory Error) भी कहते हैं। पदा की गणना या मापन की वृद्धि के साथ साथ यह विभ्रम कम होता जाता है और सम्पूर्ण पर इनका प्रभाव नगण्य हो जाता है। यदि सामग्रियों विस्तृत क्षेत्र में एकत्रित की जाय तो अनभिन्नत ऋण विभ्रम (Unbiased Negative Errors) अनभिन्नत धन विभ्रमों (Unbiased Positive Errors) के बराबर हो जायेंगे और प्रतिग परिणाम शेष के बहुत निकट होगा। बड़े पैमाने की जीव संश्लेष विभ्रमों के लिये विशेष सावधान रहने की आवश्यकता नहीं है। उपसामान्य (Approximation) करते समय ये विभ्रमों का जान बूझकर प्रयोग किया जाता है। उदाहरण के लिये यदि किसी लोहागर के घास मज का बाट टीज है पर तु तोलने में प्रयासधानी हो जाती है तो कभी तो वह अधिक तोलेगा कभी कम। यदि लोहागर वह १०० बार तोलता है तो सांख्यिकीय नियमितता नियम (Law of Statistical Regularity) के अनुसार पूरी सम्भावना है कि वह ३० बार अधिक तोलेगा और ३० बार कम और ४० बार विभ्रम समाप्त होते-होते बहुत कम रह जायेगा। यून और अधिक दोनों प्रकार की अनुश्रियाँ रहने से जितना ही वह अधिक तोलेगा उतना ही कुल मिलाकर विभ्रम कम होगा क्योंकि धन व ऋण विभ्रम एक दूसरे को काटते चढ़ेंगे। यह विभ्रम सांख्यिकीय नियमितता नियम (Law of Statistical Regularity) पर आधारित है।

उदाहरण—

| Name of Persons | Actual Age in years | Unbiased Estimate | Biased Estimate |
|-----------------|---------------------|-------------------|-----------------|
| A | 60 | 63 | 63 |
| B | 62 | 60 | 65 |
| C | 67 | 65 | 68 |
| D | 71 | 70 | 74 |
| Total | 260 | 258 | 270 |
| Error | | -2 | +10 |

विभ्रम का मापन (Measurement of Error)

पदमे ही कहा जा चुका है कि सांख्यिकी में विभ्रम वास्तविक मूल्य (Actual value) और अनुमानित मूल्य (Estimated value) के अंतर को प्रकट करता है। इस विभ्रम को निरपेक्ष रूप से (Absolutely) या सापेक्ष रूप से (Relatively) मापन करते हैं।

निरपेक्ष विभ्रम (Absolute Error)—निरपेक्ष विभ्रम वास्तविक मूल्य व अनुमानित मूल्य का अन्तर होता है। यह घनात्मक या ऋणात्मक दोनों हो सकता है। उदाहरणार्थ यदि किसी व्यक्ति की वास्तविक मासिक आय ५५० रु० है और अनुमानित आय ५२५ रु० है तो निरपेक्ष विभ्रम (Absolute Error) २५ रु० हुआ।

$$\text{Absolute Error} = \text{Actual Value} - \text{Estimated Value}$$

सूत्र के रूप में हम इसे इस प्रकार प्रकट करेंगे :—

$$\begin{array}{lcl} \text{A. E.} & = & a - e \\ \text{Where A. E.} & & \text{represents Absolute Error} \\ a & & \text{represents Actual Value} \\ e & & \text{represents Estimated Value} \end{array}$$

यदि वास्तविक मूल्य अनुमानित मूल्य से अधिक हो तो घनात्मक विभ्रम (Positive Error) होता है और यदि कम हो तो ऋणात्मक विभ्रम (Negative Error) होता है।

सापेक्षिक विभ्रम (Relative Error)—सापेक्षिक विभ्रम निरपेक्ष विभ्रम (Absolute Error) का अनुमानित मूल्य (Estimated value) से अनुपात होता है। जैसे ऊपर के उदाहरण में सापेक्षिक विभ्रम $\frac{25}{525} = 0.0476$ हुआ।

$$\text{सापेक्षिक विभ्रम} = \frac{\text{निरपेक्ष विभ्रम (Absolute Error)}}{\text{अनुमानित मूल्य (Estimated Value)}}$$

इसे सूत्र के रूप में इस प्रकार प्रकट करेंगे :—

$$\text{R. E.} = \frac{a - e}{e}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{Where R. E.} & \text{represents} & \text{Relative Error} \\ a & \text{,,} & \text{Actual Value} \\ e & \text{,,} & \text{Estimated Value} \end{array}$$

यदि सापेक्षिक विभ्रम प्रतिशत में प्रकट करते हैं तो वह प्रतिशत विभ्रम कहलाता है।

Illustration 1.

The height of a tree is estimated as 25ft. While its actual height is 30ft. Find out the absolute and relative error.

Solution 1.

$$\begin{aligned} \text{Absolute Error} &= \text{Actual} - \text{Estimate} \\ &= 30 - 25 \\ &= 5 \text{ ft.} \end{aligned}$$

$$\text{Relative Error} = \frac{\text{Actual} - \text{Estimate}}{\text{Estimate}}$$

$$= \frac{30-25}{25}$$

$$= \frac{5}{25}$$

$$= \frac{1}{5}$$

$$= 2 \text{ or } 20 \text{ p. c.}$$

Illustration 2.

In which area the error is greater when the investigation of the four areas gave the following figures.

| | A | B | C | D |
|-----------------|----|----|-----|-----|
| Actual Value | 40 | 50 | 100 | 200 |
| Estimated Value | 35 | 44 | 80 | 175 |

Solution 2.

| Error | A | B | C | D |
|----------------|--------------|--------------|----------------|-----------------|
| Absolute Error | 40-35 = 5 | 50-44 = 6 | 100-80 = 20 | 200-175 = 25 |

Absolute error is greatest in D area

| Error | A | B | C | D |
|----------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Relative Error | $\frac{5}{35}$ = 143 | $\frac{6}{44}$ = 136 | $\frac{20}{100}$ = 25 | $\frac{25}{175}$ = 14 |

Relative error is highest in C area

Illustration 3

Relative error is .25 while absolute error is 20, find out the Actual value ?

Solution 3.

$$\text{Relative Error} = \frac{\text{Absolute Error}}{\text{Estimate}}$$

$$.25 = \frac{20}{\text{Estimate}}$$

$$\begin{aligned} \text{Estimate} &= 20 - 25 \\ &= 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Actual Value} &= \text{Estimate} + \text{Absolute Error} \\ &= 80 + 20 \\ &= 100 \end{aligned}$$

सापेक्ष व निरपेक्ष विभ्रम का मापना

सापेक्ष तथा निरपेक्ष विभ्रम मापने की निम्नांकित दो विधियाँ हैं :—

(१) प्रो० वॉडिंगटन के अनुसार ।

(२) डा० वाउले के अनुसार ।

(१) प्रो० वॉडिंगटन के अनुसार

$$\text{Total Absolute Error} = \text{Average Absolute Error} \times \text{Number of units considered}$$

$$\text{Relative Error} = \frac{\text{Average Absolute Error} \times \sqrt{N}}{\text{Estimated Value}}$$

Illustration 4

It is estimated that there is a mistake of 4 in every unit on an average in the investigation of 100 units, and the estimated average value of 100 units is 40. Find out the Total Absolute Error and Relative Error.

Solution 4.

$$\begin{aligned} \text{Total Absolute Error} &= A E \sqrt{N} \\ &= 4 \times \sqrt{100} \\ &= 4 \times 10 \text{ or } 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Relative Error} &= \frac{A E \times \sqrt{N}}{\text{Estimate}} \\ &= \frac{4 \times \sqrt{100}}{40} \\ &= \frac{4 \times 10}{40} \\ &= 1 \end{aligned}$$

(२) डा० वाउले के अनुसार

$$\text{Total Absolute Error} = \frac{2}{3} \times \frac{A E}{\sqrt{N}}$$

Illustration 5.

It is estimated that there is a mistake of 10 in every unit on an average in the investigation of 100 units, and the estimated average value of 200 units. Find out the Absolute Error ?

Solution \square

$$\begin{aligned} \text{Absolute Error} &= \frac{2}{3} \times \frac{AI}{\sqrt{N}} \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{10}{\sqrt{100}} \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{10}{10} \\ &= \frac{2}{3} \times 1 \\ &= 666 \end{aligned}$$

प्रतिशत विभ्रम (Percent of Error) निम्न सूत्र से निकालें—

$$P.E. = R.E. \times 100$$

ऊपर के उदाहरण में प्रतिशत विभ्रम (Percentage Error)

$$= 666 \times 100 \text{ हुआ}$$

$$= 66600 \text{ हुआ}$$

संपादित सामग्री का सम्पादन (Editing of Secondary Data)

संपादित सामग्री को प्रयोग करने से पूर्व उनकी अच्छी तरह से देखा-सूँचा कर लेनी चाहिये और पहले के त्रुटि-कर्ता द्वारा की गई त्रुटियों को सुधर कर लेना चाहिये। यथासम्भव त्रुटियों को समाप्त करके आँकड़ों को अपने कार्य योग्य बना लेना आवश्यक है। संपादित सामग्री का सुधार रूप से सम्पादन करने के लिये निम्न बातों पर उचित ध्यान देना चाहिये —

- (१) सङ्ग्रह करने के उद्गम (Sources of Collection), (२) मापन व विश्लेषण के प्रयुक्त एकक (Units used for measurement and analysis)
- (३) प्रारम्भिक अनुसंधान का उद्देश्य (Aims of original enquiry), (४) शुद्धता की मात्रा (Degree of accuracy), (५) अनुसंधान का समय (Time of inquiry)
- (६) प्रारम्भिक अनुसंधानकर्ताओं की योग्यता और ईमानदारी।

Standard Questions

- 1 Write a note on the necessity of editing primary and secondary data before analysing them
- 2 (a) Discuss the main sources of errors in Statistics and their effects
(b) State the various methods of approximation and their utility in Statistics (Agra, B Com, 1940)
- 3 In what way does a statistical error differ from a mistake? What classes of errors are there and how may they be measured? (Allahabad, B Com, 1913, & 1919)

- 4 Distinguish between—(a) Absolute and Relative errors and (b) Biased and Unbiased errors. Discuss the effects of these errors, and explain the steps that are taken to meet the effects
(Agra, B Com, 1938)
 - 5 Mention the advantages of approximation in statistics. What degree of accuracy is required in each statistical investigation
(Raj, M Com, 1951)
 - 6 What precautions should be taken in making use of published statistics for further investigation
(Agra B Com, 1949)
 - 7 'In any sample survey there are many sources of errors. A perfect survey is a myth.' Discuss the statement
(Agra M A 1957)
 - 8 Discuss the standard of accuracy required in statistical calculation. To what extent should approximation be used?
(Agra, M A, 1949)
 - 9 Discuss the various types of errors likely to creep into statistical investigations and suggest how to avoid or correct them
(Agra, B Com, 1949)
 - 10 'Of the Biased Errors the statistician should have none, but the unbiased was the more the merrier, notwithstanding that they are also errors'—Elucidate
(Alld, B Com, 1947)
 - 11 Mention the kinds of errors likely to occur in the collection and interpretation of statistical data. What precautions would you take to avoid or minimise them
(Alld, M A, 1950)
 - 12 What are the different kinds of statistical errors? How are they measured?
(Agra, B Com 1953)
 - 13 What is a Statistical Error? How does it differ from a Mistake? How would you measure it?
(Alld B Com, 1955)
 - 14 Discuss the main sources of errors in statistics. What classes of errors are known to you. How would you measure them?
(Agra, B Com, 1959)
 - 15 What is meant by statistical errors? How are they measured and what is their significance in statistical analysis?
(B Com, Alld 1958)
-

समंकों का वर्गीकरण तथा सारणीयन (Classification and Tabulation of Data)

समूह किये हुए चीजों के प्रायः बहुत बड़ी राशि में होते हैं तथा प्रारम्भ में वे बहुत अव्यवस्थित दशा में होते हैं। इनमें से जन सामान्य के लिए बहुत जटिल होते हैं। उन्हें देखकर कोई विशेष बात नहीं जानी जा सकती है। उन चीजों को कुछ ऐसे व्यवस्थित रूप में प्रस्तुत किया जाना आवश्यक है कि वे सरल व समझने योग्य हो जायें तथा उनकी विशेषता सरलता से समझी जा सके। अतः सरलित सामग्री को सक्षेप करने एवं सरल व समझने योग्य बनाने के लिये उसको वर्गीकरण की आवश्यकता होती है। वर्गीकरण में विशेष ध्यान इस बात पर दिया जाता है कि एकत्रित सांख्यिकीय सामग्री के विस्तार को मात्रा को इस प्रकार संक्षिप्त किया जाय कि उससे मुख्य तथ्य स्पष्ट दिखाई दें। अर्थात् चीजों को किसी गुण के आधार पर समान व असमान को अलग अलग कर बाँट दिया जाय। प्रायः ऐसा देखा जाता है कि कुछ चीजों में कुछ भागों पर समानता होती है। उदाहरण के लिये किसी नगर की जन संख्या में कुछ पुरुष नारी स्त्रियाँ युवक, युवतियाँ, बच्चे तथा पञ्चियाँ हैं। इनको पुरुष व स्त्री दो वर्गों में सरलता से बाँटा जा सकता है। फिर प्रायु या शिक्षा या अन्य किसी गुण के आधार पर इनको और भी उप विभागों में बाँटा जा सकता है। इस प्रकार वर्गीकरण द्वारा चीजों के व्यवस्थित विशाल ढेर को एक व्यवस्थित रूप दिया जाता है ताकि भविष्य का कार्य सरल हो जाय।

‘वर्गीकरण चीजों को (सवार्थ या भावार्थ रूप में) समानता तथा सादृश्यता के आधार पर वर्गों या विभागों में समानुसार रखने की क्रिया है और यह व्यक्तिगत पदों की विभिन्नता के बीच उनके गुणों की एकता को व्यक्त करता है।’

—कोनर

1. *Classification is the process of arranging things (estimated actually or notionally) in groups or classes according to their resemblances and affinities and gives expression to the unity of attributes that may subsist among a diversity of individuals.*

—Connor

वर्गीकरण के मुख्य लक्षण (Main Features of Classification)

- (१) वर्गीकरण के शब्दों को विभिन्न वर्गों में विभाजित किया जाता है।
- (२) यह विभाजन किसी गुण के आधार पर होता है।
- (३) यह विभाजन यथार्थ रूप में या भावात्मक रूप में होता है।
- (४) यह पदों की विभिन्नता के बीच भी उनकी एकता को स्पष्ट करता है।

वर्गीकरण के उद्देश्य (Objects of Classification)

वर्गीकरण के निम्न उद्देश्य होते हैं —

(१) शब्दों की समानता व असमानता का प्रकट होना—इससे शब्दों की समानता या असमानता प्रकट होती है क्योंकि समान गुण वाले शब्दों को एक साथ रखा जाता है। जैसे—उत्तरीय विद्यार्थी व अनुत्तरीय विद्यार्थी।

(२) समझने में सरलता—वर्गीकरण हो जाने से शब्दों को समझने में सरलता ही जाती है। मानसिक थक कम करना पड़ता है। जैसे किसी विद्यालय के विद्यार्थियों को यदि एक साथ ही बताया जाय तो यह जटिल है और यदि उन्हें कक्षा के अनुसार बाँट कर बताया जाय तो यह सरल व स्पष्ट है।

(३) तुलना में सहायक—यह शब्दों की तुलना तथा अनुमान निश्चालने योग्य बनाती है। अस्त-व्यस्त शब्दों को तुलना योग्य बन पाते हैं जब समान व असमान को अलग-अलग बाँट लिया जाय।

(४) उपयोगिता बढ़ाना—इसकी सहायता से एकत्रित शब्दों, जो एक जन-साधारण के लिये किसी काम के नहीं हैं, काम के योग्य हो जाते हैं। वह उन्हें समझने में तथा उनका प्रयोग करने में सफल हो जाता है।

(५) वैज्ञानिक प्रवृत्ति निर्दिष्ट करना—इसकी सहायता से शब्दों की मौखिक विशेषताओं के अनुसार उनका उचित और वैज्ञानिक प्रवृत्ति निर्दिष्ट किया जाता है और इन प्रकार उन्हें अधिक सरल, स्पष्ट व बोधगम्य बनाया जाता है।

(६) एकता प्रकट करना—वर्गीकरण एकत्रित पदों की भिन्नता में एकता को प्रकट करता है।

अच्छे प्रकार के वर्गीकरण के मुख्य गुण (Chief Characteristics of a Good Classification)

एक अच्छे प्रकार के वर्गीकरण में निम्न गुण होने चाहिये :—

(१) सजातीयता—किसी वर्ग विशेष के प्रत्येक पद उस गुण के अनुसार ही चाहिये जिसके आधार पर वर्गीकरण किया जा रहा है।

(२) अस्पष्टता—शब्दों का योजना स्पष्ट, सरल परन्तु निर्दिष्ट होनी चाहिये ताकि प्रत्येक वर्ग में कुछ विशेषता हो। कोई पद किस वर्ग में रखा जाय इस विषय में किसी प्रकार के संदेह की गुंजाइश नहीं होनी चाहिये।

(३) आधार की समानता—वर्गीकरण के आधार में प्रादि से घनतर समानता रहनी आवश्यक है। यदि आधार में परिवर्तन हुआ तो वर्गीकरण प्रगुद्ध हो जायगा और परिणाम भ्रामक हूँगे।

(४) ह्य उद्देश्य के अनुसार—वर्गीकरण का ह्य अनुग धान के उद्देश्य की गम्भुय रक्षर ह्ये निश्चित किया जाना चाहिये। वर्ग अनुग धान के उद्देश्य के अनुसार ही बनाय जाना चाहिये। यदि दो नगरों के छाया की प्राधिक दशा की तुलना करनी है तो वही के लोगो की आयु के अनुसार वर्गीकरण उचित नहीं माना जायगा। यह वर्गीकरण प्रासदनी के आधार पर ठीक रहेगा।

(५) प्रत्येक पद का समावेश—यह आवश्यक है कि प्रत्येक पद किसी न किसी वर्ग में सम्मिलित हो। यदि कुछ पद हट जाते हैं तो इसका अर्थ यह हुआ कि यों टीक प्रकार से नहीं बनाय गय हैं।

(६) लचीलापन—यों एने बनाय जाने चाहिये कि उनमें उचित मात्रा का लोच हो। आवश्यकतानुसार उनमें परिवर्तन करके थडाव बढ़ाव किया जा सक।

वर्गीकरण की रीतियाँ (Methods of Classification)

मौलिक के वर्गीकरण की प्रमुख रीतियाँ निम्न हैं —

(क) गुणात्मक वर्गीकरण (Classification according to qualities or attributes)

(ख) वर्गान्तरों के अनुसार वर्गीकरण (Classification according to class interval)

(ग) गुणात्मक वर्गीकरण (Classification According to Attributes)

इस प्रकार के वर्गीकरण में वर्गों का निर्माण पदों के गुणों के आधार पर होता है। यहाँ पर आँकड़ों के गुणों की प्रधानता दी जाती है। किसी गुण की उपस्थिति या अनुपस्थिति के आँकड़े विभाजित किये जाते हैं। गुण प्रत्येक प्रकार के हो सकते हैं जैसे—जाति, धर्म, ऊँचाई, वजन प्रादि।

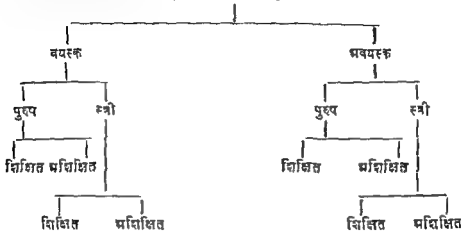
इस प्रकार का वर्गीकरण भी दो प्रकार का हो सकता है —

(अ) द्वि-भागन वर्गीकरण (Classification According to Dichotomy)—इसे साधारण वर्गीकरण (Simple Classification) भी कहते हैं। इस प्रकार के वर्गीकरण में आँकड़ा को किसी गुण की उपस्थिति या अनुपस्थिति के अनुसार दो वर्गों में बाँटते हैं। जैसे विहित, अविहित, पुरुष, स्त्री, स्वस्थ, अस्वस्थ इत्यादि।

(ब) बहुगुण वर्गीकरण (Manifold Classification)—-इस गुण वर्गीकरण में एक से अधिक गुणों के आधार पर वर्गीकरण किया जाता है। यहाँ एक गुण के आधार पर धनात्मक (Positive) व ऋणात्मक (Negative) वर्गीकरण करके

फिर किसी अन्य गुण के आधार पर उन्हें उपवर्गों में पुनः विभाजित कर दिया जाता है और इस प्रकार विभाजन का क्रम किसी और गुण के आधार पर भागों में हो सकता है। उदाहरणार्थ :

किसी स्थान की जनसंख्या



सावधानियाँ (Precautions)

इस प्रकार का वर्गीकरण करना सरल है। परन्तु निम्न सावधानियाँ रखना वाछनीय है :—

(१) आधार का स्पष्ट होना—गुण की उपस्थिति अथवा अनुपस्थिति का आधार स्पष्ट रूप से निदिष्ट होना चाहिये जैसे यदि वयस्क और भवयस्क दो वर्गों में बाँटना है तो यह निदिष्ट होना चाहिये कि किस आयु तक भवयस्क माना जायेगा।

(२) परिवर्तनों का ध्यान रखना—एकत्रित आँकड़ों में परिवर्तन होता रहता है जैसे—अशिक्षित शिक्षित हो जाते हैं। इसका ध्यान रखना बहुत आवश्यक है।

वर्गान्तरों के अनुसार वर्गीकरण

(Classification According to Class Intervals)

इस प्रकार के वर्गीकरण में आँकड़ों के अंकात्मक लक्षणों के आधार पर वर्ग बनाये जाते हैं। अंकों के अनुसार कई संभव वर्ग बना लिये जाते हैं और पदों को उनके अंकात्मक लक्षण के अनुसार प्रथम-प्रथम वर्गों में बाँट लेते हैं। यदि हम किसी मिल के मजदूरों को मासिक मजदूरी के अनुसार पाँच या सात भागों में विभाजित कर दें तो यह वर्गान्तरानुसार वर्गीकरण होगा। जैसे :—

| | | | | |
|----|----|------|----|----|
| ० | से | लेवर | १० | ४० |
| १० | | " | २० | " |
| २० | | " | ३० | " |
| ३० | | " | ४० | " |
| ४० | | " | ५० | " |

इन प्रकार के वर्गीकरण में निम्न विवेक शब्दों या शब्द समूहों का प्रयोग होता है :—

(क) वर्ग सीमायें (Limits of Class-intervals)—जिन दो सीमाओं के अन्तर्गत वर्ग बनते हैं उन्हें वर्ग सीमायें कहते हैं। पहली सीमा को निम्न सीमा (Lower Limit) तथा दूसरी सीमा को उच्च सीमा (Higher Limit or Upper Limit) कहते हैं। ऊपर के उदाहरण में पहले वर्ग में निम्न सीमा शून्य और उच्च सीमा १० है :—

कभी-कभी वर्ग की सीमायें अनिश्चित सी रहती हैं। इन्हें विवर्तमुक्ती सारणी या खुले तिरों वाली सारणी (Open-end Table) कहते हैं। यहाँ प्रथम व अन्तिम वर्ग की सीमाओं को निर्धारित करना कठिन प्रतीत होता है। ऐसे वर्गों का मध्य बिन्दु (Mid point) प्राप्त करने के लिए वर्गों के अन्तर को ही मानकर निकालते हैं। उदाहरण

Marks in Economics

| | |
|-------|-------|
| Below | 10 |
| 10 | 20 |
| 20 | 30 |
| 30 | 40 |
| 40 | Above |

यहाँ पहले वर्ग का मध्य बिन्दु ५ और अन्तिम वर्ग का मध्य बिन्दु ४५ होगा। वर्गीकरण में ऐसे वर्गों का प्रयोग ठीक नहीं माना जाता क्योंकि इनसे अनिश्चितता व सन्देह उत्पन्न होता है।

(ख) वर्ग विस्तार (Class-interval or Magnitude)—किसी वर्ग की उच्च सीमा (Upper Limit) व निम्न सीमा (Lower Limit) के अन्तर को वर्ग विस्तार कहते हैं। ऊपर के उदाहरण में $10 - 0 = 10$ वर्ग विस्तार है।

(ग) मध्य मूल्य (Mid Value)—किसी वर्ग की सीमाओं के मध्य बिन्दु को मध्य मूल्य कहा जाता है। इसे प्राप्त करने के लिये वर्ग की उच्च सीमा व निम्न सीमा दोनों को जोड़कर भाषा कर देते हैं जैसे ऊपर के उदाहरण में पहले वर्ग का मध्य मूल्य = $\frac{0 + 10}{2} = 5$ होना। इसी प्रकार दूसरे वर्ग का मध्य मूल्य $\frac{10 + 20}{2} = 15$ होना।

मध्य-मूल्य पूर्णांक करने का प्रयत्न करना

(१) जब वर्ग की सीमायें पूर्णांक होती हैं और अन्तर सम रहता है तो मध्य मूल्य पूर्णांक आता है। ऐसा होने से गणित की क्रियाओं में सरलता रहती है।

| वर्ग की सीमायें | माध्य मूल्य (Mid Value) |
|-----------------|-------------------------|
| ५—८ | ६ |
| ८—१६ | १२ |
| १६—२४ | २० |

(२) यदि वर्गान्तर विषम हो तो माध्य को पूर्णांक साने के लिये वर्ग की न्यूनतम व अधिकतम सीमायें ५ की सहायता से बनानी चाहिये। जैसे :—

| वर्ग की सीमायें | माध्य मूल्य |
|-----------------|-------------|
| ५—१५.५ | १० |
| १५.५—३०.५ | २३ |
| ३०.५—४५.५ | ३८ |

(घ) वर्ग आवृत्ति (Class Frequency)—वर्ग बना लेने के उपरान्त यह जानना आवश्यक होता है कि उस समूह या समग्र में से कितने पद किसी वर्ग विशेष में आते हैं इन पदों या अवलोकनों (Observations) की संख्या उस वर्ग की आवृत्ति या बारंबारता (Frequency) कहलाती है। ऊपर के उदाहरण में मान लीजिये कि दो ऐसे मजदूर हैं जिनकी मासिक मजदूरी ० व १० रु० व बीच है तो ०—१० वर्ग की आवृत्ति २ होगी। इसी प्रकार यदि उस मिन में कुल मजदूरों की संख्या ४० है तो इस प्रकार का वर्गीकरण हो सकता है :—

| मासिक मजदूरी रुपये में | मजदूरों की संख्या |
|------------------------|-------------------|
| ०—१० | २ |
| १०—२० | ३ |
| २०—३० | १० |
| ३०—४० | १५ |
| ४०—५० | १० |
| | <hr/> |
| | योग ४० |

वर्गान्तर के अनुसार वर्गीकरण

वर्गान्तर के अनुसार वर्गीकरण दो प्रकार में हो सकता है :—

- ✓(१) अपवर्ती विधि (Exclusive Method)
- ✓(२) समावेशी विधि (Inclusive Method)।

अपवर्जो विधि (Exclusive Method)—उपर का उदाहरण जैसे ०-१०, १०-२०, इती विधि का उदाहरण है। इस प्रकार के वर्गीकरण में पहले वर्ग की उच्च सीमा (Upper limit) तथा दूसरे वर्ग की निम्न सीमा (Lower limit) समान है। इसलिये यह प्रकाश होती है कि १० की किस वर्ग में रखना जाय ? पहले में या दूसरे में ? इस विषय में यह नियम है कि इस विधि में किसी वर्ग की उच्च सीमा को इस वर्ग के अन्तर्गत नहीं सम्मिलित किया जाता बल्कि उससे बाह्य वाले वर्ग में सम्मिलित किया जाता है। इस नियम के अनुसार ०-१० वर्ग में या १० दूसरे वर्ग १०-२० में सम्मिलित किया जायेगा।

समावेशी विधि (Inclusive Method)—इस प्रकार के वर्गीकरण में पहले की भाँति एक वर्ग की उच्च सीमा व दूसरे वर्ग की निम्न सीमा समान नहीं होती। इस प्रकार के वर्गीकरण में निम्न सीमा व उच्च सीमा दोनों को उसी वर्ग में सम्मिलित कर लिया जाता है। इस प्रकार के वर्गीकरण में पहले को दूर रखने के लिये पहले वर्ग की उच्च सीमा को दूसरे वर्ग की निम्न-सीमा में १ कम कर दिया जाता है। जैसे

समझदारी रूपों में

०—९

१०—१९

२०—२९

३०—३९

४०—४९

सामान्यतः वर्गों की आवृत्ति पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। लेकिन कभी कभी कुछ कठिनाइयों उत्पन्न हो जाती हैं। जैसे यदि मूल्य वर्गों के मध्य में पड़े तो उसे कहीं सामिल किया जाय ? उदाहरण के लिये मान लीजिये ऊपर के उदाहरण में कोई ऐसा समझदूर है जिसकी मासिक समझदूरी ९ रुपये में अधिक और १० रुपये में कम है। अब प्रश्न यह उत्पन्न है कि इसे पहले वर्ग में रखें या दूसरे में ? वास्तविकता यह है कि यह दोनों वर्गों में से किसी भी वर्ग में सम्मिलित नहीं किया जा सकता। ऐसी स्थिति में यह प्रणाली ठीक नहीं रहती है। अतः ऐसी स्थिति में इस विधि को अपवर्जो विधि में बदल लेना चाहिये, जो कि इस प्रकार किया जा सकता है —

०—९.५

१०.५—१९.५

२०.५—२९.५

३०.५—३९.५

४०.५—४९.५

संचयी आवृत्ति (Cumulative Frequency)

कोई भी पद किसी समूह में जितनी बार मिलता है वही उस पद की आवृत्ति कहलाती है। कभी-कभी वर्गों की आवृत्ति घटत-घटत न देकर उन्हें संचयी रूप में प्रस्तुत किया जाता है। ऐसी दशा में वर्ग की दोनों सीमाएँ नहीं दी जाती हैं। यह दो प्रकार से प्रस्तुत किया जाता है जैसे उच्च सीमा को लिखकर 'से कम' लिख देते हैं। इस प्रकार हर वर्ग की उच्च-सीमा को लिखते हैं। जैसे मान लीजिये किसी कक्षा में बीस विद्यार्थियों ने परीक्षा दी और ५० अंकों में से उनके एक निम्न हैं :—

५, १६, १७, १७, २१, २१, २२, २२, २२, २२, २५, २५, २६, २६, ३१, ३१, ३१, ३४, ३५, ४२, ४५

एकपत्रों रीति (Exclusive Method) से इसका वर्गीकरण दस के वर्ग विस्तार के अनुसार निम्न ढंग से हो सकता है .—

| अंक | विद्यार्थियों की संख्या |
|-------|-------------------------|
| ०—१० | १ |
| १०—२० | ३ |
| २०—३० | ६ |
| ३०—४० | ५ |
| ४०—५० | २ |

इसको ऊपर बताये गये संचयी आवृत्ति के ढंग से प्रस्तुत करेंगे तो निम्न प्रकार से होगा :—

| | विद्यार्थियों की संख्या |
|----------|-------------------------|
| १० से कम | १ |
| २० " " | ४ |
| ३० " " | १३ |
| ४० " " | १८ |
| ५० " " | २० |

संचयी आवृत्ति को प्रस्तुत करने की एक दूसरी भी रीति है। यहाँ प्रत्येक वर्ग की निम्न-सीमा को लिखकर 'से अधिक' शब्द जोड़ते हैं जैसे ऊपर के उदाहरण में :—

| | विद्यार्थियों की संख्या |
|-----------|-------------------------|
| ० से अधिक | २० |
| १० " " | १६ |
| २० " " | १६ |
| ३० " " | ७ |
| ४० " " | २ |

वर्ग प्रावृत्ति निवाजने के लिये संघयी प्रावृत्ति में से पहले या पीछे वाली संघयी प्रावृत्ति को पटाते हैं ।

वर्गान्तरानुसार वर्गीकरण की समस्यायें (Problems in Classification According to Class-intervals)

वर्गान्तरों के अनुसार घाँवों का वर्गीकरण करते समय कुछ समस्यायें उत्पन्न होती हैं । यहाँ हम उन पर विचार करेंगे और यह निश्चित करेंगे कि उनका समाधान किस प्रकार हो ? वर्गीकरण करते समय निम्न बातें ध्यान में रखनी चाहिये ।

(१) वर्गान्तरों की संख्या (Number of Class-intervals)—सबसे पहले यह प्रश्न उठता है कि कितने वर्गों में घाँवों को विभाजित किया जाय । वर्ग एक भी बनाया जा सकता है और कई भी । जो तो इस विषय में कोई निर्णायक रूप नहीं दी जा सकती है परन्तु यह कहा जा सकता है कि वर्गों की संख्या न तो बहुत अधिक हो और न बहुत कम । यह इतनी होनी चाहिये कि घाँवों का वितरण ठीक प्रकार से हो जाय और उनके वितरण की विशेषतायें स्पष्ट रूप से प्रकट हो जाय । बहुत कम वर्ग बनाने से प्रावृत्तियों का संघय हो जायेगा और उनकी विशेषताओं का वितरण स्पष्ट नहीं हो पायेगा । इसी प्रकार यदि वर्ग बहुत अधिक बन जायेंगे तो अनावश्यक परिश्रम करना पड़ेगा और घाँवों के सन्निवेशकरण का कार्य कठिन हो जायेगा ।

(२) वर्गान्तरों का विस्तार (Magnitude of Class-intervals)—वर्गों की संख्या निश्चित करने के बाद वर्गों का विस्तार निश्चित किया जाता है । इन विषय में सबसे महत्वपूर्ण बात यह है कि सभी वर्गों का अन्तर समान होना चाहिये । ऐसा न होने से कठिनाई होती है और गूनों का प्रयोग करना असंभव हो जाता है । वर्गान्तर निश्चित करने के लिये प्रायः सबसे अधिक मूल्य में से सबसे कम मूल्य को पटाकर वर्गों की संख्या से भाग दे देने पर वर्गान्तर प्राप्त हो जाता है । गूण निम्न होगा :—

$$\text{वर्ग विस्तार} = \frac{\text{सबसे बड़ा मूल्य} - \text{सबसे छोटा मूल्य}}{\text{वर्गों की संख्या}}$$

उदाहरणार्थ मान लीजिये किसी बंदा के विद्यापियों की आयु १५ से लेकर २५ वर्ष तक है । इसे हम ५ वर्गों में बाँटना चाहते हैं तो वर्ग विस्तार ऊपर के गूण

$$\text{के अनुसार } \frac{२५ - १५}{५} = \frac{१०}{५} = २ \text{ होगा अर्थात् वर्ग निम्न प्रकार से बनेंगे :—}$$

१५—१७ वर्षों में

१७—१९

१९—२१

२१—२३

२३—२५

वर्गों का विस्तार और प्रो० एच० ए० स्टर्जेंज के विचार

प्रो० एच० ए० स्टर्जेंज का विचार है कि वर्ग विस्तार नीचे लिखी हुई विधि से निकालना चाहिये। यदि इस विधि के अनुसार निकाली हुई संख्या पूर्णाङ्क न हो तो उपसादन (Approximation) की उचित विधि द्वारा इसे पूर्णाङ्क कर लेना चाहिये :—

$$\text{वर्ग विस्तार} = \frac{\text{इकाइयों का सबसे बड़ा मूल्य—इकाइयों का सबसे छोटा मूल्य}}{1 + 3.322 \times \text{Log इकाइयों की कुल संख्या}}$$

$$i = \frac{\text{Range}}{1 + 3.322 \text{ Log } N}$$

उदाहरण—यदि इकाइयों की संख्या ३०० है और इकाइयों का सबसे बड़ा मूल्य १०० व सबसे छोटा मूल्य २० है तो वर्ग विस्तार निकालिये।

हल—

$$\begin{aligned} i &= \frac{\text{Range}}{1 + 3.322 \text{ Log } N} \\ &= \frac{100 - 20}{1 + 3.322 \text{ Log } 300} \\ &= \frac{80}{1 + 3.322 \times 2.4771} \\ &= \frac{80}{1 + 8.32} \\ &= \frac{80}{9.32} = 8.66 \end{aligned}$$

वर्ग विस्तार ८.६६ हुआ परन्तु यह वर्ग विस्तार लेना ठीक नहीं रहेगा। ऐसी दशा में निकटतम पूर्णाङ्क संख्या मान लेना पड़ेगा। यहाँ निकटतम पूर्णाङ्क संख्या ९ होगी।

(३) वर्ग सीमायें (Limits of Class-intervals)—वर्ग सीमायें स्पष्ट और निर्दिष्ट होनी चाहिये ताकि प्रत्येक पद किसी न किसी वर्ग में सम्मिलित किया जा सके। इसी अध्याय में अपवर्जी विधि (Exclusive Method) और समावेशी विधि (Inclusive Method) का विवेचन किया जा चुका है। वर्ग सीमायें इन दोनों विधियों में से किसी ने, अनुसार निर्दिष्ट की जा सकती हैं।

(४) **घावृत्ति (Frequency)**—वाहे भपवर्जो रीति का पालन किया जाय या समावेशी रीति भपनाई जाय घावृत्ति उसी के अनुगार भरी जानी चाहिये । यदि किसी वर्ग की घावृत्ति धून्य हो तो उसे छोड नहीं देना चाहिये । उस वर्ग के धूमुख धून्य सिल देना चाहिये । घावृत्ति निविधत करते समय बित्त पत्र (Tally Sheet) का भरा जाना बहुत सामप्रद होता है । इससे बिना किसी भद्रुडि के सारसतापूर्वक घावृत्ति प्राप्त हो जाती है ।

(५) **वर्गान्तर (Class-interval)**—यथा समय वर्गान्तर इन प्रकार का होना चाहिये कि वर्ग के अन्दर पदों का समान वितरण हो । अधिक पद मध्य बिन्दु के पास रहे और वर्ग की उच्च-सीमा (Upper Limit) व निम्न सीमा (Lower Limit) के पास कम पद रहे । वर्गान्तर यथा समय ऐसा होना चाहिये कि घावृत्तियों का वितरण कम बढ हो । जैसे पहले तो घावृत्तियाँ बडे और फिर उर्ध्व बिन्दु पर पहुँच कर धीरे-धीरे कम होने लगे ।

(६) **पूर्णाङ्क संख्याओं का प्रयोग (Use of Round Figures)**—यथा संभव यह प्रयत्न होना चाहिये कि वर्गान्तर (Class-interval), वर्ग-सीमायें (Class-limits) और मध्य-बिन्दु पूर्णाङ्क हो इससे सूत्रों के प्रयोग व गणित की क्रियायें करने में सरलता होती है ।

सांख्यिकीय श्रेणियाँ (Statistical Series)

एक श्रेणी या माता तर्षपूर्ण ढंग से पदों की व्याख्या है अर्थात् इसमें पद गुण के आधार पर तर्षपूर्ण या कम बढ ढंग से धनुवि-व्यसित (Arrange) किये जाते हैं ।

‘‘यदि दो अत भूत्यों को साथ-साथ इस प्रकार धनुवि-व्यसित किया जाय कि एक का मापनीय अन्तर दूसरे के मापनीय अन्तर का सटसानी हो तो इस प्रकार प्राप्त श्रेणी को सांख्यिकीय श्रेणी कहा जावेगा ।’’ —कोनर

सांख्यिकीय श्रेणियाँ निम्न प्रकार की हो सकती हैं —

(१) **कालान्तर श्रेणी (Time or Temporal Series)**—इसमें वर्गान्तर समय के आधार पर होता है । इसमें समूह के पद ऐतिहासिक क्रम में रखे जाते हैं और समय की प्रधानता हो जाती है । इन्हे ऐतिहासिक श्रेणी (Historical Series) भी कहते हैं । उदाहरणार्थ :—

1. If two variable quantities can be arranged side by side so that measurable difference in the one correspond with measurable difference in the other, the result is said to form a statistical series.

Gross Income of Industrial Finance Corporation of India¹

| Year ended 30th June | Gross income Rs. (In Lakhs) |
|----------------------|-----------------------------|
| 1949 | 5.73 |
| 1950 | 23.47 |
| 1951 | 35.87 |
| 1952 | 42.05 |
| 1953 | 49.30 |
| 1954 | 54.74 |
| 1955 | 60.71 |
| 1956 | 67.63 |
| 1957 | 96.33 |
| 1958 | 154.91 |
| 1959 | 203.88 |

(२) स्थानिक श्रेणी (Spatial Series)—इस प्रकार की श्रेणी में तथ्यों की स्थान सम्बन्धी या भौगोलिक आधार पर बाँटे हैं। इन्हें भौगोलिक श्रेणियाँ भी कहते हैं। इस प्रकार की श्रेणी में समय स्थिर रहता है पर स्थान बदलता रहता है। उदाहरण :—

Co-operative Farming Societies²

| State/Territory | No of Societies | State/Territory | No. of Societies |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| Andhra Pradesh | 31 | Manipur | 3 |
| Assam | 170 | Mysore | 100 |
| Bihar | 27 | Orissa | 28 |
| Bombay | 402 | Punjab | 478 |
| Delhi | 22 | Rajasthan | 105 |
| Jammu & Kashmir | 7 | Tripura | 12 |
| Kerala | 55 | Uttar Pradesh | 255 |
| Madhya Pradesh | 140 | West Pengal | 148 |
| Madras | 37 | Total | 2,020 |

(३) परिस्थिति श्रेणी (Condition Series)—इन श्रेणियों में घाँकड़ों का वर्गीकरण किसी परिस्थिति में होने वाले परिवर्तनों के आधार पर किया जाता है। इसी से इसे परिस्थिति श्रेणी भी कहते हैं। सम्राई, वजन, मायु आदि सम्बन्धी श्रेणियाँ इसके अन्तर्गत आती हैं। उदाहरणार्थ :—

1. Source—Industrial Finance Corporation of India Report, 1959.

2. Source—India, 1959.

बिसी कक्षा के विद्यार्थियों की परीक्षा में प्राप्तांक

| प्राप्तांक | विद्यार्थियों की संख्या |
|------------|-------------------------|
| ०—१० | ५ |
| १०—२० | १२ |
| २०—३० | २८ |
| ३०—४० | ८ |
| ४०—५० | ७ |
| | ६० |

ये शिवा के ग्राफ के आधार पर भी वर्गीकरण होता है। ग्राफ के विषय के निम्न प्रकार की श्रेणियाँ होती हैं—

- (१) व्यक्तिगत श्रेणी (Individual series)
- (२) लघु श्रेणी (Discrete series)
- (३) सतत श्रेणी (Continuous series)

(१) व्यक्तिगत श्रेणी (Individual Series)—इस प्रकार की श्रेणी में प्रत्येक पद स्वतन्त्र होता है और समय सिग्ना जाता है। यह पद बिना समूह या वर्ग में नहीं रखा जाता बल्कि यह पूर्णतः स्वतन्त्र होता है। यहाँ निरीक्षणों का समूह नहीं बनाया जाता। मान लीजिये कि गी कक्षा में पाँच विद्यार्थी क, ग, घ, ङ और च हैं। बिना विषय में परीक्षा के उनके प्राप्तांक लिखे जाते हैं। जैसे—

| विद्यार्थियों का नाम | प्राप्तांक |
|----------------------|------------|
| क | २२ |
| ख | ३० |
| ग | ३२ |
| घ | १६ |
| ङ | १० |

(२) लघु श्रेणी (Discrete or Discontinuous Series)—इस श्रेणी में यह सम्भव होता है कि प्रत्येक पद का मुख्य काली उच्च कोटि की गणित सम्बन्धी घटना के साथ प्राप्त किया जाता है और उच्च काल (variable) को गिने एक ही में प्रकट किया जाता है जो एक दूसरे के एक निश्चित अंतर पर मात्रा में प्रकट होते हैं। ऐसी श्रेणी को लघु या विच्छिन्न श्रेणी कहते हैं। यहाँ पर पद टिक टिक पूर्णाङ्क में मापनीय होते हैं। यहाँ हजारों विरल छोटे भागों में विभक्त नहीं की जा सकती जैसे व्यक्ति, दुर्घटना, पुच्छ संख्या आदि।

उदाहरण—

| Weekly Wages in Rs. | No of Workers in the Factory |
|---------------------|------------------------------|
| 20 | 4 |
| 21 | 8 |
| 22 | 11 |
| 23 | 12 |
| 24 | 5 |
| | <hr/> 40 |

(३) **असंख्यित श्रेणी (Continuous Series)**—इन्हें अविच्छिन्न या अनन्त श्रेणी भी कहते हैं। जब एक श्रेणी के पद अंकगणितीय श्रुद्धा के साथ निर्धारित करने के योग्य नहीं होते और उपसादन के द्वारा मापन किये जाते हैं और केवल कुछ निश्चित सीमाओं के अन्तर्गत रखे जा सकते हैं तो इस प्रकार जो लेखन पाया जाता है उसे असंख्यित श्रेणी कहते हैं। यहाँ पर प्रत्येक पद का मूल्य पूर्ण श्रुद्धा के साथ प्राप्त करना संभव नहीं होता और विभिन्न पद बहुत थोड़ी मात्रा में बदलते रहते हैं। इस प्रकार की श्रेणी में कुछ ऐसे वर्ग नालिये जाते हैं जिनमें संततता (Continuity) टूटती नहीं है और जहाँ एक वर्ग समाप्त होता है वहीं से दूसरा वर्ग प्रारम्भ होता है। इस प्रकार प्रत्येक मूल्य के पद के लिये कहीं न कहीं स्थान रहता है। प्रायः वजन सम्बन्धी, विस्तार, आय, उत्पन्न आदि के मापन में असंख्यित श्रेणी बनती है।

उदाहरण—

| Weight in lbs. | No of Students |
|----------------|----------------|
| 120—125 | 4 |
| 125—130 | 10 |
| 130—135 | 20 |
| 135—140 | 22 |
| 140—145 | 7 |
| | <hr/> 63 |

सारणीयन (Tabulation)

सांख्यिकीय सामग्री का वर्गीकरण करने के उपरान्त उन्हें सारणियों में प्रदर्शित किया जाता है। सारणीयन के द्वारा एकत्रित सामग्री को सरल, संक्षिप्त व सुबोध बनाया जाना है जिससे उसे समझने में सरलता हो और बँटाप करने में सुविधा हो। इससे परिणाम निष्कर्षण और निर्वचन करने (Interpretation) में सुविधा होती है। सारणीयन की परिभाषा के सम्बन्ध में सांख्यिकी विद्वानों ने मत नीचे दिये हूये हैं।

“सारणीयन किसी भी रूप में उपनयन मंचित सामग्री और मान्द्री द्वारा प्राप्त किये हुये अंतिम तर्कसंगत परिणामा के बीच की क्रिया है।”

—वाउले

वाउले ने सारणीयन के क्षेत्र को बहुत व्यापक बना दिया है। मात्र के युग में सारणीयन इनके व्यापक अर्थों में प्रयुक्त नहीं होता है।

सबसे विस्तृत अर्थ में समको की खाना और पंक्तियों में क्रम बद्ध व्यवस्था को सारणीयन कहते हैं।¹

—स्नेदर

‘सारणीयन किसी विचाराधीन समस्या को स्पष्ट बनाने के लिये सरलता सम्बन्धी आँवडो का नियमित एवं व्यवस्थित प्रदर्शन है।’²

—एल० क्लार० कोनर

“सारणी वह साधन है जिससे वर्गीकरण द्वारा की गई विवेचना को स्थायी रूप से लेख बद्ध किया जाता है और समान एवं तुलना की जाने वाली वस्तुओं को उचित स्थान पर रखा जाता है।”³

—सेवाइस्ट

सारणीयन से लाभ (Advantages of Tabulation)

सारणीयन के भी वही उद्देश्य होते हैं जो वर्गीकरण के होते हैं। यहाँ सारणीयन के कुछ लाभों का विवेचन किया जायेगा—

(१) इसकी सहायता से सांख्यिकीय सामग्री को इस प्रकार से प्रस्तुत किया जाता है कि इसे समझने में सरलता होती है तथा सांख्यिकीय प्रयोग के लिये टीक हो जाती है।

(२) उसके द्वारा आँकड़े क्लिष्ट कर्तव्य रूप से प्रस्तुत किये जाते हैं। वे मस्तिष्क को अच्छे लगते हैं तथा इन्हें प्रभावशाली हो जाते हैं कि उनकी अमित छाप मस्तिष्क पर पड़ जाती है।

(३) इससे समय व स्थान भी बचत होती है क्योंकि उही चीजों को बार बार लिखने की आवश्यकता समाप्त हो जाती है।

(४) इससे चित्र व बिन्दु रेखा बनाने में भी सहायता मिलती है।

1 ‘Tabulation in its broadest sense is any orderly arrangement of data in columns and rows’
—Blair

2 ‘Tabulation involves the orderly and systematic presentation of numerical data in a form designed to elucidate the problem under consideration’
—L.R. Connor

3 ‘Tables are a means of recording in permanent form the analysis that is made through classification and of placing in juxtaposition things that are similar and should be compared’

—Secrist

(५) सारणीयन की सहायता से दो या अधिक श्रेणियों में तुलना सरल हो जाती है क्योंकि वे पास-पास व क्रम में रखी जाती हैं ।

(६) इससे गणना करना सरल हो जाता है और भ्रष्टाचारों का पता लगाने में सरलता होती है ।

(७) सारणीयन हो जाने से भाँवटों को दूर से पढ़ा जा सकता है ।

(८) अधिक सूचना कम स्थान में दिखाई जा सकती है ।

सारणीयन की सीमाएँ (Limitations of Tabulation)

सारणीयन की कुछ सीमाएँ भी होती हैं । इनमें से प्रमुख निम्न हैं —

(१) प्रत्येक पद का स्वतन्त्र व्यक्तित्व सारणी में प्रायः समाप्त हो जाता है ।

(२) अनेक परिस्थितियों में प्राप्त किये गये तथ्यों को सीमित स्थानों में प्रदर्शित करने से उनके सदर्भ के अभाव में शुद्धता का बलिदान होता है ।

एक सारणी के प्रमुख भाग (Main Parts of a Table)

एक अच्छी सारणी के निम्न प्रमुख भाग होते हैं —

(१) शीर्षक (Title)—शीर्षक देते समय यह प्रयत्न किया जाता है कि वह ऐसा हो कि सारणी के क्षेत्र को स्पष्ट रूप से प्रकट कर सके । यथा संभव शीर्षक छोटा होना चाहिये, क्योंकि बड़े शीर्षकों को पढ़ने में असुविधा होती है । परन्तु कहने का यह अर्थ कदापि नहीं कि छोटा करने में उसकी स्पष्टता समाप्त हो जाय । उसके शब्द ऐसे चुने हुये हों कि जो विन्दुल उपयुक्त हों और उसका अर्थ स्पष्ट हो ।

उपशीर्षक (Captions)—प्रत्येक सारणी में कई स्तम्भ या खाने (Columns) रहते हैं । उनकी संख्या विषयों की भिन्नता अथवा भाँवटों पर निर्भर रहती है । उदाहरण अथवा खंडे (Vertical) खानों की संख्या यथासंभव कम होनी चाहिये परन्तु यह ध्यान रखना आवश्यक है कि संख्या कम करने के विचार से कोई आवश्यक घात न छूट जाय । योग का खाना रखना भी आवश्यक है । खानों का शीर्षक स्पष्ट व सरल होना चाहिये तथा शीर्षक के पास ही विषय या संख्या का एक दे देना चाहिये । खानों के उप-विभाग भी आवश्यकतानुसार किये जाते हैं और उनका सरल व स्पष्ट शीर्षक देना आवश्यक है । खानों की चौड़ाई संख्या के बड़े या छोटे होने के अनुसार होनी चाहिये । प्रधान खानों की संख्या यथासंभव कम होनी चाहिये ।

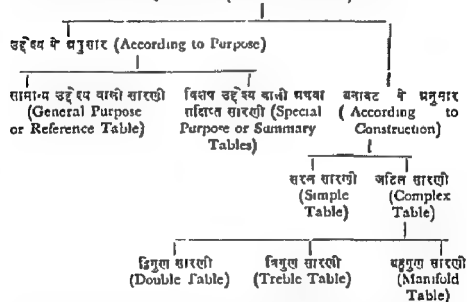
(३) टिप्पणियाँ (Notes)—सारणी में दिये गए अंकों या शब्दों के स्पष्टीकरण के लिये कभी-कभी टिप्पणी आवश्यक होती है जो सारणी के नीचे दे दी जाती है । पर यथासंभव सारणी को पूर्ण होना चाहिये ताकि टिप्पणियों का सहारा न लेना पड़े ।

(४) रेखाएँ लौचन व स्थान छोड़ना (Ruling & Spacing)—सारणी में इनका बहुत महत्व है । कारण यह है कि सारणी का अच्छा या बुरा होना बहुत कुछ इन्हीं पर निर्भर करता है । यह अच्छा है कि पहले सारणी का ढाँचा बना

लिया जाय और उसमें यथा समभव सुधार करने सारणी बनाई जाय। रेखायें खींचना व स्थान छोटना विषय व अनुसार होता है।

(५) पदों का समायोजन (Arrangement of Items)—त्रय बद्ध ढंग से पदों का समायोजन सारणी को आकर्षक व उपयोगी बना देता है। जिन तानों की तुलना की आवश्यकता हो वे एक साथ होने चाहिये। पदों का समायोजन वर्णमाला, समय, प्रकार, रिवाज, महत्ता या भौगोलिक त्रय के अनुसार हो सकता है।

सारणी के प्रकार (Kinds of Tables)



सामान्य उद्देश्य वाली सारणी (General Purpose or Reference Table)

इस प्रकार की सारणी का कोई विशेष उद्देश्य नहीं होता। यह प्रायः प्रकाशित प्रतिवेदनो के पीछे दी हुई रहती है और उनसे विभिन्न ढंग से विभिन्न व्यक्तियों द्वारा लाभ उठाया जा सकता है। क्रॉक्सटन तथा काउडेन (Croxtan & Cowden) के मतानुसार "सामान्य उद्देश्य वाली सारणी का सबसे पहला और सामान्यतः एकमात्र उद्देश्य समर्थों को इस प्रकार रचना होना है कि व्यक्तिगत पद पाठक द्वारा सीधे कूड़े जा सकें।"

उद्देश्य के अनुसार सारणी निम्न प्रकार की हो सकती है—

विशेष उद्देश्य वाली अथवा संक्षिप्त सारणी (Special Purpose or Summary Tables)

इस प्रकार की सारणी अथवा सामान्य उद्देश्य की कई सारणियों से तैयार की जाती है ताकि एक निश्चित उद्देश्य की पूर्ति हो सके।

संक्षिप्त सारणी माधारणतया सामान्य उद्देश्य वाली सारणीया से बनाई जाती हैं। उनके तैयार करने की विधि निम्न है —

(१) विस्तार के साथ दिये गये घांकडा को संक्षिप्त रूप दिया जाता है।

(२) निरपेक्ष (Absolute) संख्याओं के स्थान पर माध्य, प्रतिशत, अनुपात आदि को प्रयोग किया जा सकता है।

(३) ऐसे समकों को छोड़ देते हैं जो सारणी के उद्देश्य से सम्बन्ध नहीं रखते।

(४) संक्षिप्त सारणी में नये श्रेणियों के अनुसार समकों को रखा जा सकता है—यदि इसकी आवश्यकता प्रतीत हो।

बनावट के विचार से सारणी निम्न प्रकार के हो सकते हैं :—

(१) सरल सारणी (Simple Table)—इस प्रकार की सारणी में विभिन्न समकों के केवल एक ही गुण या विशेषता का विवेचन किया जाता है। यह सारणी बनाने में तथा अध्ययन करने में अत्यन्त सरल होती है। यहाँ भागों के उप-विभाग नहीं होते। इस प्रकार की सारणी में केवल दो ही भाग होते हैं। नीचे की निरंक सारणी (Blank Table) सरल सारणी का नमूना है :—

Table No.....

Table showing number of students of the various faculties of a College.

| Faculties | No. of Students |
|----------------|-----------------|
| 1. Arts | |
| 2. Commerce | |
| 3. Science | |
| 4. Agriculture | |
| 5. Law | |
| Total | |

(२) जटिल सारणी (Manifold Table)—जटिल सारणी में सरल सारणी की तरह केवल एक गुण या लक्षण का विवेचन न होकर एक से अधिक गुण या लक्षणों का विवेचन होता है। जटिल सारणी निम्न प्रकार की हो सकती है :—

(क) द्विगुण सारणी (Double Table)—इस प्रकार की सारणी एक ही प्रकार के दो विभिन्न गुणों का प्रदर्शन करती है। इनमें सारणी के सदस्यों के बीच का साधारणतः दो या अधिक उप-समूहों में विभाजित होते हैं। ऊपर दी हुई सारणी में केवल विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात होती है। यह नहीं पता चलता कि उनमें कितने पुरुष और कितनी स्त्रियाँ हैं। द्विगुण सारणी में इन द्वारा स्पष्टीकरण पायेंगे।

Table No

Table showing sex wise number of students in the various Faculties of a College

| Faculties | No of Students | | Total |
|---------------|----------------|---------|-------|
| | * Males | Females | |
| 1 Arts | | | |
| 2 Commerce | | | |
| 3 Science | | | |
| 4 Agriculture | | | |
| 5 Law | | | |
| Total | | | |

(ख) त्रिगुण सारणी (Treble Table)—यह सारणी तीन प्रकार की विशेषताओं को प्रकट करती है। इनमें तीन विभिन्न विभागों में छात्रों को प्रस्तुत किया जाता है। इसका उदाहरण नीचे दिया है —

Table No.....

Table showing sex and residence wise No. of students in the the various Faculties of a College.

| Faculties | Number of Students | | | | | | Grand Total |
|----------------|--------------------|--------------|-------|----------|--------------|-------|-------------|
| | Males | | | Females | | | |
| | Boarders | Day Scholars | Total | Boarders | Day Scholars | Total | |
| 1. Arts | | | | | | | |
| 2. Commerce | | | | | | | |
| 3. Science | | | | | | | |
| 4. Agriculture | | | | | | | |
| 5. Law | | | | | | | |
| Total | | | | | | | |

(ग) बहुगुण सारणी (Manifold Table)—बहुगुण सारणी में प्रांकों के अनेक गुणों पर एक साथ ही प्रकाश डाला जाता है। इस प्रकार की सारणी प्रांकों की तीन से अधिक विशेषताओं को प्रकट करती है। उदाहरण के लिये पृष्ठ १२५ पर देखिये।

सारणीयन की विधियाँ (Methods of Tabulation)

सारणीयन करते समय विभिन्न मूल्यों की प्राप्ति प्राप्त करनी होती है। सामान्यतः सारणी बनाने की निम्न दो रीतियाँ प्रयोग में लाई जाती हैं :—

(१) हाथ से द्वारा (By Hand)—जब अनुसन्धान का क्षेत्र छोटा होता है अर्थात् अवलोकन (Observation) की संख्या कम होती है तो हाथ द्वारा सारणीयन ठीक होता है। नीचे की सारणी से यह स्पष्ट हो जायेगा।

Table.....

Monthly wages of 20 Labourers of Leather Goods Factory, Kanpur for March, 1960

| Wages in Rupees | Number of Students | Total |
|-----------------|--------------------|-------|
| 0—20 | I | 1 |
| 20—40 | II | 2 |
| 40—60 | IIII I | 6 |
| 60—80 | IIII IIII | 10 |
| 80—100 | I | 1 |
| Total | | 20 |

(२) यांत्रिक सारणीयन (Mechanical Tabulation)—हाथ के द्वारा सारणीयन वही सम्भव है जहाँ सांख्यिकीय सामग्री थोड़ी हो। परन्तु किसी बड़े अनुसंधान में जहाँ सामग्री बहुत होती है वहाँ हाथ द्वारा सारणीयन में बहुत समय व मानवीय श्रम लगता है। ऐसे स्थानों पर मशीनों का प्रयोग अधिक अच्छा होता है। यांत्रिक सारणीयन में निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

(अ) कार्डों को छाँटना—कार्डों के छाँटने का कार्य भी मशीन के द्वारा ही होता है। छेद हुए कार्डों को एक छाँटने वाली मशीन में लगाया जाता है जो कार्ड के प्रत्येक छेद पर एक विद्युत्-सम्पर्क (Electric Contact) स्थापित कर देती है। फिर कार्ड विभिन्न वर्गों में छँट जाते हैं।

(ब) सामग्री को संकेतों में बदलना—सर्वप्रथम सम्पूर्ण सामग्री को संकेतों (Codes) में बदल देते हैं।

(ब) संकेत संख्या को सारणीयन कार्डों पर लिखना—इसके उपरान्त संकेत संख्या को सारणीयन कार्डों पर छेदों द्वारा प्रकृत करते हैं।

(द) सारणीयन—इसके उपरान्त कार्ड सारणीयन मशीन में रखे जाते हैं। यह मशीन सूचना को इच्छित ढंग से संक्षिप्त करती है और छापती है।

(य) छंकों की गणना—काठों की गिनती करके विभिन्न वर्गों के अन्तर्गत घाने वाली संख्याएँ भी मशीनों के द्वारा प्राप्त की जाती हैं ।

यांत्रिक सारणीयन से स्वाम—यांत्रिक सारणीयन से निम्न लाभ हैं :—

- (१) इस रीति से सारणीयन करने में बहुत कम समय लगता है ।
- (२) इस रीति में उच्च मात्रा की शुद्धता पाई जाती है ।
- (३) सारणीयन मुख्यवस्थित व मितव्ययी होता है ।
- (४) मानवीय धम की यत्न होती है ।
- (५) अशुद्धियों की जाँच अत्यन्त सरलतापूर्वक किसी भी समय हो सकती है ।

आधुनिक काल में प्रगतिशील देशों में यांत्रिक सारणीयन का प्रयोग होता है । इसका सबसे बड़ा दोष यह है कि प्रारम्भ में मशीन खरीदने में काफी खर्च होता है जो खर्चे लिये सम्भव नहीं ।

मुख्यतः होलरिथ (Hollerith), पावर्स (Powers), व पैरामाउन्ट (Paramount) तीन प्रकार की मशीनें अविश्व प्रचलित हैं ।

सांख्यिकीय सारणी की रचना के लिये नियम (Rules for Construction of Statistical Table)

सांख्यिकीय सारणी बनाने समय निम्न बातों की धीर ध्यान रखना आवश्यक है —

(१) सारणी की संख्या व शीर्षक (Number and Title of Table)—सबसे ऊपर सारणी की संख्या दे देनी आवश्यक है । संख्या होने में सरलता में किसी भी सारणी का उल्लेख किया जा सकता है । इसके परभाव सारणी का शीर्षक दिया जाना चाहिये । शीर्षक पूर्ण, असंदिग्ध, और स्पष्ट होना चाहिये । यथा सम्भव शीर्षक बहुत संक्षिप्त न होकर छोटा रहे तो अच्छा है । साथ ही साथ उसमें यह भी प्रष्ट होना चाहिये कि क्या, कहाँ में, और कैसे प्राप्त हुए ।

(२) सारणी का आकार (Size of Table)—सारणी का आकार न तो बहुत बड़ा होना चाहिये और न बहुत छोटा । यदि सामग्री बहुत अधिक हो तो कई सारणियों में प्रस्तुत किया जाना चाहिये और फिर बाद में एक सारांश सारणी (Summary Table) भी बनाना चाहिये जिसमें सभी सारणियों का सारांश हो ।

(३) उपशीर्षक (Captions)—प्रत्येक स्ताने का उपशीर्षक देना आवश्यक है । उपशीर्षक यथा सम्भव गठित होने चाहिये । यदि सारणी में बहुत से छोटे-छोटे स्ताने हो जाते हैं तो उनमें १, २, ३, ४ आदि संख्या भर देनी चाहिये । उपशीर्षक के पास विषय या संख्या का एक भी दे देना चाहिये । जहाँ-जहाँ संख्याओं के बड़े होने के कारण यदि सब एक ही होती हैं तो हजारों या लाखों या करोड़ों में लिखकर

सारणी में भरने के लिये उस संख्या को छोटी बना लेते हैं। उदाहरणार्थ यदि अ, व, स, द चार व्यक्तियों की वार्षिक आय क्रमशः ४०,०००, ५०,०००, ३५,००० और ६०,००० रुपये हैं तो सारणी में इस प्रकार दिखा देंगे :—

| व्यक्ति | वार्षिक आय (हजार रुपये में) |
|---------|-----------------------------|
| अ | ४० |
| व | ५० |
| स | ३५ |
| द | ६० |

(४) योग (Totals)—सारणी को अधिक लाभप्रद बनाने के लिये विभिन्न खानों की सरयाओं का जोड़ आवश्यक है। यदि एक ही खाना हो तो जोड़ नीचे दिया जा सकता है। कई उपविभाग होने पर सबका जोड़ अलग-अलग और फिर एक साथ में आवश्यक है। दोनों ओर से जोड़ की व्यवस्था होनी चाहिये।

(५) तुलनात्मक अध्ययन की सुविधा (Facility of Comparative Study)—सारणी में यथासम्भव ऐसी व्यवस्था होनी चाहिये कि विभिन्न समूहों में तुलना सम्भव हो सके। जिन शीर्षकों की तुलना करनी हो वे पास-पास रहें।

(६) विस्तारणात्मक टिप्पणियाँ (Explanatory Notes)—यदि शीर्षकों के बारे में कोई विशेष सूचना देनी अनिवार्य हो तो उसे टिप्पणी के रूप में दिया जाना चाहिये। इस प्रकार की टिप्पणी सारणी के नीचे दी जानी चाहिये। यथासम्भव यह प्रयत्न होना चाहिये कि सारणी इतनी स्पष्ट और व्यापक हो कि टिप्पणी देने की आवश्यकता ही न पड़े परन्तु यदि कोई सूचना आवश्यक है तो टिप्पणी के रूप में स्पष्ट रूप से दे देना चाहिये।

(७) सामग्री का स्रोत (Source of Data)—सारणी के नीचे यह भी लिख देना चाहिये कि कहां से शीर्षक प्राप्त किये गये हैं। इससे यह लाभ होता है कि शीर्षकों की शुद्धता के विषय में कहीं सन्देह होने पर इसकी जाँच की जा सकती है। यदि प्रत्येक स्तम्भ के शीर्षक अलग-अलग स्रोतों से प्राप्त किये गये हैं तो प्रत्येक का विवरण देना आवश्यक है। यह ध्यान रखना आवश्यक है कि यथासम्भव प्रारम्भिक स्रोतों का प्रयोग होना चाहिये।

(८) खानों का आकार (Size of Columns)—खानों बनाते समय उनके आकार की ओर यथासंभव ध्यान देना अत्यन्त आवश्यक है। कुछ खाने ऐसे होते हैं जिनमें सूचनार्य बहुत कम भरनी होती है—उन्हें पतला बनाया जाना चाहिये। इसके विपरीत कुछ खाने ऐसे होते हैं जिनमें काफी सूचनार्य भरनी होती है। उन्हें चौड़ा बनाना चाहिये। इस प्रकार खानों का आकार प्राप्त स्थान, अन्य खानों का आकार तथा भरी जानी वाली सूचना इन तीनों के अनुसार होना चाहिये।

(६) **स्तंभों की रजिग (Ruling of Columns)**—यथास्थान मोटी व हल्की रेखाओं द्वारा स्तंभों को अलग किया जाये। योग व अंतर महत्वपूर्ण होने मोटी या दाहल रेखा का प्रयोग जाना चाहिये ताकि सम्मनन व सरलता हो तथा दृश्यन में भी प्राकृतिक मने।

(१०) **सरलता (Simplicity)**—सारणी का एक मुख्य उद्देश्य यह है कि कम से कम मानसिक परिश्रम व प्रयत्न सम्भव हो जाय। इसलिये सारणी का सरल होना अनिवार्य है ताकि उसे छात्रांनी से समझा जा सके।

(११) **मित्तमवित्त (Economy)**—यथासम्भव यह भी ध्यान रखना आवश्यक है कि सारणी व दानन में स्थान, घन या समय का प्रयोग न हो।

(१२) **प्राकर्षक रूप (Attractive Shape)**—सारणी के लिये यह प्रयत्न आवश्यक है कि वह चित्ताकर्षक हो। इसके लिये प्राकार, लिखावट, रेषाओं द्वारा नमी दाती पर समुचित ध्यान दिया जाना आवश्यक है।

(१३) **मूल अक्ष (Original Figures)**—सारणी में यदि अक्षय प्रमाण प्रादि दिए गये हों तो जहाँ तक सम्भव हो मूल अक्ष भी दे देना चाहिये और ये दोनों पास-पास होने चाहिये।

(१४) **महत्ता के अनुसार पदों का समायोजन (Arrangement of Items According to Importance)**—सारणीयन में यह प्रयत्न होना चाहिये कि पदों की उनके महत्त्व के अनुसार सारणी में स्थान दिया जाय। अधिक महत्त्वपूर्ण पदों की पहले और कम महत्त्वपूर्ण पदों की बाद में लिखना चाहिये।

(१५) **विभागों व उपविभागों की स्पष्ट दिखाना**—अनुगत ध्यान के उद्देश्य को ध्यान में रखते हुए सारणी के विभाग तथा उपविभाग को सुन्दरता के साथ दिखाना चाहिये।

(१६) **माप की दृकार्द**—यदि माप की दृकार्द ५० या ६० या १०० की हो तो उसे माना में अवश्य लिखना चाहिये।

(१७) **उपमादन का स्थान (Place of Approximation)**—यदि संख्याओं में उपमादन विधि अपनाई गई है तो किस अक्ष तक उपमादन किया गया है यह सूचना सारणी के ऊपर लिख देनी चाहिये।

Standard Questions

- 1 Define classification. What part does it play in statistics? State the main types or classes in reference to which you will classify statistical observations. (B Com, Rajputana, 1919)
- 2 Explain the purpose of classification of statistical data. What considerations are to guide you in fixing the class interval and class limits for a frequency distribution. (B Com, Rajputana 1954)

3. Explain the purpose and methods of classification of data. How are the machine tabulating cards prepared and used.
(Agra, B. Com., 1943)
4. How will you proceed to classify the observations made.
(Agra, B. Com., 1941)
5. "Classification is the process of arranging things (either actually or notionally) in groups or classes according to their resemblances and affinities and gives expression to the unity of attributes that may subsist amongst adversity of individuals." Elucidate the above statement.
(B. Com., Allahabad, 1947)
6. How would you proceed to classify the observations made, and what points will you take into consideration in tabulating them. Mention the kinds of tables generally used.
(B. Com., Agra, 1911)
7. Explain the purpose of 'Tabular presentation' of the statistical data. Draft a form of tabulation to show the distribution of population according to Community by age, sex and married status.
(B. Com., Rajputana, 1955)
8. What precautions would you take in tabulating your data? Prepare a blank table to show the distribution of population according to sex and four religions, in five age groups, in seven important cities of U.P.
(B. Com., Bararas, 1950)
9. Discuss the functions and importance of tabulation in a scheme of investigation.
Prepare blank tables, showing the distribution of students of college according to age, class and residence for arranging (a) Physical Training and (b) Tutorial classes. (B. Com., Agra, 1912)
10. "Either for one's own use or for the use of others, the data must be presented in some suitable form." Comment on this statement, and discuss the functions and importance of tabulation in a scheme of investigation. What points should be taken into consideration in tabulating statistical data?
(B. Com. Agra, 1955)
11. Write an essay on the process of collection, and tabulation of statistical data.
(B. A. Tricolcott, 1954)
12. You are given a statistical table. What questions would you ask before accepting it? Draft a form of tabulation to show—
(a) Sex (b) Three ranks—supervisors, assistants, and clerks;
(c) Years 1916 and 1943; (d) Age-groups:—18 years and under over 18 but less than 55 years, over 55 years.
(B. A. Madras, 1953)
13. Explain how you would tabulate statistics of deaths from principal diseases by sexes in different provinces of India for a period of 5 years.
(M. A. Calcutta, 1937)
14. What precautions should be taken in tabulation of data? Point out the mistakes made in the following blank table drawn to

show the distribution of population according to sex, age and literacy —

| Sex | 0 to 25 | | 25 to 50 | | 50 to 75 | | 75 to 100 | |
|--------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|-----------|------------|
| | Literate | Illiterate | Literate | Illiterate | Literate | Illiterate | Literate | Illiterate |
| Male | | | | | | | | |
| Female | | | | | | | | |

(B Com Lucknow, 1937)

15 Re arrange the following blank table with a view to make it more intelligible —

| Sex | Brahmin | | Rajput | | Vaishya | | Haryan | |
|--------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|
| | Literate | Illiterate | Literate | Illiterate | Literate | Illiterate | Literate | Illiterate |
| Male | | | | | | | | |
| Female | | | | | | | | |

(B Com Allahabad, 1910)

16 Arrange the following marks in a Frequency Table, taking the lowest class intervals (10 20) —

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ■ | 81 | 61 | 87 | 43 | 72 | 62 | 78 | 69 | 47 |
| 81 | 81 | 59 | 76 | 33 | 29 | 57 | 49 | 51 | 69 |
| 59 | 81 | 78 | 43 | 76 | 43 | 61 | 55 | 22 | 63 |
| 81 | 07 | 57 | 83 | 93 | 85 | 70 | 64 | 78 | 53 |
| 85 | 67 | 75 | 40 | 79 | 42 | 95 | 92 | 60 | 91 |
| 75 | 65 | 72 | 73 | 65 | 60 | 57 | 73 | 36 | 33 |
| 61 | 62 | 81 | 66 | 77 | 75 | 74 | 73 | 70 | 69 |
| 70 | 62 | 91 | 73 | 72 | 83 | 50 | 96 | 85 | 30 |

(B A Andhra, 1954)

- 17 Prepare a table with a proper title, divisions and sub-divisions represent the following heads of information —
- Exports of cotton piece goods from India
 - To Burma, Java, China, Iran, Iraq
 - Amount of piece goods to each country
 - Value of piece goods to each country
 - From 1939-40 to 1945-46 year by year
 - Total amount exported each year
 - Total value of exports each year (B Com, Allahabad, 1945)
- 18 Prepare a specimen form in blank, with suitable heading and spacing, for use in collection of data on one of the following —
- Survey of trades in your district.
 - Standard of living of middle class families in a small town
 - Expenses of students in a university
- (Dip in Econ, Madras)
- 19 Distinguish between Classification and Tabulation Discuss the purpose, methods and importance of classification
- (B Com, Agra, 1959)
- 20 What precautions would you take in Tabulating your data ?
- (B Com, Agra 1937)
- 21 State concisely the basis of good classification of statistical data Consider how far the classification of Indian Trade Statistics both inland and foreign satisfy theoretical requirements
- (M A Agra, 1952)
- 22 Prepare a blank title in which can be shown the prices per maund of wheat and rice for the years 1939 and 1941 for seven important grain markets of U P (B Com, Lucknow, 1953)
- 23 What important factors should be borne in mind at the time of preparing a Table
- 24 What are the usual bases of classification of data in statistics ? Draw a title to show the number of wholly unemployed, temporarily unemployed and total number of workers unemployed, each class being divided into males and females for the following industries —
- Coal mining, Iron ore mining
- Cotton-manufacturing, glass manufacture and mica mining
- (B Com, Lucknow 1952)
- 25 What part classification and tabulation play in statistics ?

चित्रों द्वारा अंकों का प्रदर्शन

(Diagrammatic Representation of Facts)

प्रस्तावना

यह पहले ही व्यक्त किया जा चुका है कि सांख्यिकी विज्ञान का एक महत्वपूर्ण कार्य यह है कि जटिल आंकड़ों को इस प्रकार प्रस्तुत किया जाय कि वे देखने में सुन्दर तथा समझने में बहुत सरल बन जाय। वर्गीकरण व सारणीयन इसी उद्देश्य को लेकर किये जाते हैं परन्तु व्यवहारिक जीवन में ऐसा देखा जाता है कि वर्गीकरण व सारणीयन ठीक वंत से करने पर भी जब बहुत से अंक एक साथ दिये जाते हैं तो उन्हें समझने में असुविधा होती है तथा समय लगता है। अंकों का यह जमपट आँखों व मस्तिष्क दोनों को बचकर में डाल देता है। यों तो माध्य (Averages) व व्युत्पन्न (Derivatives) आदि आंकड़ों को सरल व संक्षिप्त बनाते हैं परन्तु वहाँ भी तथ्यों को अंकों से ही व्यक्त किया जाता है। एक विशेष बात यह भी है कि जन साधारण अंकों में अधिक दिलचस्पी रखते। यदि हम अपनी बातों को अंकों के द्वारा समझाने के बजाय किसी अन्य सरल साधन द्वारा समझाने का प्रयत्न करें। जहाँ अंकों का कम से कम प्रयोग किया गया हो तो हमारी बात जन साधारण के लिये सरल समझने तथा याद करने योग्य हो जाती है। उदाहरणार्थ यदि कोई यह कहे कि अ की आय १५०० रुपये माहवार है और ब की ३०० रुपये माहवार है तो यह बात एक सामान्य व्यक्ति के लिये समझने में कठिन होगी तथा इसे याद करने में मस्तिष्क पर जोर पड़ेगा परन्तु यदि इसी बात को इस प्रकार कहे कि अ की मासिक आय ब की मासिक आय की पाँच गुनी है तो इसे समझने व याद करने में सरलता हो जाती है और यदि इसे चित्र द्वारा अंकित किया जाय तो अ तथा ब की आय का अनुपात मस्तिष्क में ठीक तरह से बैठ जायेगा और उसे समझने में साधारण व्यक्ति को भी कोई कठिनाई नहीं होगी।

यों ही चित्रों के बनाने में उच्च स्तर की गणितीय मूढ़ता नहीं रहनी परन्तु फिर भी दर्शकों को प्रभावित करने में ये बहुत सफल होते हैं और इनसे आँखों की विशेषताएँ प्रकट हो जाती हैं।

चित्रों की उपयोगिता एवं लाभ (Utility and Advantages of Diagrams)

चित्रों की निम्न उपयोगिताएँ एवं लाभ हैं—

(१) चित्र समकों को सरल व सुबोध बनाते हैं—चित्रों के द्वारा जटिल, अव्यवस्थित और विशाल समक राशि पर्याप्त सरल हो जाती है और वह जन सामान्य के

चित्रों के प्रमुख लाभ ६ हैं

(१) चित्र समकों को सरल व सुबोध बनाते हैं ।

(२) अधिक समय तक स्मरणीय ।

(३) चित्रों को समझने के लिये विशेष ज्ञान एवं शिक्षा की आवश्यकता नहीं ।

(४) समय व धन की बचत ।

(५) भविष्य का अनुमान लगाने में सहायक ।

(६) चित्र बहुत आकर्षक होते हैं ।

(७) सूचना के साथ साथ मनोरंजन होना ।

(८) दूसरों तक सूचना पहुँचाने में सहायक ।

(९) तुलना करने में सहायक ।

समझने योग्य हो जाती है । केवल प्रकों को देखकर कोई पक्ष निरासना कठिन होता है परन्तु चित्रों को देखकर उनकी विशेषता स्पष्ट रूप से परिलक्षित होती है । परन्तु यह बात सदा याद रखने की है कि चित्र सदा तुलनात्मक होते हैं । कोई प्रकेला चित्र कोई विशेष महत्व नहीं रखता ।

(२) अधिक समय तक स्मरणीय—

प्रकों का बहुत समय तक याद रखना अत्यन्त कठिन है । कुछ समय बाद मनुष्य प्रकों को भूल जाता है । पर चित्रों द्वारा आँकड़ों की एक प्रतिष्ठा छाप मस्तिष्क पर पड़ती है जो बहुत दिनों तक नहीं भूलती ।

(३) चित्रों को समझने के लिये विशेष शिक्षा या ज्ञान की आवश्यकता नहीं—चित्रों को समझना जन सामान्य के लिये बहुत सरल है । इन्हें समझने के

लिये यह आवश्यक नहीं कि सांख्यिकी विज्ञान का पूरा ज्ञान हो । एक साधारण पढ़ा लिखा या अनपठ व्यक्ति भी चित्रों को देखकर बहुत प्रारो में उनका अभिप्राय निकाल सकता है । इसी कारण विज्ञापन में चित्रों की सहायता ली जाती है ।

(४) समय व धन की बचत—चित्रों की सहायता से आँकड़ों के समझने में बहुत कम समय लगता है । इस प्रकार आज के युग में जब कि समय बहुत मूल्यवान् वस्तु है, इसकी बचत होती है । साथ ही साथ इस प्रणाली के प्रयोग से आँकड़ों को समझने में अधिक धम नहीं करना पड़ता और इस प्रकार मनुष्य अपनी सचित शक्ति का प्रयोग नहीं और बर सजता है ।

(५) भविष्य का अनुमान लगाने में सहायक—रेखा वाले चित्रों द्वारा रेखा के मोड़ को देखकर भविष्य की प्रवृत्ति का अन्दाज लगाया जा सकता है । यह आवश्यक नहीं है कि इन्हें देखकर जो अन्दाज भविष्य के बारे में लगाया जाय वह सही ही हो परन्तु यह प्रवश्य है कि ऐसा करने से कुछ सतोष अवश्य हो जाता है ।

(६) चित्र बहुत आकर्षक होते हैं—चित्र बहुत आकर्षक होते हैं। ये दरमग ध्यान को अपनी ओर आकर्षित कर लेते हैं। इनमें कई प्रकार के चिन्हों या रंगों का प्रयोग होता है और संकों का प्रयोग नहीं के बराबर होता है।

(७) सूचना के साथ-साथ मनोरंजन होना—सुन्दर चित्र सूचना तो देते ही हैं परन्तु साथ ही साथ मनोरंजक भी होते हैं। इनसे विभिन्न सूचनाओं के अध्ययन से थकावट प्रतीत नहीं होती है।

(८) दूसरों तक सूचना पहुँचाने में सहायक—जब कभी दूसरों को अनुसंधान की सूचना देनी हो तो चित्रमय प्रदर्शन द्वारा अधिक अच्छी तरह दी जा सकती है और दूसरे चित्रों की सुन्दरता के कारण इन सूचनाओं को बोल नहीं समझते हैं।

(९) तुलना करने में सहायक—चित्रों की सहायता से विभिन्न सूचनाओं की प्रभावशाली तुलना की जा सकती है।

चित्रों द्वारा प्रदर्शन की सीमाएँ (Limitations of Diagrammatic Representation)

(१) तुलना के लिये गुण व स्वभाव की समानता आवश्यक—चित्रों में तुलना तभी ठीक होगी जब वे समान गुण के आधार पर बनाये जायें। यदि वे दो विभिन्न गुणों के आधार पर बनाये जायें तो उनमें तुलना करना भ्रामक व भ्रष्ट होगा।

(२) केवल तुलनात्मक अध्ययन संभव—चित्रों की सहायता से केवल तुलनात्मक अध्ययन संभव हो पाता है। अनेक चित्रों का कोई विशेष अर्थ नहीं है और न यह कोई भी विशेष महत्व ही रखता है। जब उनकी तुलना अन्य भाषाओं वाले चित्रों से की जाती है जब उनका अर्थ स्पष्ट होता है और उनकी उपयोगिता पटनी है।

(३) दो या अधिक सूत्रों का सूक्ष्म अंतर बिलाना संभव नहीं—चित्रों द्वारा बहुत सूक्ष्म अंतर को प्रदर्शित करना संभव नहीं। उदाहरणार्थ यदि व और ए दो व्यक्तियों की मानिक आय क्रमशः २१५ रुपये व ३२५ रुपये है तो इस अंतर को चित्रों द्वारा प्रदर्शित करने में असुविधा होगी तथा चित्रों को देखकर हम अंतर का अनुमान भी नहीं लगाया जा सकता।

(४) बहुसूत्री सूचनाओं का प्रदर्शन संभव नहीं—चित्रों द्वारा बहुसूत्री विशेषताओं को प्रदर्शित नहीं किया जा सकता। वर्गाकार व चारकोण के द्वारा अनेक

चित्रों द्वारा प्रदर्शन की प्रमुख सीमाएँ हैं

- (१) तुलना के लिये गुण व स्वभाव की समानता आवश्यक।
- (२) केवल तुलनात्मक अध्ययन संभव।
- (३) दो या अधिक सूत्रों का सूक्ष्म अंतर बिलाना संभव नहीं।
- (४) बहुसूत्री सूचनाओं का प्रदर्शन संभव नहीं।
- (५) संख्यात्मक प्रदर्शन असाध्य।
- (६) सरलतापूर्वक: सुदुर्लभ।
- (७) विवरणों का केवल एक साधन।

प्रकार की सूचनायें प्रदर्शित की जा सकती हैं परन्तु चित्रों के द्वारा किसी एक मात्रिक विशेषता को ही प्रकट किया जा सकता है ।

(५) सक्षयात्मक प्रदर्शन असंभव—आंकड़ों का पूर्ण रूप से शुद्ध रूप में प्रदर्शन संभव नहीं होता है । चित्र अनुमानित रूप से आंकड़ों का प्रदर्शन करते हैं । चित्र वहीँ के लिये उपयुक्त होते हैं जहाँ संख्या में मूल्य प्राप्त करना उद्देश्य न हो बल्कि उनके मूल्य का अनुमान चित्रों को देखकर लगाया जा सके ।

(६) सरलतापूर्वक दुष्प्रयोग—अनुचित और अशुद्ध चित्र बनाकर उनका दुष्प्रयोग किया जा सकता है । इस प्रकार बने चित्र भ्रामक होंगे ।

(७) निष्कर्ष का केवल एक साधन—चित्रों को देखकर पूर्ण सत्य निष्कर्ष निकाला जाना संभव नहीं है । चित्र निष्कर्ष की ओर इंगित करते हैं परन्तु उन्हें पूर्ण सूचना व गदर्भ के साथ ही अध्ययन किया जाना उचित होता है ।

(८) प्रत्येक प्रकार के अनुमान में चित्र नहीं बनाए जा सकते और यदि बनाए भी जायेंगे तो वे कोई भाव प्रकट नहीं कर पायेंगे ।

चित्र लीखने के नियम (Directions for Drawing Diagrams)

चित्र लीखते समय निम्न बातों को ध्यान में रखना आवश्यक है :—

(१) शुद्धता—केवल इतना ही काफी नहीं कि वे आकर्षक व कलात्मक हों ।

| | |
|--|--|
| <p>चित्र लीखते समय ध्यान देने योग्य प्रमुख नियम ११ हैं</p> <p>(१) शुद्धता ।</p> <p>(२) आकर्षक ।</p> <p>(३) रेषापत्र ।</p> <p>(४) आवश्यक विवरण ।</p> <p>(५) आकार ।</p> <p>(६) पैमाना ।</p> <p>(७) चिन्हों या रंगों का प्रयोग ।</p> <p>(८) चित्रों की घेरना ।</p> <p>(९) प्रकार का चुनाव ।</p> <p>(१०) बायें से दायें या नीचे से ऊपर ।</p> <p>(११) सरलता ।</p> | <p>शुद्धता चित्रों की जान है । चाहे कितना भी आकर्षक चित्र क्यों न हो यदि उसमें शुद्धता नहीं तो वह व्यर्थ है । इसके लिए आवश्यक है कि पट्टी, परकार व चौड़ा आदि की सहायता से चित्र शुद्ध बनाये जाय ।</p> <p>(२) आकर्षक—चित्रों को आकर्षक बनाना सबसे अधिक आवश्यक है । इसके लिए यह प्रयत्न होना चाहिए कि चित्र आकर्षक, स्वच्छ व प्रभावशाली बनें ।</p> <p>(३) रेषापत्र (Graph Paper) का प्रयोग—चित्र बनाते समय रेषापत्र का प्रयोग ठीक रहता है । इससे सुन्दरता व शुद्धता दोनों की रक्षा अधिक सरल हो जाती है ।</p> |
|--|--|

(४) आवश्यक विवरण—यह अत्यंत आवश्यक है कि चित्र के ऊपर उसकी संख्या व शीर्षक दिया जाय तथा अन्य आवश्यक सूचनाओं को भी यथा स्थान लिख दिया जाय ।

(५) ध्यान—चित्रों का ध्यान भी प्राप्त स्थान के अनुसार होना चाहिए ताकि यह देखने में सुन्दर लगे। न तो चित्र प्राप्त स्थान से बड़ा हो जाना चाहिए कि वह बाहर निकलने लगे और न इतना छोटा होना चाहिये कि एक कोने में पड़ा रहे और भड़ा लगे।

(६) पैमाना—चित्र बनाने से पहले पैमाना निश्चित कर लेना आवश्यक होता है। पैमाना निश्चित करते समय प्राप्त स्थान व भवित करने वाली सूचना दोनों को ध्यान में रखा जाता है। पैमाना ऐसा होना चाहिये कि चित्र स्थान को ध्यान में रखते हुये न तो बहुत बड़े बन जायें और न बहुत छोटे रहें। पैमाना उपर लिख देना चाहिये।

(७) चिन्हों या रंगों का प्रयोग—चित्रों में आवश्यकतानुसार विभिन्न प्रकार की सूचनाओं को प्रदर्शित करने के लिये विभिन्न प्रकार के चिन्हों व रंगों का प्रयोग करना चाहिये और उनके विषय में सदैव चित्र के नीचे या ऊपर कोने पर दे देना चाहिए।

(८) चित्रों को घेरना—चित्रों को मोटी या दोहरी रेखाओं से घेर देना चाहिये ताकि वे देखने में अधिक आकर्षक लगने लगे।

(९) प्रकार का चुनाव—चित्र कई प्रकार के होते हैं और सब प्रकार के चित्र सभी प्रकार के समको के लिये उपयुक्त नहीं हो सकते। इसलिये उपयुक्त चित्र का चुनाव बहुत महत्वपूर्ण होता है। यह बहुत कुछ सम्पास व अनुभव से निश्चित होता है कि किस प्रकार का चित्र किस प्रकार के चिन्हों के लिये अधिक उपयुक्त है।

(१०) बायें से दायें या नीचे से ऊपर—चित्रों की रचना की व्यवस्था सामान्यतः बायें से दायें या नीचे से ऊपर की ओर होती है।

(११) सरलता—चित्र ऐसा बना होना चाहिये कि वह सरलता से एक शर देखने में समझ में आ जाय।

चित्रों के प्रकार (Kinds of Diagrams)

सांख्यिकी में सामान्यतः निम्न प्रकार के चित्रों का प्रयोग किया जाता है—

- | | |
|---------------------|------------------------------|
| ✓ (१) एक विमा चित्र | (One Dimensional Diagram) |
| ✓ (२) द्विविमा .. | (Two " ") |
| (३) त्रिविमा .. | (Three " ") |
| ✗ (४) मान चित्र | (Cartograms or Map Diagrams) |
| (५) चित्र-लेख | (Pictograms) |

५१) एक विमा चित्र (One Dimensional Diagram)

जब एक मात्र विधि-रूप रहती है और केवल एक पंक्ति में सूचना दर्शाने की जाती है तो एक विमा चित्रों की रचना की जाती है। इस प्रकार के चित्रों में केवल चित्रों की लम्बाई में ही पंक्तियों के अनुसार रचना होती है। मोटाई सामान्यतः एक ही

होती है और पदों के मूल्य से उसका सम्बन्ध नहीं होता। एक विमा चित्र निम्न प्रकार के होते हैं:—

(क) रेखा-चित्र (Line Diagram)

(ख) दण्ड-चित्र (Bar Diagram)

(क) रेखा चित्र—इन रेखाओं की रचना विभिन्न पदों के मूल्यों के अनुसार होती है। लम्बाई द्वारा पदों का तुलनात्मक अभ्ययन किया जाता है। इन रेखाओं में मोटाई नहीं होती। दो रेखाओं के बीच समान अन्तर होना चाहिये। ये रेखाएँ उदग्र (Vertical) या क्षैतिज (Horizontal) किसी भी प्रकार की हो सकती हैं। यह आवश्यक है कि चित्र के पास पैमाना दे दिया जाय।

दोष—इस प्रकार के चित्रों का सबसे बड़ा दोष यह है कि मोटाई न होने के कारण रेखाएँ आकर्षक नहीं लगती हैं।

उदाहरण:—

Monthly incomes of 10 persons in a locality are given below. Represent them by line diagram.

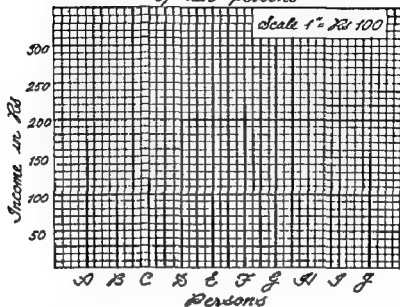
| Person | Income in Rs. |
|--------|---------------|
| A | 150 |
| B | 100 |
| C | 120 |
| D | 200 |
| E | 250 |
| F | 220 |
| G | 300 |
| H | 250 |
| I | 280 |
| J | 80 |

इसी चित्र को दूसरे ढंग से भी दिखाया जा सकता है जब रेखाएँ उदग्र (Vertical) न बनाकर क्षैतिज (Horizontal) बनायी जायें। दोष सब किया इसी प्रकार करनी पड़ेगी।

(ख) दण्ड चित्र (Bar Diagram)—दण्ड चित्र व रेखा-चित्र में बहुत साधारण अन्तर होता है और वह यह कि यहाँ रेखाओं को मोटा बना देते हैं। मोटा

बनाते समय मूल्य का कोई ध्यान नहीं रखा जाता। सभी दण्डों की माटाई एक ही होती है। दण्ड चित्र बनाते समय निम्न बातों को ध्यान में रखना आवश्यक है —

Line Diagram representing monthly income of ten persons



चित्र—१

- (अ) पृष्ठ स्थान (Page Location)—पृष्ठ-स्थापन सबसे पहला और महत्वपूर्ण कार्य है। पृष्ठ के अनुसार ही पैमाना निर्दिष्ट किया जाता है। साधारण दण्ड चित्रों को पृष्ठ के बीच में बनाते हैं। यह ध्यान रखना चाहिए कि न तो दण्ड बहुत बड़े हो जायें कि सारा पृष्ठ भर जाय और न इतने छोटे हो जायें कि पृष्ठ के एक होने में ही रह जायें।
- (आ) शीर्षक (Heading)—चित्रों का शीर्षक दे देना चाहिए ताकि यह स्पष्ट हो जाय कि यह चित्र क्या प्रकट कर रहा है ? यदि बहुत से चित्र बनाये जा रहे हों तो नाम मर्यादा दे देने में भी सुविधा रहती है।
- (इ) माप दण्ड (Scale)—प्रयोग किए गए पैमाने का स्पष्ट विवरण देना बहुत ही आवश्यक है। माप-दण्ड साधारणतः ऊपर दाहिने कोने पर दे देते हैं।
- (ई) चित्रों को घेरना (Boxing of the Figure)—दण्ड चित्रों को चारों ओर से मोटी या दुगुनी रेखाओं से घेर देने पर उनकी सुरक्षा

भीर बढ़ जाती है। परन्तु घेरते समय यह ध्यान रखना चाहिये कि केवल दण्ड चित्र ही घेरे जायें।

- (द) स्रोत (Source)—चित्र के नीचे भाँवड़ों का स्रोत दे देना चाहिए ताकि समझो की शुद्धता की जाँच की जा सके।
- (क) दण्डों का क्रम (Arrangement of Bars)—दण्ड प्रायः बायें से दायें की बनाय जाने चाहिये। सबसे बड़े दण्ड को पहले भीर सबसे छोटे दण्ड को अन्त में बनाते हैं। दण्ड बायें से दायें क्रमोही क्रम में बनाये जाने चाहिये।
- (ख) दण्डों की चौड़ाई (Width of Bars)—दण्डों की लम्बाई व चौड़ाई को ध्यान में रखते हुये दण्डों की चौड़ाई भी चौड़ाई ली जा सकती है परन्तु यह ध्यान में रखना चाहिए कि वह ऐसी हो कि देखने में सुन्दर लगे। सभी दण्ड बराबर चौड़े होना चाहिए। दण्डों के बीच की दूरी चौड़ी परन्तु बराबर-बराबर होनी चाहिए।
- (ग) भंगन माप दण्ड (Broken Scale)—दण्ड चित्र में प्रत्येक दण्ड का प्रारम्भ क्षैतिज दण्ड की दशा में बायें से भीर उदग्र दण्ड की दशा में नीचे से ऊपर की दृश्य से होता है। परन्तु कहीं-कहीं ऐसी परिस्थिति होती है कि दण्ड-चित्र द्वारा प्रदर्शित की जाने वाली अभिव्यक्ति सदायों छोटी होती है भीर कुछ बहुत बड़ी होती है। ऐसी दशा में यदि बड़ी संख्याओं के दण्ड दृश्य से प्रारम्भ करके बनाये जायें तो वे छोटी संख्याओं को प्रदर्शित करने वाले दण्डों की अपेक्षा बहुत अधिक बड़े होंगे। अतः पैमाना कम लेने पर बड़ी संख्याओं को प्रकट करने वाले दण्ड बहुत बड़े बनने लगे भीर उनके प्रदर्शन के लिये एक बहुत बड़े पृष्ठ की आवश्यकता होगी भीर यदि पैमाना अधिक लिया जाय तो छोटी संख्याओं को प्रकट करने वाले दण्ड इनके छोटे बनने लगे कि वे अल्प होंगे। इस अनुविधा को दूर करने के लिये भंगन माप-दण्ड का सहारा लेना पड़ता है। ऐसी दशा में पैमाना कम लेकर दण्ड बनाये जाते हैं तथा लम्बे दण्डों को दृश्य से प्रारम्भ करने की बजाय (तोड़) कर पृष्ठ के योग्य बना लेते हैं।
- (घ) टिप्पणियाँ (Notes)—यों तो चित्रों में जहाँ तर हो सके संख्याओं व टिप्पणियों की सहायता कम से कम ली जानी चाहिए परन्तु कहीं-कहीं स्पष्टीकरण के लिये यह आवश्यक होना है।

विभिन्न प्रकार के दण्ड चित्र

(Different Kinds of Bar Diagrams)

- (१) उदग्र दण्ड (Vertical Bars)—उदग्र दण्ड बायें से बड़े बनाये जाते हैं तो उदग्र (Vertical) कहलाते हैं।

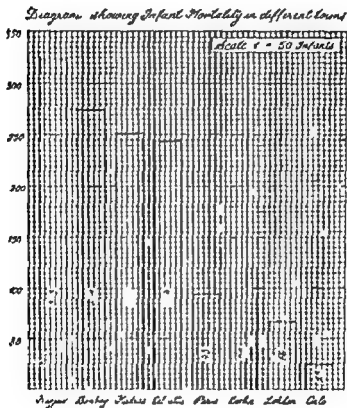
उदाहरण —

Represent the following diagrammatically —

(4) Infant mortality in different towns —

Bombay 274, Nagpur 323, Paris 93, Calcutta 244, London 66,
Oslo 23, Madras 251, and Berlin 82

(B Com , Agra , 1950)



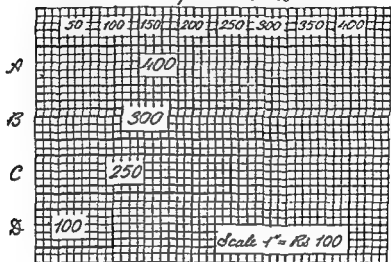
चित्र-२

(२) क्षैतिज दण्ड (Horizontal Bars)—जब ग्राहक लंबे न बनावर सीधे सेटी दणा में बनाव जाते हैं तो उन्हें क्षैतिज कहते हैं। इसमें माप दण्ड की रेखा बायें ओर से दाहिने ओर की ओर ही जाती है।

उदाहरण :—

मान लीजिये यदि अ, ब, स और द चार व्यक्तियों का मासिक व्यय क्रमशः ४०० रुपये, १०० रुपए, २५० रुपए और ३०० रुपए है तो इसे सैतिज दण्ड चित्रो में निम्न ढंग से प्रदर्शित करेंगे :—

Diagram showing monthly expenditure of 4 Persons



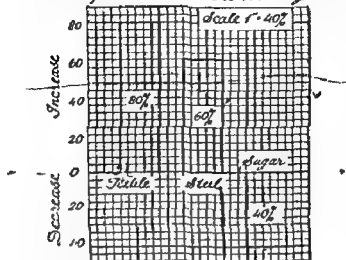
चित्र—३

(३) द्विदिशादण्ड चित्र (Dilateral or Duo-directional Bar Diagram)—दण्ड चित्र का यह एक प्रकार है जिसके द्वारा दो विपरीत गुण वाले तथ्यों का प्रदर्शन किया जाता है। उदाहरण बनाने में दण्ड ऊपर व नीचे की बनाए जाते हैं तथा सैतिज दण्ड बनाते समय बाये व दाये की बनाते हैं। किसी भी दशा में शून्य रेखा को बीच में मानते हैं।

मान लीजिये किसी वर्ष किसी देश में कपड़े के उत्पादन में ८० प्रतिशत व इस्पात के उत्पादन में ६०% वृद्धि हुई। परन्तु चीनी के उत्पादन में ४०% की कमी हो गई।

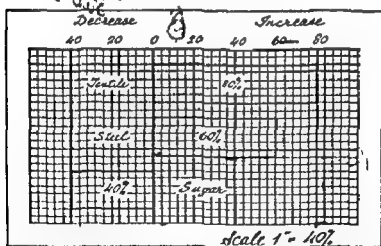
इसे उदाहरण दण्ड में इस प्रकार प्रदर्शित करेंगे :—

Duo-Directional Bar Diagram showing percentage increase or decrease in — production in a country.



चित्र—४

इसी की प्रति (Horizontal) चरम में इस प्रकार दिनाएँ :—

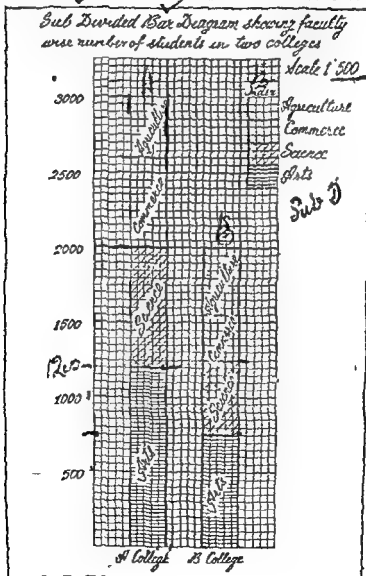


चित्र—५

(४) अतःसमस्त अण्ड-चित्र (Sub-divided Bar Diagram)—जब एक ही राशि कई भागों में विभाजित हो तो कुल राशि तथा उसके विभिन्न भागों को अतःविभक्त अण्डों द्वारा प्रदर्शित कर सकते हैं। ये विभिन्न अंश कुल परिमाण के साथ अपना अनुपात प्रकट करते हैं और ये एक दूसरे के साथ तुलनीय होते हैं। इनके द्वारा राशियों की तुलना के साथ उनके विभिन्न अंशों की तुलना हो जाती है। विभिन्न अंशों को विभिन्न रंगों या चिन्हों द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। उदाहरण :—

Represent the following by Sub-divided Bar diagram :—
Faculty-wise Number of Students in two Colleges

| College | Number of Students | | | | Total |
|---------|--------------------|---------|----------|-------------|-------|
| | Arts | Science | Commerce | Agriculture | |
| A | 1200 | 800 | 600 | 400 | 3000 |
| B | 700 | 500 | 300 | 450 | 2000 |
| Total | 1900 | 1300 | 900 | 850 | 5000 |



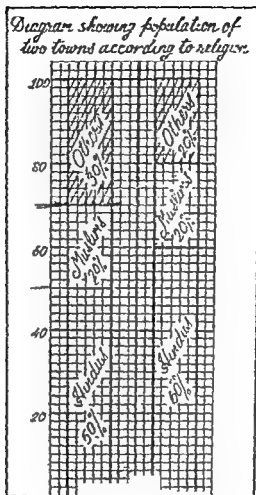
(३) प्रतिशत अन्तर्विभक्त दण्ड चित्र (*Percentage Sub-divided Bar Diagram*)—यहाँ पर पूर्ण मूल्य को सौ मानकर उसके विभिन्न भागों को प्रतिशत में प्रकट करते हैं। हर एक दण्ड की लम्बाई और चौड़ाई बराबर होनी है। वेकन उनके अन्तर्विभाजन या प्रतिशत की भिन्नता के अनुसार अन्तर होता है। इसलिये इस प्रकार के दण्ड-चित्र का सबसे बड़ा गुण यह है कि सम्पूर्ण के भागों की प्रतिशत में व्यक्त करने के कारण उनकी तुलना में बड़ी सरलता होनी है। परन्तु इस प्रकार के चित्र का एक बहुत बड़ा दोष भी है और वह यह कि यहाँ कुल सामग्री की तुलना सम्भव नहीं क्योंकि सब राशियों के लिये बराबर-बराबर लम्बाई व चौड़ाई के दण्ड लीये जाते हैं।

मान लीजिये दो नगर अ और ब की जनसंख्या का विवरण निम्नी विधेय समय पर निम्न प्रकार है :—

Table

Population Distribution of two towns According to Religion.

| A—Town | | | B—Town | | |
|-----------|-----------------|------------|-----------|-----------------|------------|
| Religions | No of Followers | Percentage | Religions | No of Followers | Percentage |
| Hinduism | 5,000 | 50 % | Hinduism | 3,600 | 60 |
| Islam | 2,000 | 20 % | Islam | 1,200 | 20 |
| Others | 3,000 | 30 % | Others | 1,200 | 20 |
| Total | 10,000 | 100 | Total | 6,000 | 100 |



चित्र—

(६) मिश्रित दण्ड-चित्र (Compound Bar Diagram)—घाँड़ों के विभिन्न गुणों पर तुलनात्मक चित्रण करने के लिये, दण्डों को एक दूसरे से सटाकर बनाया जाता है। इन दण्डों की समानता के अनुसार विभिन्न रंगों या चिह्नों द्वारा प्रदर्शित कर सकते हैं।

इस प्रकार के दण्ड-चित्र कई प्रकार के हो सकते हैं :—

(क) युगल दण्ड-चित्र (Double Bar Diagram)—जब दो गुणों या दो समयों को प्रकट करने के लिये दो-दो दण्डों को एक साथ सटाकर बनाया जाय।

चित्रों द्वारा अर्थों का प्रदर्शन

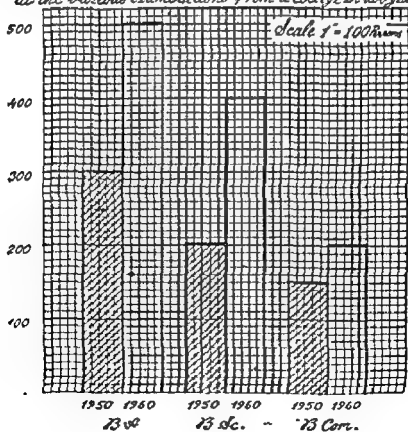
उदाहरण—

Table

Showing number of students appearing at the various examinations from a College in two different years.

| Examination | Number of Students | |
|-------------|--------------------|------|
| | 1950 | 1960 |
| B. A. | 300 | 500 |
| B Sc | 200 | 400 |
| B Com | 150 | 200 |

Bar Diagram showing number of students appearing at the various examinations from a college in two years



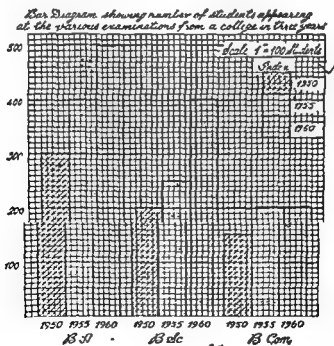
(ख) त्रिदण्ड-चित्र (Treble Bar Diagram)—यहाँ पर तीन गुण या एक ही गुण को तीन अवस्थाओं या समय को प्रकट करने के लिये तीन-तीन दण्डों को एक साथ सटाकर बनाया जाता है।

उदाहरण—मान लीजिये कि ऊपर के उदाहरण में तीन वर्षों में परीक्षा में सम्मिलित होने वाले विद्यार्थियों की संख्या दी गई है।

Table

Showing Number of Students appearing at the various Examinations from a College in three different years.

| Examinations | Number of Students | | |
|--------------|--------------------|------|------|
| | 1950 | 1955 | 1960 |
| B. A. | 300 | 400 | 500 |
| B. Sc. | 200 | 250 | 400 |
| B. Com. | 150 | 200 | 200 |
| Total | 550 | 850 | 1100 |



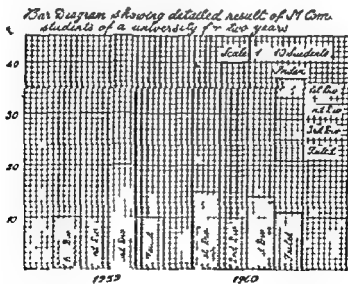
(ग) बहुवर्णक चित्र (Multiple Bar Diagram)—इस चित्र द्वारा तीन गुण से अधिक या एक ही गुण के तीन स्तरों या अवस्थाओं से अधिक को प्रदर्शित करने के लिए प्रत्येक गुण या अवस्था के विषये अलग अलग दृष्ट सट्टे सट्टे बनाते हैं। जैसे मान सीरियल ऊपर के उदाहरण में एक वर्ष या दो वर्ष या इससे भी अधिक वर्ष और तत्पर्य ही आँकड़े सम्मिलित कर नियम जाँच तो कुछ जितने वर्ष के आँकड़े होंगे उतने दृष्ट सट्टे सट्टे बनाय जायेंगे।

उदाहरण—

The following table shows the result of M Com students of a university for the last two years

| Year | Number of Students | | | | Total |
|--------------|--------------------|-----------|-----------|-----------|------------|
| | Ist Div | IInd Div | IIIrd Div | Failed | |
| 1959 | 10 | 30 | 20 | 10 | 70 |
| 1960 | 15 | 40 | 14 | 11 | 80 |
| Total | 25 | 70 | 34 | 21 | 150 |

Represent by Multiple Bar Diagram



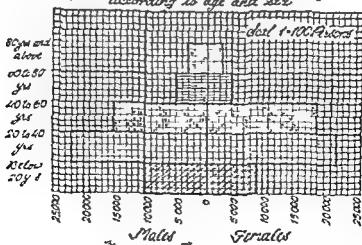
(७) स्तूप चित्र (Pyramid Diagram)—इस चित्र की प्राकृति स्तूप जैसी होती है। अधिकतम इस चित्र का प्रयोग विभिन्न आयु वर्गों व स्त्री पुरुषों की संख्या को प्रदर्शित करने के लिये किया जाता है। इस चित्र में आधार रेखा को वीच में उदग्र (Verucal) रूप में मानते हैं और उसके दोनों ओर क्षैतिज (Horizontal) दृष्टि की रचना एक दूसरे से चटे हुए की जाती है। जन संख्या, आयु, शिक्षा आदि से सम्बन्धित प्राकृतिक इस रीति से सफनतापूर्वक दिखाया जा सकते हैं। ये देखने में बहुत चित्ताकर्षक होते हैं।

उदाहरण—

The table given below shows the population of a city according to age groups and sex. Represent the same by a suitable diagram.

| Age group | Males | Females | Total |
|--------------|--------|---------|----------|
| Below 20 | 10 000 | 8,000 | 18 000 |
| 20—40 | 22 000 | 21,000 | 43 000 |
| 40—60 | 15,000 | 18 000 | 33,000 |
| 60—80 | 5,000 | 4,000 | 9,000 |
| 80 and above | 3,000 | 2,500 | 5,500 |
| | 55 000 | 53,500 | 1 08 500 |

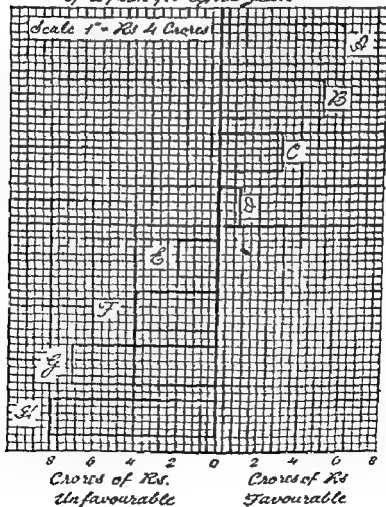
Diagram representing population of a city according to age and sex



✓(घ) विचलन बण्ड चित्र (Deviation Bar Diagram)—इस प्रकार के बंड चित्रों की रचना स्थान या समय के कारण समंको के होने वाले परिवर्तन को प्रदर्शित करने के लिये होती है। इन चित्रों में मुख्य राशियों का प्रदर्शन नहीं होता बल्कि उनके शुद्ध विचलन (Net Deviation) ही को प्रदर्शित करते हैं। इस प्रकार विचलन और उसकी दिशाओं का ज्ञान होता है अर्थात् यह प्रदर्शित किया जाता है कि विचलन कितना व किस दिशा में है।

उदाहरण—

Diagram showing the balance of trade of a firm for eight years



The following table shows the import and export and balance of trade of a firm during last 3 years. Show the balance of trade by means of a diagram.

| Year | Import (in crores of Rs) | Export (in crores of Rs.) | Balance of Trade (in crores of Rs) |
|------|-----------------------------|------------------------------|---------------------------------------|
| A | 20 | 26 | +6 |
| B | 18 | 23 | +5 |
| C | 16 | 19 | +3 |
| D | 17 | 18 | +1 |
| E | 22 | 20 | -2 |
| F | 26 | 22 | -4 |
| G | 27 | 20 | -7 |
| H | 30 | 22 | -8 |

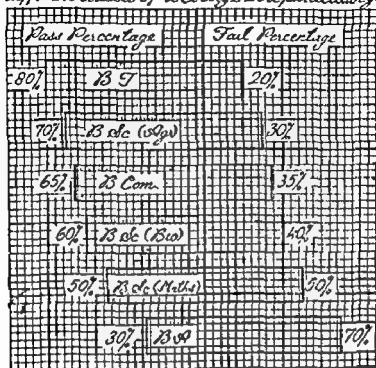
(६) सरकन दंड चित्र (Sliding Bar Diagram)—ये दंड द्विदिशा दंड (Duo Directional Bar) से मिलते जुलते हैं। इनका अध्ययन भी उन्हीं की तरह दो दिशाओं में किया जा सकता है। परन्तु अन्तर यह है कि द्विदिशा दंड की सम्बाई मूल्यों को प्रदर्शित करती है और इसीलिये सभी दंडों की सम्बाइयाँ भिन्न-भिन्न होती हैं। सरकन दंड पूर्ण मूल्यों को १०० मान कर बनाये जाते हैं इसलिये उन सबकी सम्बाई एक-सी होती है। परन्तु उनके विभागों की सम्बाई में अन्तर होता है। परन्तु इस प्रकार के दंड नहीं बनाये जाते हैं जहाँ मूल्य को दो विभागों में दिया गया हो और दोनों विभागों को प्रतिशत में प्रदर्शित किया जाना हो।

उदाहरण—

The following table gives the pass and fail percentage of different classes of a college in a particular year —

| Class | Pass Percentage | Fail Percentage | Total |
|-----------------|-----------------|-----------------|-------|
| B. T. | 80 | 20 | 100 |
| B. Sc. (Ag.) | 70 | 30 | 100 |
| B. Com. | 65 | 35 | 100 |
| B. Sc. (B'o.) | 60 | 40 | 100 |
| B. Sc. (Maths.) | 50 | 50 | 100 |
| B. A. | 30 | 70 | 100 |

Diagram showing pass and fail percentage of different classes of a college in a particular year



Scale 1" = 40%

चित्र—१३

(२) द्वि-विमा चित्र (Two Dimensional Diagram)

एक माप वाले चित्रों में केवल दण्डों की सन्ध्याई या ऊँचाई द्वारा ही धेरिलियों की तुलना की जाती है। चौड़ाई सभी दण्डों की समान बराबर होती है। अर्थात् केवल एक दिशा में ही तुलना होती है। मोटाई की धोर कुछ भी ध्यान नहीं दिया जाता। मोटाई केवल चित्रों को सुन्दर बनाने के लिये की जाती है। अण्णु द्वि-विमा चित्रों में सन्ध्याई धोर चौड़ाई दोनों द्वारा मूल्यों का चित्रण किया जाता है। इसलिए ऐसे चित्रों में चौड़ाई या मोटाई भिन्न-भिन्न होती है धोर वह माप के अनुसार ही जाती है। इन चित्रों को इत्तोलिये क्षेत्रफल चित्र (Area Diagram) भी कहते हैं क्योंकि यहाँ क्षेत्रफल वर्तों के मूल्य के अनुपात में होते हैं। ऐसे चित्र तीन प्रकार के होते हैं—

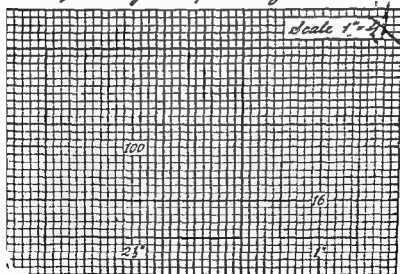
(क) वर्ग-चित्र (Square Diagram)

(ख) वृत्त चित्र (Circular or Pie Diagram) ।

(ग) घायत चित्र (Rectangular Diagram) ।

(क) वर्ग चित्र (Square Diagram)—जब दो ऐसी मात्राओं में तुलना करनी हो जिनमें काफी अन्तर हो तो दण्ड-चित्र उपयुक्त नहीं होता क्योंकि ऐसी दशा में चाहे कोई भी माप-दण्ड लिया जाय वह ठीक नहीं होगा । क्योंकि एक दंड बहुत बड़ा और दूसरा बहुत छोटा बनेगा । बड़े दण्ड को कागज पर दिखाना कठिन हो जायेगा और छोटा दण्ड इतना छोटा होगा कि वह अस्पष्ट हो जायेगा । ऐसी दशा में उन संख्याओं का वर्गमूल निकालकर उन्हें भुजा मानकर उमी अनुपात में उन पर वर्ग बनाने हैं । मान लीजिये दो संख्याएँ १०० और १६ की वित्री द्वारा प्रदर्शित करना है । यहाँ दंड चित्र उपयुक्त नहीं होगा क्योंकि एक दण्ड बहुत बड़ा और दूसरा बहुत छोटा बनेगा और तुलना में अनुविषय होगी । इसलिए इन संख्याओं का वर्गमूल निकालेंगे जो क्रमशः १० व ४ हुआ अर्थात् इनके वर्गों की भुजाओं में २३" व ३" का अनुपात होगा और २३" व १" की भुजा मानकर दो वर्ग इस प्रकार बनायेंगे :—

Square Diagram representing 100 and 16.



चित्र—१४

उदाहरण—

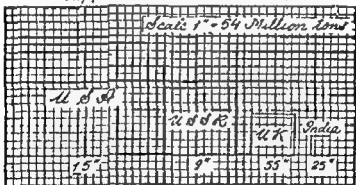
Represent the following information by suitable diagram :—
Production of coal in 1951 of four different countries.

| Country | Production (00,00,000 Tons) |
|-------------|-----------------------------|
| U. S. A. | 130.1 |
| U. S. S. R. | 41.0 |
| U. K. | 16.4 |
| India | 3.3 |

Solution

| Country | Production (00,00,000 Tons) | Square Root | Length of a side of Square inches |
|-------------|-----------------------------|-------------|-----------------------------------|
| U. S. R. | 130.1 | 11.10 | 1.56 |
| U. S. S. R. | 41.0 | 6.63 | 0.91 |
| U. K. | 16.4 | 4.03 | 0.55 |
| India | 3.3 | 1.82 | 0.25 |

Square Diagram showing coal production in different countries in 1951



चित्र—१५

दो वर्गों के बीच का अन्तर अपनी दृष्टानुसार लिया जा सकता है। परन्तु साधारणतया एक ही होनी चाहिये। सर्वे चित्र का सबसे बड़ा दोष यह है कि इसका उप-विभाग करना कठिन है। दूसरे एक ही दृष्टि में अनुपात का सही ज्ञान नहीं हो पाता।

(ल) वारुस चित्र (Circular or Pie Diagram)—समंती का तुलनात्मक अध्ययन करने के लिये वृत्तों का भी प्रयोग करते हैं। वर्गों की भुजाओं के ही अनुपात में अर्ध-व्यास (Radius) लेकर वर्गों के स्थान पर वृत्त भी बनाये जा

सकते हैं। बगीचे के स्थान पर वृत्त बनाने के दो लाभ हैं। एक तो वृत्त का बनाना सरल होता है और वे देखने में सुन्दर लगते हैं। दूसरे उनके द्वारा समको के विभाजन को प्रदर्शित किया जा सकता है। वृत्तों का प्रयोग प्रायः विश्व के विभिन्न देशों के उत्पादन, जनसंख्या, आदि को प्रदर्शित करने के लिये होता है।

उदाहरण—

Represent the following by a suitable diagram :—

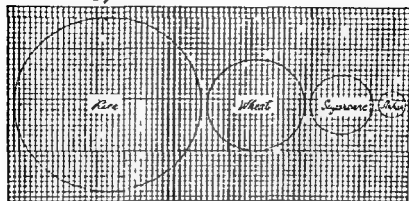
Table showing value of output of some Principal Agricultural Commodities (1950-51)

| Commodities | Value in crores of Rs. |
|-------------|------------------------|
| Rice | 1,199 |
| Wheat | 334 |
| Sugarcane | 305 |
| Arhar | 83 |

वृत्त

| Commodities | Value in crores of Rs. | Square Root | Length of Radius in inches |
|-------------|------------------------|-------------|----------------------------|
| Rice | 1,199 | 34.6 | 1.7 |
| Wheat | 334 | 18.2 | .9 |
| Sugarcane | 305 | 17.4 | .87 |
| Arhar | 83 | 9.1 | .45 |

Circular Diagrams showing value of output of some principal Agricultural Commodities (1950-51)



चित्र—१६

घन्तविभक्त घतुंस चित्र (Sub divided Circular Diagram)

घतुंस की बहुर घडी उगयोगिता घन्तविभाजन की सुविधा के कारण है। घनों में यह सुविधा नहीं रहती। घतुंस के केन्द्र पर 360° का कोण होता है। सम्पूर्ण को 360° मानकर सम्पूर्ण के विभागों को उसी अनुपात में निरिघत कर लेते हैं। इस प्रकार सभी विभागों का जोड 360° होगा। इन विभिन्न निरिघत किये हुए विभागों के अनुसार कोण बनाती हुये रेखायें परिधि के मिला देते हैं।

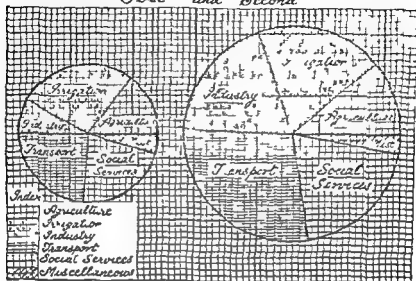
उदाहरण—

The following table gives the distribution of plan outlay by major heads of development Represent this by suitable diagram.

| Heads | First Five Year Plan | | Second Five Year Plan | |
|--------------------------------------|----------------------------|------------------------|----------------------------|------------------------|
| | Provisions (Rs. crores) | Angle of the Sector | Provisions (Rs. crores) | Angle of the Sector |
| Agricultural & Community Development | 357 | 51.6 | 568 | 42.6 |
| Irrigation & Power | 661 | 101.9 | 913 | 68.5 |
| Industry & Mining | 179 | 27.3 | 890 | 66.8 |
| Transport & Communication | 557 | 85.1 | 1,385 | 103.8 |
| Social Services | 533 | 81.4 | 945 | 70.9 |
| Miscellaneous | 69 | 10.6 | 99 | 7.4 |
| | 2,356 | 360.0 | 4,800 | 360.0 |

संवत् २३१६ व ४८०० का वर्गमूल निकालें जो लगभग ४८५ घोर ६६ ३ होंगे। अब वृत्त व व्यास इसी अनुपात में लेकर वृत्त बनायें।

*Circular Diagrams showing Distribution of plan outlay
First and Second*



चित्र—१३

(ग) आयत चित्र (Rectangular Diagrams)—आयतों के क्षेत्रफल द्वारा राशियों की तुलना की जाती है। परंतु इनका प्रयोग उन परिस्थितियों में होता है जब समान के दो गुणों को साप-साप प्रदर्शित करना हो। पारिवारिक आय व्ययक प्रदर्शित करने के लिये प्रायः इन्हें बिनो का प्रयोग होता है। आयत भी दो प्रकार के होते हैं।

(१) भविष्यजित।

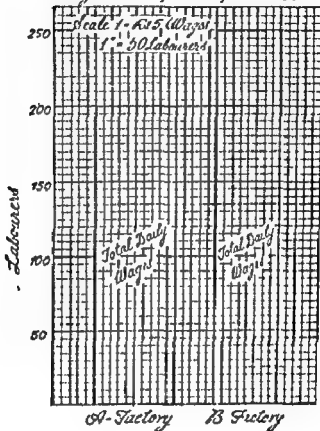
(२) विभाजित।

यदि किसी कारखाने की प्रतिदिन की औसत मजदूरी और मजदूरों की संख्या में गुणा कर दिया जाय तो प्रतिदिन की पूरी मजदूरी का पता चल जायेगा और यदि आयत की एक भुजा को प्रतिदिन की औसत मजदूरी और दूसरी को मजदूरों की संख्या मान लें तो आयत का क्षेत्रफल एक दिन की सम्पूर्ण मजदूरी को प्रकट करेगा।

मान लीजिये कि कारखाने में प्रतिदिन प्रति मजदूर औसत मजदूरी ५ रुपये है और वहां कुल २०० मजदूर हैं और व कारखाने में प्रति मजदूर औसत मजदूरी

४ रुपये हैं और कुल २५० मजदूर हैं तो इसे चायन चित्र द्वारा इस प्रकार प्रदर्शित करेंगे—

Rectangular Diagrams Showing Daily Wages Roll of two factories

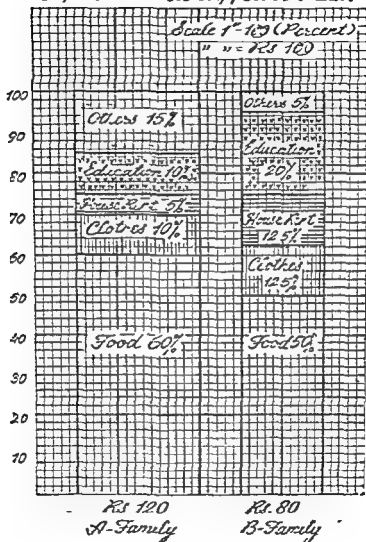


[चित्र—१३]

जब दो या अधिक मात्राओं की तुलना करनी हो और उनका सतरिमाण भी दिगाना हो तब तुलना की सरणता के लिए चायनो का प्रयोग करते हैं और सरणुर्णों को १०० मात्राएर प्रत्येक भग को प्रतिगण र्ष प्रकट करते हैं । लेगे दगा म चायनों की षोइसई मात्राओं के समुगतत होती है और उँचाई, गवकी बराबर होती है जो १०० को प्रकट करती है और वह गुणधायुगार कोई भी हो जा सकनी है ।

मान लीजिये प्र प्रोर व दो परिवारों के व्यय का विवरण निम्नलिखित है—

Diagram showing monthly percentage Expenditure on different Heads



चित्र—१६

Table

Allocation of Expenditure of two Families A and B on different heads of expenditure in a month.

| Different heads of Expenditure | A Family | | B Family | |
|-----------------------------------|--------------------|---------------------|--------------------|---------------------|
| | Expenses in Rs. | Percent expenses | Expenses in Rs. | Percent expenses |
| Food | 72 | 60 | 40 | 50 |
| Clothes | 12 | 10 | 10 | 12.5 |
| House Rent | 6 | 5 | 10 | 12.5 |
| Education | 12 | 10 | 16 | 20 |
| Others | 18 | 15 | 4 | 5 |
| Total | Rs. 120 | 100 | Rs. 80 | 100 |

(३) त्रिविमा चित्र (Three Dimensional Diagram)—

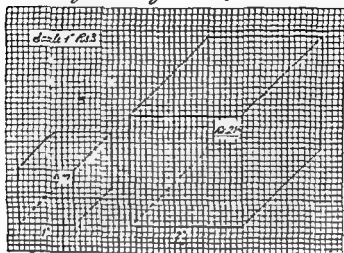
इसे परिमा विन (Volume Diagram) भी कहते हैं क्योंकि यहाँ पर परिमा के अनुपात में चित्रों का निर्माण होता है। जब दो मात्राओं में एक छोटी तथा दूसरी बहुत बड़ी हो—इतनी बड़ी हो कि वर्गमूल लेने पर भी दोनो में बहुत बड़ा अन्तर हो तो इन्हें दण्ड के रूप में प्रदर्शित करने की कौन बड़े, वर्ग में भी प्रदर्शित करने में असुविधा होगी क्योंकि एक वर्ग बहुत बड़ा तथा दूसरा बहुत छोटा बनेगा। अतः त्रिमा प्रमावनामी अ आवश्यक नहीं होगी। इसलिये ऐसी दशाओं में त्रिमाओं की त्रिविमा चित्रों द्वारा प्रदर्शित करते हैं। इसके लिये सर्व प्रथम संख्याओं का घनमूल (Cube root) निकाल लेते हैं। फिर इन घनमूलों के अनुपात में भुजाएँ लेकर उन पर घन बनाते हैं। इन घनों का आयतन (Volume) संख्याओं के अनुपात में होगा। इस प्रकार के चित्रों में घन (Cubes), दण्डका (Blocks), गोला (Spheres) और बेलनाकार (Cylindrical) चित्र प्रसृत हैं।

उदाहरण—मान लीजिये दो व्यक्तियों अ और ब का मासिक वेतन क्रमशः २७ व २१६ व है। इनके घनमूल क्रमशः ३ और ६ हूये। इन्हें ही भुजा मानकर घन बनायेंगे (चित्र १६)।

त्रिविमा चित्रों का प्रयोग तीन सम्बन्धित मात्राओं की प्रकट करने के लिये भी किया जाता है। उदाहरणार्थ मान लीजिये किमी कारगाने की प्रतिदिन की प्रति मजदूर औसत मजदूरी २ रुपये मजदूरों की संख्या १०० और महीना ३० दिन का है और इसे त्रिमा अदिशाना है तथा महीने भर की कुल मजदूरी की प्रकट करना है। दण्ड अवस्था में घन की तीनों भुजाओं में एक पर प्रतिदिन प्रति मजदूर औसत मजदूरी, दूसरी पर मजदूरों की संख्या तथा तीसरी पर महीने के दिनों की संख्या को दिशाओं में और इस प्रकार तीनों का गुणनफल अन्तर को प्रकट करेगा। यही इस वास्ताने की

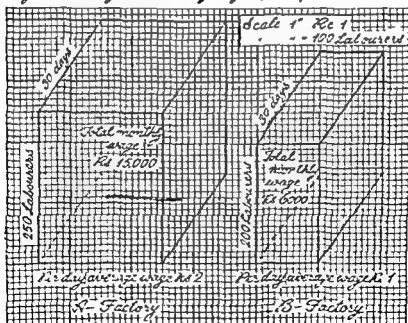
कुल मासिक मजदूरी होगी। इसी प्रकार कई कारखानों की तुलना या एक ही कारखाने की कई वर्षों या भागों की मजदूरी की तुलना की जा सकती है। (चित्र २०)

Diagram showing Salaries of Sand B



चित्र—२०

Diagrams showing total monthly wages of two factories Sand B



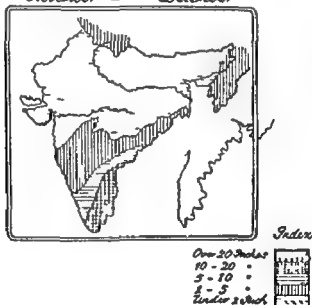
चित्र—२१

उदाहरण—मान लीजिये म बारसाने म प्रतिदिन प्रति मजदूर घोसल मजदूरी २ रुपये तथा मजदूरी की सख्या २५० है तथा ब बारसाने म प्रतिदिन प्रति मजदूर घोसल मजदूरी १ रुपया तथा मजदूरी की सख्या २०० है। महीने के दिन ३० हैं तो इसे चित्र २० म इस प्रकार दिखायेंगे।

(४) मानचित्र (Cartograms or Map Diagrams)

सांख्यिकीय सामग्री को मान चित्रों द्वारा बहुत ही आकर्षक रूप में प्रदर्शित किया जा सकता है। मान चित्रों म प्राय जनसंख्या का घनत्व, वर्षा, उपज, तापक्रम आदि विभिन्न पदार्थ द्वारादि का वितरण प्रदर्शित किया जाता है। इन्हें विभिन्न रंगों या चिह्नों द्वारा और भी सुबोध और आकर्षक बना लिया जाता है।

*Mean Rain fall during the season of the Retreating Monsoons
November — December*



चित्र—२२

(५) चित्र सेत (Pictograms)

सांख्यिकीय चित्रों द्वारा घर्षों को प्रदर्शित करने की रीति बहुत लोकप्रिय हो रही है। इस रीति म घर्षों को सम्बन्धित वस्तुया के चित्रों द्वारा प्रदर्शित करते हैं जैसे जनसंख्या मनुष्यों के चित्रों द्वारा, दूध का उत्पादन दूध के बर्तनों द्वारा, पशु संख्या पशुया के चित्रों द्वारा प्रदर्शित करते हैं। यह रीति बहुत अच्छी है और इन चित्रों का प्रभाव तीव्र तथा स्थायी होता है। ये चित्र जन-साधारण को समझ में आसना में आ जाते हैं। इस रीति को खनाने वाले विद्यार्थी निवासी डा० मोटो गुरेय

| | Rs | I C S | Rs |
|-------------|-------|--------------------|---------|
| Artisan | 15 0 | Labourer | 2,000 0 |
| Clerk | 20 0 | Peon | 10 0 |
| Greengrocer | 40 0 | Pleader | 12 5 |
| Gumashta | 30 0 | School Teacher | 150 0 |
| Cultivator | 5 0 | University Teacher | 30 0 |
| Doctor | 250 0 | | 300 0 |

(B Com Varanasi, 1945)

- 13 Represent the following data regarding the monthly expenditure of two families by a suitable diagram —

| Item of expenditure | Family A (Income Rs 500) | Family B (Income Rs 800) |
|---|-----------------------------|-----------------------------|
| (a) Food | 200 | 250 |
| (b) Clothing | 100 | 200 |
| (c) House Rent | 80 | 100 |
| (d) Fuel & Lighting | 40 | 50 |
| (e) Miscellaneous (Including Saving) | 80 | 200 |
| | Rs 500 | Rs 800 |

(B Com, Agra, 1952)

- 14 Utilize the following data to present diagrammatically the relative increase in note circulation towards the end of 194 in the different countries —

Notes in Circulation

(In Millions of Natural Currency Unit)

| Country | 1939 | End of 1955 |
|-----------|-------|-------------|
| Canada | 233 | 1,129 |
| U S A. | 7 598 | 28,507 |
| U K | 555 | 1,380 |
| Australia | 57 | 200 |
| India | 2,245 | 12 109 |

(M Com., Allahabad 1948)

- 15 Represent the following by sub-divided bars drawn on a percentage basis —

Cost, Proceeds, Profit or Loss per chair during 1938, 1939 and 1940

| Particulars | 1938 | 1939 | 1940 |
|-------------------|------------|-------------|-------------|
| Cost Per chair — | Rs | Rs | Rs |
| (a) Wages | 4 5 | 7 5 | 10 5 |
| (b) Other costs | 3 0 | 5 1 | 7 0 |
| (c) Polishing | 1 5 | 2 4 | 8 5 |
| Total Cost | 9 0 | 15 0 | 21 0 |

| | | | |
|---------------------|---|-----|----------|
| Proceeds per chair | 100 | 100 | 200 |
| Profit (+) Loss (-) | (+) | 100 | (-), 100 |
| | (B Com, Agra, 1956, B Com, Allahabad, 1918) | | |

- 16 The following table gives the details of the cost of construction of a house in Allahabad —

| | Rs | | Rs |
|--------|-------|--------------|-------|
| Land | 4 500 | Cement | 800 |
| Labour | 2,500 | Lime | 800 |
| Bricks | 2,000 | Stone | 600 |
| Iron | 1,800 | Sand | 200 |
| Timber | 1,500 | Other things | 1,300 |

Represent the above figures by a suitable diagram
(B Com, Allahabad, 1947)

- 17 The following are the figures of the population of the various countries of the world and of total world Population in 1931 —

| Country | Population (000,5 omitted) |
|----------|-------------------------------|
| China | 4 11,770 |
| India | 3,52 370 |
| U S S R. | 1 61,000 |
| U S A | 1,24 070 |
| Germany | 64,776 |
| Japan | 64,770 |
| U K | 46 077 |
| France | 41,860 |
| Italy | 41,100 |
| Others | 7,00,077 |

World 20 12,600

Represent the above data by a circular diagram divided into sectors

(B Com Allahabad 1919, B Com, Lucknow, 1951)

- 8 Diagrammatically compare the following statistics of textiles production and imports in India. What conclusions do you draw from the given figures?

| | In Crores of Yards | |
|----------------------|--------------------|---------|
| | 1913-14 | 1930-39 |
| Mill Production | 116.4 | 426.9 |
| Hand Loom Production | 106.11 | 192.0 |
| Imports | 319.7 | 61.7 |

(B Com Allahabad, 1951)

19. Represent the following by a suitable diagram —

| Principal heads of Revenue | 1938—39 Lacs of Rs | 1939—40 Lacs of Rs |
|----------------------------|-----------------------|-----------------------|
| Customs | 4,030 | 4,588 |
| Central, Excise duties | 868 | 652 |
| Corporation Tax | 204 | 238 |
| Taxes on income | 1,364 | 1,420 |
| Salt | 812 | 1,080 |
| Opium | 50 | 46 |
| Other heads | 112 | 130 |

(B Com, Nagpur, 1943)

- 20 Show by means of Circular Diagrams the following —
Centres Clearing House Returns
(Amount in Crores of rupees)
- | | 1940 | 1945 |
|---------------|-------|-------|
| Calcutta | 1,070 | 2,670 |
| Bombay | 829 | 2,443 |
| Madras | 108 | 274 |
| Other Centres | 313 | 515 |

(B Com, Rajputana, 1955)

- 21 Show the details of monthly expenditure of two families given below by means of two dimensional diagram —

| Items of expenditure | Family A Income Rs 500 p m | Family B Income Rs 400 p m |
|----------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Food | Rs 140 | Rs 120 |
| Clothing | 80 | 80 |
| House Rent | 100 | 60 |
| Education | 30 | 40 |
| Fuel & Lighting | 40 | 20 |
| Miscellaneous | 40 | 40 |

(M A Punjab, 1952)

22. With the help of the following data regarding the Indian National Income between 1950-51 and 1953-54, draw a suitable diagram :—

| National Income (in Crores of Rupees). | | | | |
|--|---------------|--------------|---------------|--------------|
| Source | 1953-54 | 1952-53 | 1951-52 | 1950-51 |
| Agriculture | 5,400 | 4,790 | 4,990 | 4,890 |
| Mining, Manufacturing and handicrafts | 1,800 | 1,760 | 1,730 | 1,530 |
| Communication | 1,800 | 1,780 | 1,790 | 1,690 |
| Other services | 1,610 | 1,510 | 1,500 | 1,410 |
| Total | 10,610 | 9,870 | 10,010 | 9,550 |

(M A Agra, 1955)

23. Draw suitable diagrams to illustrate the following data and comment on them :—

| Heads of development | 1st Five Year Plan | IInd Five Year Plan |
|---|--------------------------------|--------------------------------|
| | Total Provision (Rs Crores) | Total Provision (Rs Crores) |
| (a) Agriculture and Community Development | 357 | 568 |
| (b) Irrigation and Power | 661 | 913 |
| (c) Industry and Mining | 179 | 890 |
| (d) Transport and Communication | 557 | 1,395 |
| (e) Social Services | 533 | 915 |
| (f) Miscellaneous | 61 | 99 |
| | 2,356 | 4,800 |

(B. Com, Agra, 1958)

24. Represent the following by sub divided bars drawn on a percentage basis —

| Cost, proceeds and Profit or Loss per table | | |
|---|-------------|-------------|
| Particulars | 1951 | 1956 |
| Cost Per Table — | Rs | Rs |
| (a) Wages | 21 | 9 |
| (b) Other Costs | 14 | 6 |
| (c) Polishing | 7 | 3 |
| Total Cost | 42 | 18 |
| Proceeds per Table | 40 | 20 |
| Profit (+) / Loss (-) Per Table | (-)2 | (+)2 |

(B Com, Allahabad, 1957)

25. The following table gives the details of monthly expenditure of three families —

| Items of Expenditure | Family X | Family Y | Family Z |
|----------------------|----------|----------|----------|
| | Rs | Rs | Rs |
| Food | 24 | 60 | 180 |
| Clothing | 4 | 14 | 70 |
| House Rent | 4 | 16 | 80 |
| Education | 3 | 6 | 24 |
| Litigation | 2 | 10 | 80 |
| Conventional needs | 1 | 6 | 120 |
| Miscellaneous | 2 | 3 | 46 |

Represent the above figure by a suitable diagram. Which family is spending most wisely? (M. Com., Allahabad, 1950)

26. The following table gives certain data in respect of cost production for two years —

| | 1940 Rs | 1950 Rs |
|-----------------------------|------------|------------|
| Proceeds per ton disposable | | |
| Commercially | 24 | 40 |
| Cost Per ton — | | |
| Wages | 16 | 26 |
| Other costs | 9 | 10 |
| Royalties | 1 | 1 |
| Profit (+) or Loss (-) | -2 | +3 |

(B. Com., Patna, 1955)

27. Show by suitable diagrams the absolute and the relative changes in the student population of the Colleges A and B in the different departments for 1940 to 1947 —

| | College A | | College B | |
|----------|-----------|------|-----------|------|
| | 1940 | 1947 | 1940 | 1947 |
| Arts | 300 | 300 | 100 | 200 |
| Science | 120 | 500 | 150 | 200 |
| Commerce | 200 | 650 | 130 | 150 |
| Law | 100 | 300 | 100 | 120 |

(B Com, Agra)

अध्याय १०

समंकों का विन्दुरेखीय प्रदर्शन (Graphic Presentation of Data)

“समझने में ये रचना स सरलतम, सर्वाधिक चित्र और सरल अधिक प्रयोग में लाया जाने वाला चित्र विन्दु-रेख है।”¹

—एन० एन० ब्लैयर

सांख्यिकीय आंकड़े इनके विज्ञान के अतिवृद्धि हान हैं कि जन-सामान्य के लिये उनका समझना अत्यन्त कठिन है। वर्गीकरण के माध्यमिक समंकों को व्यवस्थित के गुण्डर डंग के प्रस्तुत करने के पश्चात् उनके द्वारा आंकड़ों की विशेषताओं को तीन प्रकार से नहीं प्रदर्शित किया जा सकता। दोस्तिये रेखाओं, बिन्दुओं आदि का प्रयोग किया जाता है कि वे सरलता से समझने योग्य हो सकें।

सांख्यिकी में विन्दु-रेख का बहुत अधिक महत्व है। मण्डल की दृष्टि से विन्दु रेख को “बीजगणितीय ज्यामिति का वर्णमाला” (Alphabet of Algebraical Geometry) कहा गया है।

चित्रों का उपयोग विशेष रूप से स्थान सम्बन्धी श्रृंखलाओं (Spatial Series) में होता है। काल श्रृंखलाओं (Time Series) और आवृत्ति वितरण (Frequency distribution) को प्रकट करने के लिये विन्दु रेख सर्वोत्तम है।

विन्दुरेखीय प्रदर्शन के गुण (Merits of Graphic Presentation)

(१) आकर्षक के प्रभावशाली—विन्दु-रेख बहुत आकर्षक होते हैं। उन्हें गुण्डर डंग के बनाकर और भी आकर्षक बना लिया जाता है। उन्हें देखकर कोई भी व्यक्ति प्रभावित हो जाता है। प्रभावित विन्दु-रेखों को और हमारा ध्यान आकर्षित होता है और हम उनका अध्ययन करने लगते हैं।

1. “The simplest to understand, the easiest to make, the most variable, and the most widely used type of Chart is the line graph.”
—M. M. Blair

(२) समझने में सरल—समझने की अव्यवस्थित और विज्ञान राशि विन्दु-रेखा के द्वारा सरल व सुबोध बन जाती है और वह जन-सामान्य के समझने योग्य हो जाती है। इनकी समझने के लिये मस्तिष्क पर कोई विशेष जोर नहीं डालना पड़ता।

विन्दुरेखीय प्रदर्शन के प्रमुख ग्यारह गुण हैं

- (१) भाष्यक व प्रभावशाली।
- (२) समझने में सरल।
- (३) समय व थम की वक्षत।
- (४) तुलनात्मक अध्ययन में सरलता।
- (५) एक दृष्टि में स्पष्ट।
- (६) स्थायी प्रभाव।
- (७) अन्तरगणन, बाह्यगणन व पूर्वानुमान में सुविधा।
- (८) सह-सम्बन्ध का अनुमान।
- (९) भूमिष्ठक एवं मध्यक का ज्ञान होना।
- (१०) ऐतिहासिक सूचनायें।
- (११) जीवन निर्वाह के स्तर।

(३) समय व थम की वक्षत—

इन रीति द्वारा भाँकड़ों को प्रस्तुत करने में समय व थम अपेक्षाकृत कम लगता है। इसी प्रकार जो लोग इसकी सहायता में भाँकड़ों का अध्ययन करते हैं उनका भी समय व थम वक्षता है। उदाहरण स्वरूप तापक्रम के विन्दु-रेख को देखकर हम जल भर में रोगों की दशा के परिवर्तन का अनुमान लगा लेते हैं।

(४) तुलनात्मक अध्ययन में सरलता—रेखाओं द्वारा दो प्रकार के समझने की तुलना में बहुत सुविधा रहती है। दोनों प्रकार के समझने की गतियों की दिशा का ठीक-ठीक ज्ञान सरलता से हो जाता है और उनका तुलनात्मक अध्ययन होता है।

(५) एक दृष्टि में स्पष्ट—विन्दु-रेखा द्वारा प्रस्तुत समझने की एक दृष्टि में ही पर्याप्त मात्रा में समझा जा सकता है। वर्गीकरण व सारणीयन के द्वारा यह सम्भव नहीं है क्योंकि उनका अध्ययन करना पड़ता है। परन्तु यहाँ एक दृष्टि में परिवर्तन की गति स्पष्ट हो जायेगी।

(६) स्थायी प्रभाव—संख्या सम्बन्धी सूचनाओं को प्रायः हम लोग कुछ समय के उपरान्त भूल जाते हैं क्योंकि सभी बातों को याद रखना सरल नहीं। परन्तु विन्दु-रेखा का प्रभाव पर्याप्त अंश में स्थायी होता है। इन्हे हम जल्दी नहीं भूलते हैं।

(७) अन्तरगणन बाह्यगणन व पूर्वानुमान में सुविधा—विन्दु-रेखा की सहायता से अन्तरगणन, बाह्यगणन व पूर्वानुमान सरलता व सौकरता से किया जा सकता है। इसके द्वारा इन विषयों के करने में बहुत सरलता होती है। न नूत्रों का प्रयोग करना पड़ता है और न संख्या सम्बन्धी अधिक क्रियायें ही करनी पड़ती है।

(८) सह सम्बन्ध का अनुमान—विन्दु-रेखी की महायता से सह सम्बन्ध का बहुत धंशो में अनुमान लगाया जा सकता है। वक्रों की गति हमें स्पष्ट रूप से प्रवृत्त करती है।

(९) भूयष्टिक एवं मध्यका का ज्ञान होना—विन्दु-रेखीय प्रदर्शन द्वारा भूयष्टिक (Mode) तथा मध्यका (Median) (जिनका कि वर्णन अगले अध्याय में किया गया है) का ज्ञान सरलता से हो जाता है।

(१०) ऐतिहासिक सूचनाएँ—ऐतिहासिक सूचनाएँ, जो कि धीरे-धीरे के द्वारा प्रवृत्त की जाती हैं, विन्दु रेखीय प्रदर्शन द्वारा अधिक प्रभावशाली रूप में दिखाई जा सकती हैं।

(११) जीवन-निर्वाह के स्तर—विन्दु-रेखीय प्रदर्शन द्वारा जीवन निर्वाह के स्तर के उतार-चढ़ाव को दिखाया जा सकता है।

विन्दुरेखीय प्रदर्शन के दोष (Demerits of Graphic Presentation)

विन्दु-रेखीय प्रदर्शन के निम्न दोष हैं :—

(१) शुद्धता की जांच न होना—वक्रों के द्वारा गति का प्रदर्शन होता है परन्तु यास्तयिक मूल्य का अनुमान नहीं हो पाता। इसलिये शुद्धता की जांच नहीं हो पाती।

(२) प्रभाव तर्क संगत न होना—विन्दु-रेखी का प्रभाव कभी कभी धीरे-धीरे ही रहता है। उस का प्रभाव तर्क संगत न होने के कारण मस्तिष्क को प्रभावित नहीं कर पाता।

(३) दुरुपयोग सम्भव—माप-दण्ड में थोड़ा परिवर्तन कर देने पर वक्र के आकार में बहुत अन्तर पड़ जाता है इसलिये विभिन्न माप-दण्डों की लेकर समानों को विभिन्न ढंगों से प्रस्तुत किया जा सकता है और इसका दुरुपयोग भी किया जा सकता है।

विन्दुरेखीय प्रदर्शन के प्रमुख
छ" दोष हैं

- (१) शुद्धता की जांच न होना।
- (२) प्रभाव तर्क संगत न होना।
- (३) दुरुपयोग सम्भव।
- (४) उद्धारण के रूप में प्रस्तुत न किया जाना।
- (५) अस्पष्टता सूचना देना।
- (६) सुन्दरता पर अधिक जोर देना।

(४) उद्धारण के रूप में प्रस्तुत न किया जाना—जिगी तप्य की पुष्टि के लिये विन्दु रेखी को उद्धारण के रूप में नहीं प्रस्तुत किया जा सकता।

(५) अस्पष्टता सूचना देना—विन्दु-रेखी के द्वारा रेखांश-रेखीय सम्बन्धों

की नहीं प्रस्तुत किया जा सकता है और न ये सभी प्रकार की समस्याओं के समाधान में सहायक हो सकते हैं इसलिये इनकी सूचनायें अर्थात् होती हैं।

(६) सुन्दरता पर अधिक जोर देना—इन्हें बनाते समय इन्हें सुन्दर व आकर्षक बनाने पर अधिक जोर दिया जाता है और तथ्यों के भाव को प्रकट करने का प्रयत्न उतनी लयन से नहीं किया जाता है।

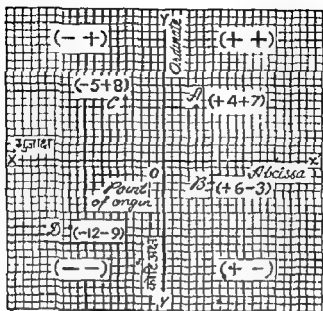
बिन्दु-रेखा की रचना (Construction of Graph)

बिन्दु-रेखों की रचना सामान्यतः बिन्दु-रेखीय-पत्र (Graph Paper) पर होती है। सर्वप्रथम प्राप्त आंकड़ों के आकार व प्रकार को ध्यान में रखते हुये इस पत्र के किसी भी कटान-बिन्दु (Intersecting point) को मूल-बिन्दु या मूल बिन्दु (Point of origin) मान लिया जाता है और उस बिन्दु पर एक दूसरे को सम्बन्धित षाटने वाली उदग्र (Vertical) और क्षैतिज (Horizontal) रेखाओं पर स्याही या पेसिल फेर कर मोटी व स्पष्ट कर देने हैं। इन उदग्र रेखा को उदग्र-माप-श्रेणी (y-axis) या कोटि-अक्ष (ordinate) क्षैतिज रेखा को क्षैतिज-माप-श्रेणी, (x-axis) या भुजाक्ष (Abscissa) कहते हैं। भुजाक्ष के नियम 'xx'' तथा कोटि-अक्ष के लिये 'yy'' संकेतों का प्रयोग प्रचलन में है। इस प्रकार बिन्दु-रेखीय-पत्र चार भागों में बँट जाता है जिनमें से प्रत्येक भाग को चरण (Quadrants) कहते हैं। बिन्दु-रेखीय-पत्र पर किसी भी बिन्दु को प्राकृत (Plot) करते समय उदग्र-माप-श्रेणी व क्षैतिज-माप-श्रेणी दोनों पर अध्ययन करके उसे निश्चित करते हैं।

मूल-बिन्दु (Point of origin) के दाहिने ओर ऊपर की ओर धनात्मक राशियाँ और नीचे तथा बायीं ओर ऋणात्मक राशियाँ अंकित की जाती हैं। इस प्रकार भुजाक्ष पर मूल बिन्दु अर्थात् 0 से ९ तक दाहिनी ओर +१ +२ +३ +४ आदि और 0 से ९ तक ऋण राशियाँ जैसे -१ -२ -३ -४ आदि अंकित की जाती हैं। इसी प्रकार कोटि-अक्ष पर 0 से ऊपर की ओर अर्थात् 0 से y तक धनात्मक राशियाँ और नीचे की ओर अर्थात् 0 से y' तक ऋणात्मक राशियाँ अंकित की जाती हैं।

उदाहरण—Plot the following points on a graph paper :—

| | | |
|---|-----|----|
| A | -4 | +7 |
| B | +6 | -3 |
| C | -5 | +8 |
| D | -12 | -9 |



चित्र—२४

बिन्दु-रेखीय बनाने का नियम (Rules for Constructing Graph)

सात्र के गुण में बिन्दु-रेखीय का बहुत महत्व बढ़ गया है। परन्तु ये सभी उपयोगी हो सकते हैं जब उन्हें शुद्धता के साथ बनाया जाय। अन्यथा ये भ्रम उत्पन्न करने वाले होंगे। इसलिए बिन्दु-रेखीय बनाने समय बहुत सावधानी से सावधानता पड़ती है। बिन्दु-रेखीय प्रदर्शन करने समय निम्न नियमों का पालन करना आवश्यक है :-

(१) उपयुक्त व पूर्ण शीर्षक होना—प्रत्येक रेखा-चित्र का उपयुक्त व पूर्ण शीर्षक होना चाहिये ताकि देखते ही देखते यह समझ में आ जाय कि यह किसके सम्बन्धित है।

(२) बिन्दु-रेखीय की गति—बिन्दु-रेखीय की गति शीर्षक पैमाने पर सामान्यतः धानी में दायी ओर और उरध में नीचे पर भीने में उपर होनी है धरा: मूल-बिन्दु को यथा-स्थान रखा चाहिये।

(३) वृत्रिष आधार रेखा (False Base Line)—उरध माप-दण्ड का चुनाव ऐसा होना चाहिये कि मूल रेखा-यत्र पर दिखाई दे। यदि किसी कारण से ऐसा करना सम्भव न हो तो मूल-बिन्दु के पास धूय रेखा से प्रारम्भ करने कुछ उपर या उरध में तो उरध वृत्रिष आधार-रेखा (False Base Line) बना लेना चाहिये।

घोर फिर उसके ऊपर अपनी आवश्यकतानुसार सरपायें निश्चित किये दूये पंमाने के अनुसार चकित कर लेना चाहिये ।

(४) माप दण्ड का चुनाव—माप दण्ड का चुनाव एक बहुत महत्वपूर्ण बात है । माप-दण्ड चुनने समय यह ध्यान रखना चाहिये कि वह ऐसा हो कि सभी पद विन्दु-रेखीय-पत्र में ठीक रूप से आ जायें । माप दण्ड ऐसा न हो कि कुछ सध्यायें पत्र पर प्रकृत न की जा सकें या पत्र बड़ा हो और रेखा-चित्र उगने एक कोने में छोटा बने और इस प्रकार न वह आकर्षक हो न प्रभावशाली । यथा-उम्भव यह प्रयत्न करना चाहिये कि रेखाचित्र पत्र के मध्य में हो ।

(५) मुद्राक्ष की सम्बद्धि—सामान्यतः इस बात का भी ध्यान रखना चाहिये कि सम्बद्धि में मुद्राक्ष कोटि-पक्ष की डेड चुनी हो ।

(६) माप दण्ड का विलुप्त विवरण—माप-दण्ड का विलुप्त विवरण दिया जाना चाहिये ताकि वह सरलता से समझ में आ जाय कि आकार क्या प्रकट करता है ।

(७) अन्तर करना—जहाँ कई बक्र बने हों वहाँ प्रत्येक बक्र को अलग चौड़ाई या रंग में प्रदर्शित करना चाहिए ताकि उनका अन्तर स्पष्ट रूप से प्रकट हो ।

(८) शैतिज माप-दण्ड व उदग्र माप दण्ड—शैतिज माप-दण्ड व उदग्र माप-दण्ड अलग-अलग लिये जा सकते हैं । कभी-कभी उदग्र-माप-प्रेणी पर दो मालामो को प्रकट करने के लिए दो माप-दण्ड साय-साय लिये जा सकते हैं ।

(९) समंशों का प्राप्तिस्थान व आवश्यक टिप्पणियाँ देना—जहाँ आवश्यकता हो वहाँ समंशों का प्राप्ति-स्थान तथा आवश्यक टिप्पणियाँ भी दे देना चाहिये ताकि उनका स्रोत ठीक से पता रहे और उनकी शुद्धता की जांच की जा सके ।

(१०) संकेतों का देना—यदि कुछ संकेत (Index) हैं तो उन्हें नीचे कोने पर दे देना चाहिये ।

(११) समंशों के परिणाम—सामान्यतः समय, स्थान, परिस्थिति, आकार आदि की इकाइयों को मुद्राक्ष पर और समंशों के परिणाम, परतंत्र पत्रों व भावुक्ति को कोटि-पक्ष पर प्रदर्शित करना चाहिये ।

(१२) माप-दण्ड प्रदर्शित करने वाले मूल्यों का देना—माप-दण्ड प्रदर्शित करने वाले मूल्यों को मुद्राक्ष के नीचे और कोटि-पक्ष की बायीं ओर लिखना चाहिये ।

(१३) बक्रों के पास समंशों को देना—बक्रों के पास समंशों को पास ही सारणी में दे देना चाहिये ताकि यदि कोई चाहे तो विलुप्त मध्ययन कर सके या शुद्धता की जांच कर सके ।

समको वा बिन्दुरेखीय प्रदर्शन

(१४) रेखाओं की मोटाई एसी होना—रेखा चित्र में बनाई जाने वाली रेखाओं सब स्थानों पर एक-ही मोटाई की होनी चाहिये ताकि वह देखने में सु-आकर्षक लगे ।

(१५) अनुपात माप-श्रेणी का प्रयोग करना—अनुपातिक श्रेणियों को प्रदर्शित करने के लिये अनुपात माप-श्रेणी (Ratio Scale) का प्रयोग करना चाहिये ।

(१६) घनात्मक तट्ठायें—जहाँ तट्ठायें बचन घनात्मक हो वहाँ मुद्राक्षेप के नीचे या कोटि-पत्र के बाईं ओर का भाग बिन्दु-रेखीय पत्र पर दिखाना कर्ष्य है ।

बिन्दुरेखीय चित्रों का प्रयोग

बिन्दु-रेखीय चित्रों का प्रयोग दो प्रकार से किया जाता है :—

(१) कालिक मालामो (Time Series) के प्रयोग के लिये ।

(२) साधारण माप-श्रेणी (Simple Scale) द्वारा,

(३) अनुपातिक माप-श्रेणी (Ratio Scale) द्वारा ।

(४) प्रावृत्ति वितरण (Frequency Distribution) के लिये ।

कालिक मालामो का प्रयोग

गणितकी समझ की समझ के अनुसार तुलना करना भी बहुत बड़ा आवश्यक हो जाता है । कालिक मालामो के प्रयोग के लिये बिन्दु-रेखीय चित्रों का प्रयोग किया जाता है । हो सकता है कि एक ही समय में बहुत से परिवर्तन हों या एक ही परिवर्तन हो ।

साधारण या प्राकृतिक माप श्रेणी पर कालिक चित्र (Histogram on Simple or Natural Scales)

कालिक मालामो को प्रदर्शित करने के लिये जो बिन्दुरेखीय बनता है उसे कालिक चित्र (Histogram) कहते हैं । ये दो प्रकार से बनाये जाते हैं :—

(१) निरपेक्ष कालिक चित्र (Absolute Histogram)

(२) एक चल (Variable) को प्रदर्शित करने के लिये ।

(३) दो या अधिक चित्रों को प्रदर्शित करने के लिये ।

(४) निर्देशक कालिक चित्र (Index Histogram)

(५) एक चल को प्रदर्शित करने के लिये ।

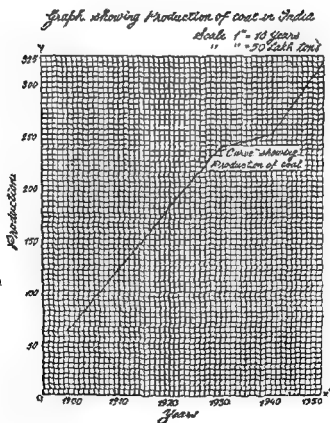
(६) दो या अधिक चित्रों को प्रदर्शित करने के लिये ।

एक चल का निरपेक्ष कालिक चित्र (Absolute Histogram of One Variable)

इस प्रकार के चित्र की रचना मूल गणितों के आधार पर की जाती है । नीचे भारत में कोयले के उत्पादन सम्बन्धी चित्रके दिखे हुये हैं ।

Production of Coal in India

| Year | Production (Lakh Tons) |
|------|---------------------------|
| 1900 | 61 |
| 1910 | 120 |
| 1920 | 190 |
| 1930 | 238 |
| 1940 | 251 |
| 1950 | 320 |



दो या अधिक चरों का निरपेक्ष कालिक चित्र (Absolute Histogram of Two or More Variables)

एक चर का निरपेक्ष कालिक चित्र उपर बनाया जा चुका है। ठीक उसी ढंग से दो या अधिक चरों का निरपेक्ष कालिक चित्र बनाया जा सकता है। उनकी दृशादृशा सजातीय या विजातीय बुद्धि भी हो सकती हैं। जब दृशादृशा सजातीय हो तब तो उदग्र माप-सूचियों पर एक ही माप दण्ड पर दोनों प्रकार की राशियों को प्राकृत करते हैं परन्तु जब राशियाँ विजातीय हो तो यह सम्भव नहीं। तब कौटि-प्रक्ष पर अलग-अलग दो पैमानों की लेना पड़ता है।

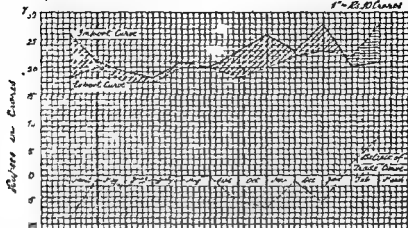
उदाहरण :

The following table gives the value of Imports and of Exports of (undivided) India for the year 1921-22 in crores of Rupees. Plot the figures on a graph paper and shows the balance of trade

| Month | Imports | Exports | Balance of trade |
|-----------|---------|---------|------------------|
| April | 26 | 18 | -8 |
| May | 21 | 20 | -1 |
| June | 19 | 17 | -2 |
| July | 18 | 17 | -1 |
| August | 21 | 20 | -1 |
| September | 20 | 20 | - |
| October | 23 | 18 | -5 |
| November | 26 | 20 | -6 |
| December | 23 | 22 | -1 |
| January | 28 | 23 | -5 |
| February | 20 | 22 | +2 |
| March | 21 | 28 | +7 |

Graph showing Imports, Exports and Balance of Trade of India in 1921-22.

Scale 1" = 2 months
1" = Rs. 10 Crores



चित्र—२६

कृत्रिम आधार रेखा (False Base Line)

बिन्दु-रेख बनाने के समय इस एक महत्वपूर्ण नियम का पालन करना आवश्यक है कि उदय माप पर (axis of Y) शून्य अर्थात् मूल बिन्दु से प्रारम्भ किया जाय। यह नियम क्षैतिज माप (axis of X) के लिये नहीं। इस नियम के अनुसार उदय माप पर शून्य से प्रारम्भ करने में कभी-कभी कठिनाइयाँ आती हैं। जैसे यदि वे मूल्य जिन्हें उदय माप-रेखा पर प्राकृतिक करते हो वे बहुत बड़े हो तो शून्य से प्रारम्भ करने पर निम्न अनुविधायें सामने आयेंगी :—

- (१) कठ आधार रेखा से बहुत दूर चलेगा और कठ और आधार रेखा के बीच का बिन्दु-रेख पत्र बेकार रहेगा।
- (२) यदि मूल्य बड़े हो परन्तु उनमें के परिवर्तन बहुत कम हों तो वह भी स्पष्ट रूप से प्रकृत न किये जा सकेंगे क्योंकि यदि उनको स्पष्ट रूप से दिखाने के लिये माप कम लिया जाय तो बहुत बड़े बिन्दु-रेख पत्र की आवश्यकता होगी।
- (३) इस प्रकार का प्रदर्शन अप्रभावशाली होगा। क्योंकि यदि माप बड़ा ले लिया जाय तो मूल्यों के उच्चावचन स्पष्ट रूप से न दिखाये जा

सँसे और यदि माप छोटा मूल्य लिया जाय तो एव बहुत बड़ बिन्दु-रेख पत्र की भावश्यकता होगा और उस पत्र का एर बहुत बड़ा भाग बिना प्रयोग ने बेकार पड़ा रहेगा ।

इन अगुविधायी को दर बरने और बिन्दु रेखा को प्रभावगामी बनान के उद्देश्य मे इन्निम आधार रेखा का सहारा लिया जाता है । इसमे उदग्र माप-श्रेणी वा वह भाग जो मूल बिन्दु से लेकर निम्नतम मूल्य, जिसे प्रांजित करना है, तक छोड़ दिया जाता है । इस प्रकार शून्य रेखा या मूल बिन्दु को प्रदर्शित करते हैं और उदग्र माप श्रेणी को उसके छोड़े ही ऊपर चलकर सोड़ देते हैं और दो टेढ़ी-मढ़ी रेखायें शून्य रेखा के साथ-साथ खींच देते हैं ।

इन रेखाया के बीच इन्निम आधार रेखा (False Base Line) तिरा देने हैं । इनके ऊपर माप-श्रेणी वहाँ से प्रारम्भ करते हैं जो निम्नतम मूल्य है । इस रीति से तीनों अगुविधायी जैसे व्यर्थ बिन्दु-रेख पत्र का पड़ा रहना, उरुपावधनी को स्पष्ट न प्रदर्शित कर सकना, और बिन्दु-रेखा का अप्रभावशाली होना दूर हो जाती हैं ।

किर भी यथासाध्य इसका प्रयोग नहीं करना चाहिय क्योंकि बिन्दु-रेख द्वारा प्रदर्शन का मूल उद्देश्य वास्तविकता को प्रदर्शित करना है । इसने प्रयोग से यह सायदा नहीं प्रदर्शित हो पाती जो अपेक्षित है ।

उदाहरण :

India's Working Class Consumer Price Index (Cost of Living Index)

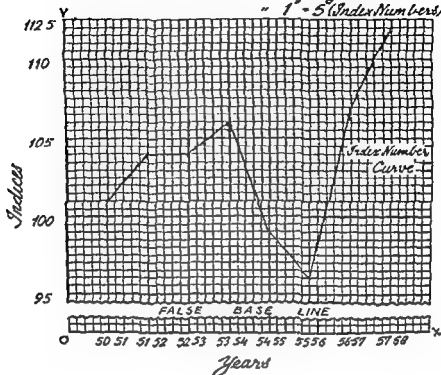
(Year 1949=100)

| Year | Index Number |
|---------|--------------|
| 1950-51 | 101 |
| 1951-52 | 104 |
| 1952-53 | 104 |
| 1953-54 | 106 |
| 1954-55 | 99 |
| 1955-56 | 96 |
| 1956-57 | 107 |
| 1957-58 | 112 |

Graph showing India's working class consumer price indices.

Scale 1" = 2 Years

" 1" = 5 (Index Numbers)



चित्र—२७

निर्देशांक कालिक चित्र (Index Historigram)

यदि कालिक माला के निर्देशांक दिये हुए हों तो उन्हें ठीक उसी प्रकार प्राकृत किया जाता है जैसे कालिक माला की मूल सरयाग्रो को किया जाता है। यदि निर्देशांक न दिये हों तो मूल राशियों को निर्देशांक में परिवर्तित करके प्राकृत किया जायेगा। इससे चलो के अनुपातिक परिवर्तन का अध्ययन किया जा सकता है।

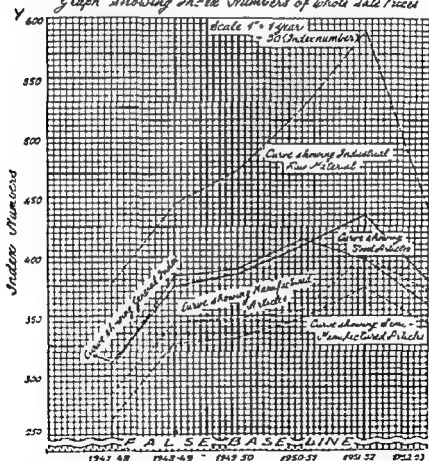
उदाहरण :

The following table gives the Index Numbers of wholesale price in India :—

| Year | Food Articles | Industrial Raw Material | Semi-Manufactured Articles | Manufactured Articles | General Index |
|---------|---------------|-------------------------|----------------------------|-----------------------|---------------|
| 1917-48 | 306 | 377 | 262 | 286 | 308 |
| 1918-49 | 383 | 445 | 327 | 316 | 376 |
| '919-50 | 391 | 472 | 332 | 347 | 385 |
| 1950-51 | 416 | 523 | 349 | 354 | 409 |
| 1951-52 | 399 | 592 | 374 | 401 | 435 |
| 1952-53 | 358 | 437 | 344 | 371 | 381 |

Plot the figures given above on a graph paper (Agra, M. A. 1955)

Graph showing Index Numbers of whole sale Prices



चित्र—२८

दो माप दण्डों के रेखा-चित्र (Graphs of Double Scale)

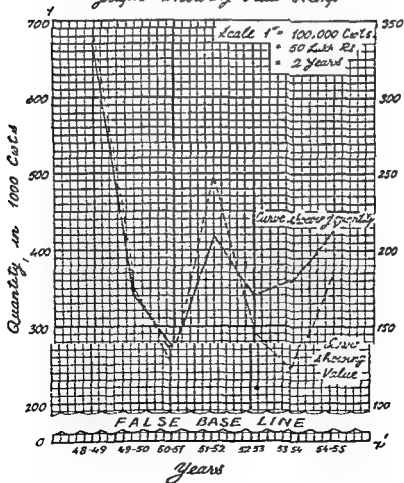
ऊपर वर्णन किया जा चुका है कि बड़ी-बड़ी बोटिंग-मस पर दो या अधिक

माप-दण्ड लेकर संख्याओं को प्रांकित करना पड़ता है क्योंकि वे दोनों ही विभिन्न इकाइयों को प्रकट करती हैं।

उदाहरण : Represent the following data Graphically Export of Raw Hemp, From India.

| Year | Quantity (1000 Cwts) | Value (Lakhs of Rupees) |
|---------|-------------------------|----------------------------|
| 1948-49 | 665 | 339 |
| 1949-50 | 342 | 175 |
| 1950-51 | 271 | 128 |
| 1951-52 | 417 | 210 |
| 1952-53 | 342 | 146 |
| 1953-54 | 364 | 118 |
| 1954-55 | 426 | 184 |

Graph showing Raw Hemp



अधिकतम व न्यूनतम मूल्यों के रेखा चित्र (Graphs of Maximum and Minimum Values)

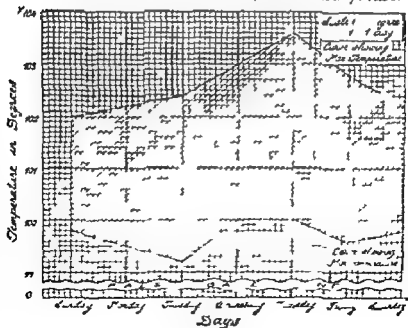
वसा-वसा किसी वर व विशा समय व अधिकतम व न्यूनतम उतार चगव को अंकित करने वा आवश्यकता पडती है। जैसे किसी दिन या माह म किसी वस्तु वा निम्नतम व अधिकतम भाव या किसी दिन किसी रोगा वा अधिकतम व निम्नतम तापमान। एमी दगा म अधिकतम मूल्यो वा वक्र और निम्नतम मूल्यो व वक्र प्रलग प्रलग खाकर फिर उनका बीच के स्थान को बिना रग या बिहू स भर देन है। इह कटिवध वक्र (Zone Curve) बटिब य चार्ट भी बहन है।

उदाहरण

Temperature Record of a Patient for a Week

| Day | Maximum | Minimum |
|-----------|---------|---------|
| Sunday | 102 | 99.8 |
| Monday | 102.2 | 99.5 |
| Tuesday | 102.4 | 99.3 |
| Wednesday | 103.0 | 100.0 |
| Thursday | 103.6 | 100.0 |
| Friday | 102.8 | 99.6 |
| Saturday | 102.2 | 99.8 |

Maximum and Minimum Temperature Record of a Patient



इसी रेखाचित्र को दूसरी रीति से भी दिखाया जा सकता है। वहाँ बीच की पूरी दूरी को रंग न जाय बल्कि प्रतिदिन के न्यूनतम व अधिकतम तापमान को कुछ मोटे दण्डों से मिला दिया जाय। ऐसी दशा वक्र नहीं बनेगी बल्कि कटिवन्ध विप्र (Zone Chart) बनेगा।

पट्टीदार वक्र (Band Curves)

जो कार्य अन्तर्विभक्त दण्ड करते हैं उसी कार्य के लिए पट्टीदार वक्र का भी प्रयोग किया जा सकता है। जब पूर्ण कई अंशों में विभक्त होता है और काल श्रेणी पर प्रभावित होता है। विन्दुरेखीय प्रदर्शन को यह एक नयी प्रणाली है। इसमें सम्पूर्ण के साथ-साथ प्रत्येक श्रेणी को अलग-अलग विवेकताओं के साथ प्रदर्शित किया जाता है। प्रत्येक मात्रा या श्रेणी के लिए एक पट्टी बनती है और प्रत्येक पट्टी को अलग-अलग रंगों या चिन्हों से प्रदर्शित करते हैं।

Table

Exports to Some Principal Countries*

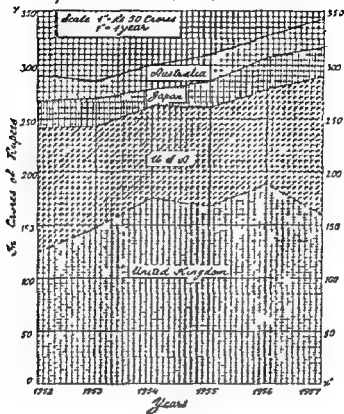
(By sea, air and land)

(Value in crores of Rupees)

| Countries | 1952 | 1953 | 1954 | 1955 | 1956 | 1957 |
|-----------|------|------|------|------|------|------|
| U. K. | 126 | 148 | 176 | 168 | 187 | 160 |
| U. S. A. | 116 | 95 | 86 | 92 | 90 | 131 |
| Japan | 25 | 26 | 16 | 26 | 30 | 27 |
| Australia | 23 | 16 | 23 | 26 | 22 | 25 |
| | 290 | 285 | 301 | 312 | 329 | 343 |

* Source : India 1959 (Figures Approximated.)

Export to some principal Countries

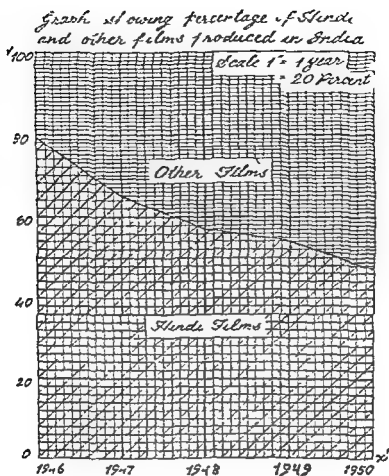


चित्र—३१

कार की हुई कारण से अगर समं प्रतिमान में दिये हुए हों वा प्रतिगत में नबाल कर उनका विन्दुरेगीय प्रदर्शन करना हो तो प्रतिगत घन्तरिभक्त दहशो की शक्ति कार बनाये रेखाचित्र में मिनती-युनती प्राकृति बनेगी ।

उदाहरण : Number of Hindi Films Produced in India 1946-1950

| Year | No. of Hindi (1) Films | Total No. of (2) films | Percentage (Col. 1 as percent of Col. 2) |
|------|------------------------|------------------------|--|
| 1946 | 155 | 200 | 77.5 |
| 1947 | 186 | 283 | 65.7 |
| 1948 | 148 | 265 | 55.9 |
| 1949 | 157 | 289 | 54.3 |
| 1950 | 115 | 241 | 46.9 |



चित्र—३२

जी चित्र (Z or Zee Chart or) जी वक्र (Zee Curve)

यह एक प्रकार का रेखाचित्र है जहाँ वक्र लगभग संघ्रजी प्रकार 'जिड' के आकार का बनना है इसाविय इसे 'जा नित्र' या 'जी-वक्र' कहते हैं। इसमें तीन वक्र तीन दाता को प्रदर्शित करते हुए खींचे जाया हैं। तीनों के लिये मिला मलग पैमाने लिये जाते हैं। इस चित्र में निम्न तीन वक्र होते हैं —

- (१) मूलिक सामग्री का वक्र (The curve of the original data)
- (२) संचित समकाली वक्र (The curve of cumulative data)
- (३) चल योग वक्र (The moving total curve)

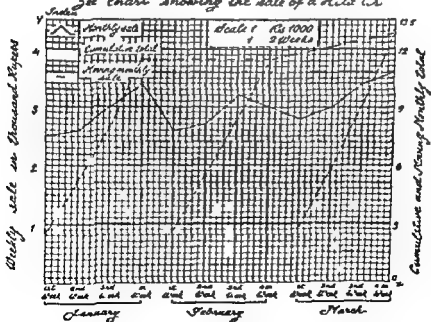
उदाहरण

Weekly sales of a Retail shopkeeper for three months.

(In thousands of Rupees)

| Month | 1st week | 2nd week | 3rd week | 4th week |
|---|----------|----------|----------|----------------------|
| January Cumulative Moving Monthly Total | 25 25 | 26 51 | 30 81 | 34 115 115 |
| February Cumulative Moving Monthly Total | 26 26 | 27 53 | 32 85 | 30 115 115 |
| March Cumulative Moving Monthly Total | 28 28 | 30 58 | 34 92 | 36 128 128 |

Line chart showing the sale of a Kite Co



अनुपात माप श्रेणी तथा छेदा वक्र (Ratio Scale and Logarithmic Curve)

अब तक हमने जो वक्र बनाये हैं उनमें प्राकृतिक माप-श्रेणी (Natural Scale) का प्रयोग किया है। प्राकृतिक माप श्रेणी का प्रयोग वास्तविक या निरपेक्ष (Absolute) अन्तरों को प्रदर्शित करने के लिये या तुलना करने के लिये किया जाता है। इस माप श्रेणी द्वारा सापेक्ष परिवर्तना (Relative changes) को सूक्ष्म ढंग से नहीं दिखलाया जा सकता। यदि हम केवल वृद्धि या ह्रास न जानकर अनुपातिक घट-बढ़ जानना चाहते हों तो अनुपात माप-श्रेणी का प्रयोग कर लेंगे। इसी को छेदा-माप-श्रेणी भी कहते हैं।

एक उदाहरण लीजिये। मान लीजिये कोई कारखाना सामेंट उत्पादन निम्न दर से कर रहा है :—

| Year | Production in Tons | Absolute increase | Proportionate increase |
|------|-----------------------|----------------------|---------------------------|
| 1956 | 20 | — | — |
| 1957 | 30 | 10 | 50 Percent |
| 1958 | 40 | 10 | 33½ % |
| 1959 | 50 | 10 | 25 % |

ऊपर के उदाहरण को देखने से स्पष्ट है कि प्रति वर्ष निरपेक्ष वृद्धि समान है परन्तु अनुपातिक या सापेक्ष वृद्धि दिखानी हो और प्राकृतिक माप श्रेणी का प्रयोग किया जाय तो फल भ्रामक होगा।

प्राकृतिक माप श्रेणी व अनुपात माप-श्रेणी में अन्तर (Difference between Natural and Ratio Scale)—प्राकृतिक माप-श्रेणी में निम्न प्रमुख अन्तर है :—

(१) अनुपात माप-श्रेणी में गुणोक्त वृद्धि (Geometrical Progress) होती है और प्राकृतिक माप-श्रेणी में अकगणितय वृद्धि (Arithmetical Progress) होती है।

(२) अनुपात माप-श्रेणी में अन्तर, अन्तरे, परिवर्तन, के समान अनुपात को प्रदर्शित करती है और प्राकृतिक माप-श्रेणी में समान मात्रा का।

अनुपात माप-श्रेणी पर बिन्दु रेखा की रचना (Construction of Graph on Ratio Scale)

इसकी दो रीतियाँ हैं :—

(१) चलो के छेदा (Logs) छेदा सारणी (Log Table) से प्राप्त करके उन्हें साधारण बिन्दुरेखीय पत्र पर अंकित कर देते हैं।

(२) वक्रों के वास्तविक मान को छेदा विन्दुरेखीय पत्र (Log Graph Paper) पर अंकित कर दते हैं। यह एक विशेष प्रकार का विन्दुरेखीय पत्र होता है जो अनुपात के आधार पर निर्मित होता है।

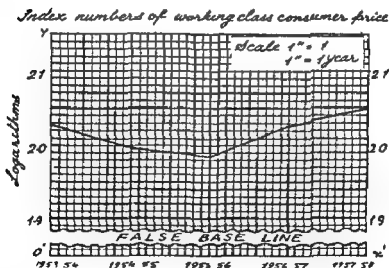
२) छेदा द्वारा अनुपात माप-श्रेणी पर विन्दुरेखा की रचना (Construction of Graph on Ratio Scale by Logarithms)

इस रीति से विन्दु रेखा की रचना निम्न उदाहरण से स्पष्ट हो जायगी :—

Working Class Consumer Price Indices of India¹

(Year 1949 = 100)

| Year | Indices | Log |
|---------|---------|--------|
| 1953-54 | 106 | 2 0253 |
| 1954-55 | 99 | 1.9956 |
| 1955-56 | 96 | 1 9823 |
| 1956-57 | 107 | 2 0294 |
| 1957-58 | 112 | 2 0492 |



चित्र—३४

इन रेखा चित्रों को अर्द्ध-छेदा माप श्रेणी भी कहते हैं क्योंकि इनमें बोटिंग-मशीन का माप इह छेदा के आधार पर निर्दिष्ट किया जाता है परन्तु मुद्राशास्त्र का माप-संकेत प्राकृतिक रहता है।

1. Source - India 1959

अनुपात माप-श्रेणी के बिन्दुओं की उपयोगिता (Uses of Graphs on Ratio Scale)

(१) जब दो या अधिक ऐसी श्रेणियों का प्रदर्शन करना हो जिनके मूल्य में काफी अन्तर हो तो अनुपात माप दंड बहुत उपयोगी होगा।

(२) जब कोटि-प्रक्ष पर दो या अधिक माप दंड लेने की आवश्यकता पड़ रही हो तो इस अमुविधा से बचने के लिये अनुपात माप-श्रेणी का प्रयोग किया जा सकता है।

(३) निर्देशांक का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन करते समय अनुपात माप श्रेणी का प्रयोग अधिक ठीक होता है क्योंकि निदेशक भी सापेक्ष परिवर्तन को ही प्रकट करते हैं।

(४) यहाँ कृत्रिम आधार रेखा (False Base Line) बनाने की आवश्यकता नहीं पड़ती।

(५) अनुपातिक परिवर्तन के अध्ययन के लिये यह मापदण्ड अधिक उपयुक्त है।

(६) अन्तरगणन (Interpolation) और बाह्यगणन (Extrapolation) के लिये इनका प्रयोग किया जा सकता है।

अनुपात माप-श्रेणी की सीमायें (Limitations of Ratio Scale)

अनुपात माप-श्रेणी की निम्न सीमायें हैं :—

(१) इनके द्वारा निरपेक्ष मूल्य वाली श्रेणियों का तुलनात्मक अध्ययन ठीक प्रकार से मभव नहीं।

(२) उनके द्वारा ऋणात्मक समक नहीं प्रदर्शित किये जा सकते।

(३) इनका प्रयोग सर्वसाधारण के लिये उतना सरल नहीं जितना कि प्राकृतिक माप-दण्ड का है।

(४) ऐसे माप-दण्डों के रेखा-चित्रों को वे ही लोग बना सकते हैं जिन्हें गणित का अच्छा ज्ञान हो और लघुगणक (Logarithms) के प्रयोग को जानते हो।

आवृत्ति बिन्दु रेखा (Frequency Graph)

यह बतलाया जा चुका है कि आवृत्ति वितरण के विचार से श्रेणियाँ दो प्रकार की हो सकती हैं—विच्छिन्न या सञ्चित तथा अविच्छिन्न या अखण्डित। इनका बिन्दुरेखीय प्रदर्शन वही सरलता से किया जा सकता है।

विच्छिन्न माला का विन्दुरेखीय प्रदर्शन (Graphic Presentation of Discrete Series)

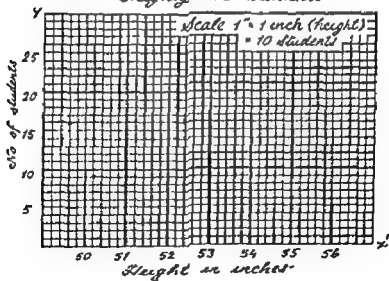
यहाँ भुजास (X-axis) पर आकार और कोटि-मण्ड (Y-axis) पर आवृत्तियों को प्रदर्शित किया जाता है। यहाँ साधारणतः रेखा आवृत्ति चित्र (Line Frequency Diagram) द्वारा प्रदर्शन किया जाता है। भुजास पर आवृत्ति के अनुसार सम्बन्ध रेखाएँ खींची जाती हैं।

उदाहरण

Represent the following graphically —

| Height in inches | No. of Students |
|------------------|-----------------|
| 50 | 10 |
| 51 | 15 |
| 52 | 20 |
| 53 | 18 |
| 54 | 17 |
| 55 | 15 |
| 56 | 5 |

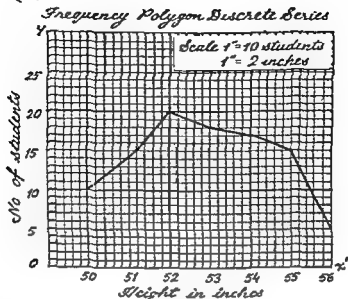
Line Frequency Diagram representing Heights 100 students



चित्र—३५

ऊपर के चित्र में जो बिन्दु अंकित करने में शक्य है यदि उन्हें मिला दिया जाय तो जो आवृत्ति बनेगी उसे आवृत्ति बहुभुज (Frequency Polygon) कहेंगे।

उदाहरण :



अविच्छिन्न श्रेणी का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन (Graphic Presentation of Continuous Series)

अविच्छिन्न माला का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन करने की कई रीतियाँ प्रचलित हैं। उनमें से मुख्य-मुख्य का विवेचन नीचे किया जायेगा।

आवृत्ति चित्र (Histogram)

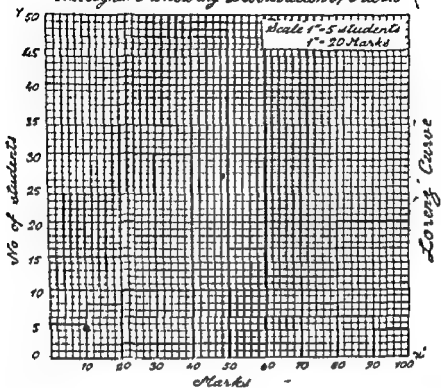
आवृत्ति से चित्र में प्रत्येक वर्ग के लिये एक आयत (Rectangle) बनता है। इस प्रकार जितने वर्ग होने हैं उतने आयत एक दूसरे से सटे-सटे बनाये जाते हैं। आयतों को मूलाक्ष (X-axis) पर और आवृत्ति को कोटिप्रक्ष (Y-axis) पर प्रदर्शित किया जाता है प्रत्येक आयत का क्षेत्रफल आवृत्ति के अनुपात में होता है।

उदाहरण :

Represent the following by Histograms :—

| Marks | No. of Students |
|--------|-----------------|
| 0-10 | 5 |
| 10-20 | 10 |
| 20-30 | 30 |
| 30-40 | 48 |
| 40-50 | 16 |
| 50-60 | 12 |
| 60-70 | 8 |
| 70-80 | 6 |
| 80-90 | 4 |
| 90-100 | 4 |

Histogram showing Distribution of Marks



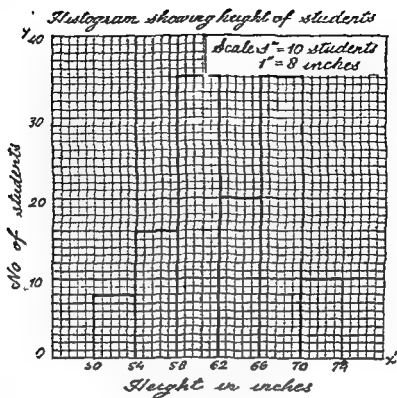
चित्र—३५

इस आकृति चित्र में केवल एक चोटी है। (जिसे चित्र का एक चोटी वाला आकृति चित्र (one-humped Histogram) कहते हैं।) कभी-कभी दो या अधिक चोटी वाले आकृति चित्र भी होते हैं।

उदाहरण:)

Represent the following by Histograms —

| Height in Inches | No. of Students |
|------------------|-----------------|
| 50—54 | 0 |
| 54—58 | 16 |
| 58—62 | 35 |
| 62—66 | 20 |
| 66—70 | 35 |
| 70—74 | 10 |



चित्र—१८

असमान वर्गान्तरों के आवृत्ति-चित्र (Histograms of Unequal Class-Intervals)

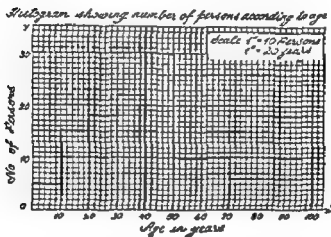
जब समान वर्गान्तर होते हैं तब तो आवृत्ति-चित्र की रचना बहुत सरल होती है क्योंकि आयतों का क्षेत्रफल तमसः आवृत्तियों के बराबर होता है। यदि असमान वर्गान्तर के कारण असमान वर्ग पर उसकी आवृत्ति के अनुसार आयत बनाया जाय तो कुल क्षेत्रफल तथा अनुपात में भारी अन्तर पड़ जायेगा और चित्र को देखकर आवृत्तियों का सच्चा अनुमान न हो सकेगा। इस दोष को हटाने के लिए निम्न रीतियाँ प्रयोग में लायी जाती हैं :—

- (१) जिस अनुपात में वर्गान्तर असमान है उसी अनुपात में आवृत्ति को कम या अधिक कर देते हैं ताकि क्षेत्रफल ज्यों का त्यों रहे।
- (२) यदि वर्गान्तर समान रखना है तो उसी अनुपात में आवृत्ति में घटाव या बढ़ाव कर देती हैं :—

उदाहरण :

| Age in Years | No. of Persons |
|--------------|----------------|
| 0—10 | 5 |
| 10—20 | 15 |
| 20—30 | 18 |
| 30—40 | 22 |
| 40—50 | 30 |
| 50—70 | 20 |
| 70—100 | 18 |

Represent the data by a Histogram.



चित्र—१६

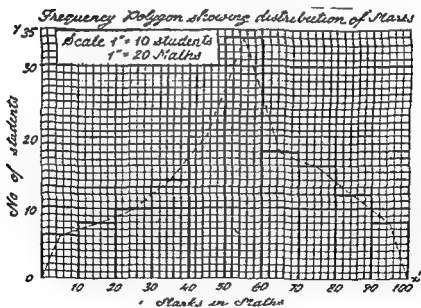
आवृत्ति बहुभुज (Frequency Polygon)

आवृत्ति चित्र (Histogram) से आवृत्ति बहुभुज बनाना बहुत सरल है। हमने प्रत्येक वर्गान्तर पर बने हुए आयत की ऊपरी भुजा के मध्य बिन्दुओं को सरल रेखाओं द्वारा मिला देने हैं। फिर हम एक के दोनो छोरों को भुजाज के दोनो किनारों से मिला देने हैं। यह आवृत्ति आवृत्ति बहुभुज कह जाती है। इसका प्रयोग वर्गान्तर वाली ताल-गम्बन्धी श्रेणी को बिन्दु रेखा द्वारा प्रदर्शित करने के लिए किया जाता है।

उदाहरण :

Construct Frequency Polygon to show the data given below :

| Marks in Maths | No. of Students. |
|----------------|------------------|
| 0—10 | 6 |
| 10—20 | 8 |
| 20—30 | 10 |
| 30—40 | 14 |
| 40—50 | 20 |
| 50—60 | 34 |
| 60—70 | 18 |
| 70—80 | 16 |
| 80—90 | 12 |
| 90—100 | 8 |

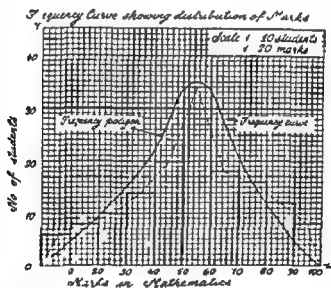


चित्र—४०

आवृत्ति बहुभुज को देखने से स्पष्ट है कि जितना क्षेत्रफल आवृत्ति चित्र का है, लगभग उतना ही आवृत्ति बहुभुज घेरता है। आवृत्ति बहुभुज आवृत्ति चित्र के कुछ भाग को अपने में नहीं सम्मिलित करता तो लगभग उतना ही बाहर से सम्मिलित कर लेता है।

आवृत्ति वक्र (Frequency Curve) \cup K

आवृत्ति वक्र बनाने से पहले आवृत्ति चित्र (Histogram) और आवृत्ति बहुभुज (Frequency Curve) बनाना आवश्यक है। आवृत्ति बहुभुज आयता के मध्य बिंदुओं को मिलाने व वारण बनता है इसमें उसमें कोण होते हैं। आवृत्ति वक्र (Frequency Polygon) में यह प्रयत्न किया जाता है कि आवृत्ति बहुभुज के कोण समाप्त हो जाय और वह एक सरल वक्र (Smoothed Curve) बन जाय। इस वक्र को बनाने समय यह ध्यान रखना आवश्यक नहीं कि वह आयता के मध्य बिंदुओं को मिलती हुई जाय बल्कि यह ध्यान रखना आवश्यक है कि वक्र सरल (Smooth) बने। यह वक्र लगभग घटाकार होता है। ऊपर दिए समको के आधार पर आवृत्ति वक्र का उदाहरण निम्न है —

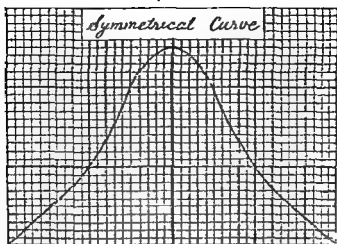


चित्र—११

आवृत्ति वक्र के प्रकार (Kinds of Frequency Curves)

आवृत्ति-वक्र आधार के विचार से निम्न पाँच प्रकार के होते हैं —

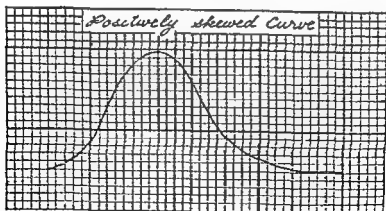
(१) समित वितरण वाले वक्र (Curves for Symmetrical Distribution) — ये वक्र पूर्ण रूप से घटाकार होते हैं। आवृत्ति का वितरण इस प्रकार होता है कि धीरे धीरे घटती हुई आवृत्ति एक अधिकतम ऊँचाई का जाती है और फिर वहाँ से उगी गति से धीरे-धीरे कम होती हुई समाप्त हो जाती है। यह वक्र लगभग इस प्रकार का होता है —



चित्र—४२

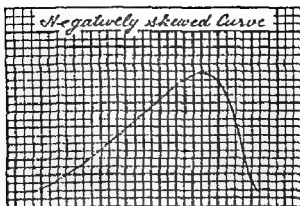
(२) साधारण असमिन्-वितरण वाले वक्र (Curves for Moderately Asymmetrical Distribution)—ऐसे वक्रों को विषम वक्र (Skewed Curves) कहते हैं इसमें वक्र का एक सिरा दूसरे से भिन्न प्रकार का अर्थात् अधिक लम्बा या छोटा होता है। ये दो प्रकार के होते हैं :—

(क) धनात्मक विषम वक्र (Positively Skewed Curves)—यदि वक्र का लम्बा हिस्सा दाहिनी ओर है तो वक्र धनात्मक विषम वक्र है। जैसे :—



चित्र—४३

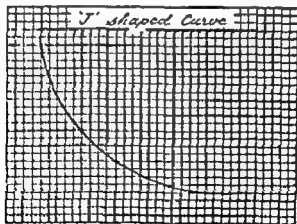
(ख) ऋणात्मक विषम-वक्र (Negatively Skewed Curve)—यदि वक्र का लम्बा हिस्सा बाईं ओर है तो ऋणात्मक विषमता होती है और ऋणात्मक विषम वक्र बनते हैं। जैसे :—



चित्र—८०

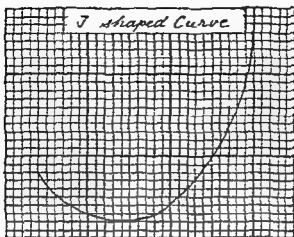
(३) अत्यधिक असमित वितरण वाले वक्र (Curves For Extremely Asymmetrical Distribution)—यही-यही श्रेणियों में आवृत्ति का वितरण अत्यधिक असमित होता है। उनकी गहायता से बनने वाले वक्र भ्रंशेजी के 'जे' (J) के समान होते हैं इसलिये इन्हें 'J' प्रकार वाले वक्र भी कहते हैं। ये दो प्रकार के होते हैं :—

(क) जब अधिकतम आवृत्ति प्रारम्भ में होती है तो वक्र निम्न प्रकार का बनता है :—



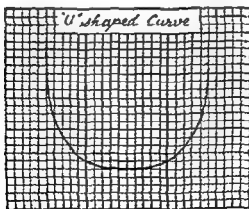
चित्र—४२

(ख) जब अधिकतम आवृत्ति श्रेणी के अन्त में होती है तो वक्र निम्न प्रकार का बनता है :—



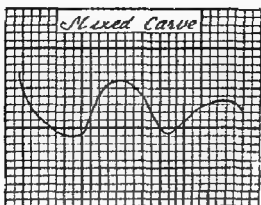
चित्र—४६

(४) 'यू' की आकृति वाले वक्र (U. Shaped Curve)—हुद्ध वक्र संघेजी के 'यू' (U) अक्षर की आकृति के बने हैं। यह सब होता है जब अधिकतम आवृत्तियाँ श्रेणी के प्रारम्भ व अन्त में होती हैं। मध्य में आवृत्तियाँ कम होती हैं। तब U के आकार का वक्र बनता है। जैसे :—



चित्र—४७

(५) मिश्रित वक्र (*Mixed Curve*)—बुद्धि तिम भी वक्र होते हैं जिनका प्रचार दो या अधिक प्रकार के वक्रों को मिलाकर बना हुआ या सगता है। ऐसे वक्र के विभिन्न अंग विभिन्न प्रकार के वक्र के समान होते हैं। जैसे—



चित्र—४८

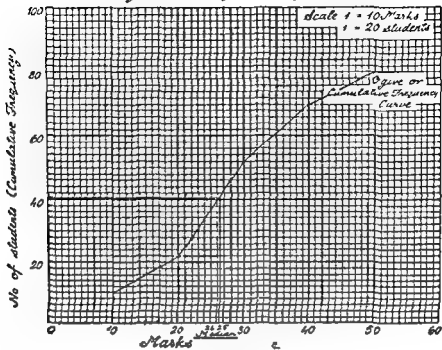
संचयी आवृत्ति वक्र (*Cumulative Frequency Curve or Ogive Curve*)

यदि आवृत्ति वक्र की रचना न करके वर्ग की ऊपरी सीमाओं (*Upper limits*) को मूलक्ष (X-axis) पर अंकित करने संबंधी आवृत्ति (*Cumulative Frequency*) को कौटिमक्ष (*Y-axis*) पर प्राकित करते हैं और फिर उन्हें सरल रेखाओं से मिला देते हैं तो इस प्रकार जो वक्र बनता है उसे संचयी आवृत्ति-वक्र कहते हैं। इस वक्र की सहायता से मध्यका (*Median*), चतुर्थक (*Quartiles*), दशमक (*Deciles*) तथा सततक (*Percentiles*) प्रादि निकाने जा सकते हैं:—

उदाहरण :

| Mark obtained | No of Students (Frequency) | Cumulative Frequency |
|---------------|-------------------------------|-------------------------|
| 0—10 | 10 | 10 |
| 10—20 | 12 | 22 |
| 20—30 | 30 | 52 |
| 30—40 | 18 | 70 |
| 40—50 | 10 | 80 |

Ogive showing marks of 80 students



चित्र—४६

मध्यका निर्धारित करने की गाल्टन की रीति (Galton's Method of Locating the Median)

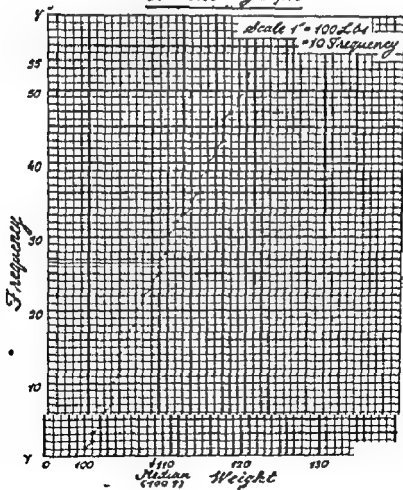
गाल्टन महोदय ने एक विन्दुरेखीय रीति से मध्यका (Median) को निर्धारित करने का टग बताया है। भुजाक्ष पर पद का मूल्य और कोटि-प्रक्ष (Y-axis) पर आवृत्तियाँ अंकित की जाती हैं। अविच्छिन्न ध्रेणी में मध्य-विन्दु को पदमान मान लिया जाता है। यहाँ प्रत्येक मूल्य के लिये भिन्न आधार होता है। भावन करते समय पिछले माप को भगते माप के लिये आधार मानते हैं। एक मूल्य की जितनी आवृत्तियाँ होती हैं उतने ही विन्दु हम एक दूसरे के ऊपर लम्बवत् प्रत्येक मूल्य के लिये लगाने हैं। तदुपरान्त प्रत्येक मूल्य के लिये लगाये गये विन्दुओं के मध्य से प्रत्येक मूल्य को सीधी रेखाओं द्वारा मिलाया जाता है। यह रेखा लगभग सचयी आवृत्ति वक्र के समान देखने में लगती है। फिर मध्यका मर्यादा ज्ञात करके कोटि-प्रक्ष से एक लम्ब वक्र तक खींचा जाता है और जिस विन्दु पर यह लम्ब वक्र को काटता है वहाँ से एक लम्ब भुजाक्ष पर डाला जाता है। जिस विन्दु पर यह भुजाक्ष को काटता है—उसकी दूरी मूल्य से माप ली जायेगी। यह मध्यका होगी। इसी प्रकार चतुर्थक (Quartiles), दशमक (Deciles) इत्यादि भी ज्ञात किये जा सकते हैं।

उदाहरण :

Frequency Distribution of Weight of 50 Men.

| Weight (in Lbs) | Frequency | Weight (in Lbs.) | Frequency |
|-----------------|-----------|------------------|-----------|
| 100 | 1 | 111 | 2 |
| 101 | 2 | 112 | 1 |
| 102 | 3 | 113 | 2 |
| 103 | 4 | 114 | 3 |
| 104 | 4 | 115 | 2 |
| 105 | 3 | 116 | 2 |
| 106 | 3 | 117 | 4 |
| 107 | 2 | 118 | 1 |
| 108 | 2 | 119 | 2 |
| 109 | 3 | 120 | 3 |
| 110 | 3 | | |

Carlton's Graph



(६) सरल—सारणीयन कार्य बिन्दु-रेख या चित्र प्रदर्शन की प्रवृत्ति सरल होता है। इसे कोई भी व्यक्ति भासानी से कर लेता है। परन्तु बिन्दु-रेख या चित्र द्वारा प्रदर्शन के लिये साक्षिकी के विशेष ज्ञान की आवश्यकता होती है।

(६) कई प्रकार की तुलना—सारणीयन द्वारा भाँवना की तुलना की जा सकती है। बिन्दु रेखों या चित्रों द्वारा केवल कुछ ही गुणों के आधार पर तुलना सम्भव है।

(७) सारणी में लोच—सारणी की आवश्यकतानुसार बढ़ाया घटाया या परिवर्तित किया जा सकता है। परन्तु बिन्दु-रेखों या चित्रों में घटान-बढ़ाव, या परिवर्तन सरलता से नहीं हो सकता। यदि ऐसा किया जाय तो बहुत समय लगेगा और नये निरे से सभी कार्य करने पड़ेगे।

(८) कम अंतर का प्रदर्शन सम्भव—अब मूल्या में बहुत कम अंतर होता है तो सारणीयन द्वारा तो उसे ठीक प्रकार से जाना जा सकता है परन्तु बिन्दु-रेख या चित्रों द्वारा उसे ठीक प्रकार से नहीं प्रकट किया जा सकता।

बिन्दु रेख या चित्र की तुलना में सारणी के दोष

बिन्दु-रेखा या चित्रों की तुलना में सारणी में निम्न दोष हैं :—

(१) केवल प्रदर्शन योग्य—बिन्दु रेख या चित्रों द्वारा भाँवने की प्रदर्शन किया जाता है परन्तु सारणी द्वारा भाँवने की केवल प्रदर्शन योग्य बनाया जाता है।

(२) तुलना सरल नहीं—बिन्दु-रेख या चित्रों की सहायता से तुलना बहुत सरल हो जाती है परन्तु सारणी की सहायता से तुलना इतनी सरल नहीं हो पानी क्योंकि हम सम्बन्धी का प्रयोग किया जाता है।

(३) मस्तिष्क पर स्थायी प्रभाव नहीं—बिन्दु रेख या चित्रों का प्रभाव मस्तिष्क पर स्थायी पड़ता है इसलिए उनसे सम्बन्धित भाँवने क्षीय याद हा जाने हैं तथा समझ में आ जाते हैं परन्तु सारणी में यह बात नहीं।

(४) गणित का ज्ञान आवश्यक—बिन्दु रेखों या चित्रों की एक सामान्य व्यक्ति भी पर्याप्त अंतर का समझ लेता है परन्तु सारणी की समझने के लिए गणित का साधारण ज्ञान आवश्यक है।

(५) विरलेपण की आवश्यकता—प्रायः, बिन्दु-रेखों या चित्रों की समझने के लिए विरलेपण की आवश्यकता नहीं होती। उह केवल देखकर ही समझा जा सकता है। परन्तु सारणी की समझने के लिये विरलेपण की आवश्यकता होगी है।

(६) चित्रावर्णन का अभाव—बिन्दु-रेख या चित्र चित्रावर्णन होने हैं परन्तु सारणी में यह गुण उस मात्रा में नहीं पाया जाता।

चित्रों की तुलना में बिन्दु-रेखों के गुण

चित्रों की तुलना में बिन्दु रेख में निम्न गुण हैं :—

(१) लोचप्रिय—बिन्दु रेखों का प्रयोग चित्रों की प्रवृत्ति अधिक होता है। ये बहुत लोचप्रिय हैं और लगभग सभी प्रकार के अध्ययनों में प्रयुक्त होते हैं।

(२) गणितीय प्रश्न का हल सम्भव—विन्दु-रेखों की सहायता से कई प्रकार के गणितीय प्रश्न भी हल किये जा सकते हैं इसलिए गणित की दृष्टि से ये चित्रों की अपेक्षा अधिक महत्वपूर्ण हैं।

(३) भूयिष्ठक, चतुर्थक आदि निकालना सम्भव—विन्दु-रेखों की सहायता से भूयिष्ठक, चतुर्थक, दशमक, घातमक, आदि निकाले जा सकते हैं। इनकी सहायता से अन्तरगणन (Interpolation) व बाह्यगणन (Extrapolation) भी किये जाते हैं परन्तु चित्रों की सहायता से यह कार्य सम्भव नहीं।

(४) सत्यके लिए सामप्रद—विन्दु-रेख की रचना बनाने वाला स्वयं अपने लिये भी कर सकता है, क्योंकि किसी भी अध्ययन के लिये ये बड़े सामप्रद होते हैं। परन्तु चित्र सामान्यतः दूसरों के लिए बनाये जाते हैं।

(५) समय श्रेणी की अच्छा प्रदर्शन—समय श्रेणी (Time Series) के प्रदर्शन के लिये विन्दु-रेख बहुत आवश्यक हैं ताकि परिवर्तन को ठीक प्रकार से देखा जा सके। चित्रों की सहायता से यह उतना सम्भव नहीं।

विन्दु-रेख की तुलना में चित्रों के गुण

विन्दु-रेख की तुलना में चित्रों में निम्न विशेष गुण होते हैं :—

(१) समझने में सरल—चित्र विन्दु-रेखों की अपेक्षा समझने में अधिक सरल होते हैं। देखने ही के समझ में आ जाते हैं।

(२) प्रभाव स्थायी—चित्रों का प्रभाव मस्तिष्क पर विन्दु-रेखों की अपेक्षा अधिक स्थायी होता है।

(३) आकर्षण तत्व—चित्रों में आकर्षण तत्व अधिक होता है क्योंकि ये कई आकृतियों में तथा कई रंगों या चिन्हों की सहायता से बनाये जाते हैं।

इस प्रकार सारणी, विन्दु-रेख तथा चित्र सबका उद्देश्य एकसा होते हुये भी उनमें अंतर है। एक की अपेक्षा दूसरे में कुछ गुण हैं तथा कुछ दोष हैं। यहाँ कुछ प्रमुख गुण व दोषों का विवेचन किया गया है।

Standard Questions

1. What points must be taken into consideration for presenting the statistical data graphically? Discuss in detail.
2. What is a False Base Line? Explain its utility in the construction of graphs.
3. Distinguish between Natural Scale and Ratio Scale. In which cases would the latter scale be used?
4. Write a short essay on the use of graphic method in statistics.
(M. A., Calcutta)
5. Represent the figures given below on a graph paper and comment upon their relationship.

| Year | Price in Rs per pound | |
|------|-----------------------|-------|
| | Rice | Arhar |
| 1929 | 12.4 | 7.8 |
| 30 | 10.4 | 5.6 |
| 31 | 4.5 | 3.6 |
| 32 | 3.9 | 3.6 |
| 33 | 3.7 | 3.3 |
| 34 | 3.7 | 3.3 |
| 35 | 3.9 | 4.7 |
| 36 | 3.6 | 3.4 |
| 37 | 4.3 | 4.3 |
| 38 | 4.1 | 4.3 |
| 39 | 4.3 | 4.2 |
| 40 | 4.7 | 4.1 |

(Agra B Com 1914)

- 6 Plot the following figures relating to population of India so as to show the proportionate increase in population from one period to another —

| Year | 1872 | 1881 | 1891 | 1901 | 1911 | 1921 | 1931 | 1941 |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Population (000 000) | 210 | 250 | 290 | 295 | 315 | 320 | 350 | 390 |

(Nagpur, B Com 1915)

- 7 Draw cumulative frequency graph showing the distribution of marks in the following table. Locate and measure the median and quartiles

| Marks | No of Candidates |
|-------|------------------|
| 1—5 | 7 |
| 6—10 | 10 |
| 11—15 | 16 |
| 16—20 | 32 |
| 21—25 | 24 |
| 26—30 | 18 |
| 31—35 | 10 |
| 36—40 | 5 |
| 41—45 | 1 |

(Agra, B Com, 1951 & 1959)

- 8 Represent graphically the exports and imports of India from the following table on the natural as well as on the ratio scale —

In crores of Rs.

| Years | Export | Import |
|---------|--------|--------|
| 1929—30 | 345 | 258 |
| 1930—31 | 303 | 206 |
| 1931—32 | 263 | 176 |
| 1932—33 | 239 | 203 |
| 1933—34 | 275 | 182 |
| 1934—35 | 280 | 210 |
| 1935—36 | 282 | 216 |
| 1936—37 | 243 | 199 |

(M. A., Agra, 1951)

9. Construct an O give from the following figures and read the median and the quartiles :—

| Marks | 1-5 | 6-10 | 11-15 | 16-20 | 21-25 | 26-30 | 31-35 | 36-40 | 41-45 |
|-----------|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Frequency | 7 | 10 | 16 | 32 | 24 | 18 | 10 | 5 | 1 |

(B. Com., Agra, 1959)

10. When should 'False Base Line' be used? Represent the following data by a suitable graph :—

| Year | Index Numbers of Indian Industrial Profits (Base : 1939=100) |
|------|--|
| 1941 | 187 |
| 1942 | 222 |
| 1943 | 246 |
| 1944 | 239 |
| 1945 | 234 |
| 1946 | 229 |
| 1947 | 192 |
| 1948 | 260 |
| 1949 | 182 |
| 1950 | 247 |

(B. Com., Agra, 1957)

11. The following table gives the actual infant mortality per 1,000 live births in the union of India from 1926 to 1950. Represent this data graphically in the form of a histogram and indicate the trend by computing five-yearly moving average :—

| Year | Infant Mortality per 1000 Live births | Year | Infant Mortality per 1000 Live births |
|------|---|------|---|
| 1926 | 189 | 1939 | 157 |
| 1927 | 164 | 1940 | 159 |
| 1928 | 172 | 1941 | 157 |
| 1929 | 176 | 1942 | 160 |
| 1930 | 174 | 1943 | 160 |
| 1931 | 180 | 1944 | 166 |
| 1932 | 167 | 1945 | 153 |
| 1933 | 165 | 1946 | 138 |
| 1934 | 165 | 1947 | 136 |
| 1935 | 164 | 1948 | 134 |
| 1936 | 161 | 1949 | 131 |
| 1937 | 160 | 1950 | 130 |
| 1938 | 165 | | |

(B Com., Rajasthan, 1956)

- 12 The following table gives the value of Imports and Exports of India for the year 1920-21 and 1921-22 in crores of rupees —

| Months | 1920-21 | | 1921-22 | |
|-----------|---------|---------|---------|---------|
| | Imports | Exports | Imports | Exports |
| April | 22 | 28 | 26 | 18 |
| May | 24 | 28 | 21 | 20 |
| June | 26 | 28 | 19 | 17 |
| July | 28 | 21 | 18 | 17 |
| August | 31 | 20 | 21 | 20 |
| September | 29 | 22 | 20 | 20 |
| October | 32 | 21 | 23 | 18 |
| November | 32 | 19 | 26 | 20 |
| December | 32 | 20 | 29 | 22 |
| January | 31 | 19 | 28 | 23 |
| February | 25 | 18 | 20 | 22 |
| March | 24 | 19 | 21 | 28 |

Show graphically India's Balance of Trade

(B Com., Rajasthan 1955)

- 13 Draw a cumulative frequency graph and estimate the number of persons between the ages 30-32 in the following table

| Age | Number of Persons | Age | Number of Persons |
|-------|----------------------|-------|----------------------|
| 20-25 | 50 | 40-45 | 150 |
| 25-30 | 70 | 45-50 | 120 |
| 30-35 | 100 | 50-55 | 70 |
| 35-40 | 180 | 55-60 | 59 |

(B Com. Agra 1918)

- 14 Show the result of working of class I railways in India graphically and comment on them

| Year | In million of £. | |
|---------|------------------|---------------|
| | Capital Outlay | Gross Earning |
| 1923—24 | 464 | 70 |
| 1924—25 | 473 | 74 |
| 1925—26 | 487 | 73 |
| 1926—27 | 505 | 72 |
| 1927—28 | 594 | 86 |
| 1928—29 | 599 | 86 |
| 1929—30 | 617 | 84 |
| 1930—31 | 627 | 77 |
| 1931—32 | 631 | 71 |
| 1932—33 | 638 | 70 |
| 1933—34 | 635 | 72 |

(B. Com., Agra, 1940)

15. Represent graphically the exports and imports of India from the following Table on the natural as well as on the ratio scale.

| Year | Exports | Imports |
|---------|---------|---------|
| 1929—30 | 345 | 258 |
| 1930—31 | 308 | 206 |
| 1931—32 | 263 | 176 |
| 1932—33 | 239 | 203 |
| 1933—34 | 275 | 182 |
| 1934—35 | 280 | 210 |
| 1935—36 | 282 | 216 |
| 1936—37 | 243 | 199 |

(M. A., Agra, 1951)

6. What are the advantages of the ratio scale over the natural scale? Plot the following data graphically on the logarithmic scale—

| Year | Total Notes issued in crores of Rupees | Notes in circulation in crores of Rupees |
|---------|--|--|
| 1933—34 | 177 | 167 |
| 1934—35 | 186 | 172 |
| 1935—36 | 196 | 167 |
| 1936—37 | 208 | 192 |
| 1937—38 | 214 | 185 |
| 1938—39 | 207 | 187 |
| 1939—40 | 252 | 237 |
| 1940—41 | 269 | 258 |
| 1941—42 | 421 | 410 |
| 1942—43 | 650 | 625 |

(B. Com., Nagpur, 1945)

- 17 The following table shows the total sales of gold by the Bank of England on foreign account. Represent the data graphically on the logarithmic scale —

| Year | £ ' 000 |
|------|---------|
| 1910 | 1,448 |
| 1911 | 8 228 |
| 1912 | 9,670 |
| 1913 | 7,943 |
| 1914 | 8 027 |
| 1915 | 43,070 |
| 1916 | 2,369 |

(B. Com., Alid, 1933)

- 18 The following table gives the index number of wholesale prices of India —

| Years | Food articles | Industrial raw materials | Semi-manufactures | Manufactured articles | General Index |
|---------|---------------|--------------------------|-------------------|-----------------------|---------------|
| 1947—48 | 306 | 377 | 262 | 206 | 308 |
| 1948—49 | 383 | 445 | 327 | 345 | 376 |
| 1949—50 | 391 | 472 | 332 | 347 | 385 |
| 1950—51 | 416 | 523 | 349 | 354 | 409 |
| 1951—52 | 399 | 592 | 374 | 401 | 435 |
| 1952—53 | 358 | 437 | 344 | 371 | 331 |

Plot the above figures on a graph paper

(M A, Agra, 1955)

- 19 Plot a graph to represent the following data in a suitable manner —

| Year | Quantity imported in thousand maunds | Value of imported quantities in thousand of rupees |
|------|--------------------------------------|--|
| 1920 | 400 | 220 |
| 1921 | 450 | 235 |
| 1922 | 560 | 385 |
| 1923 | 620 | 420 |
| 1924 | 580 | 420 |
| 1925 | 460 | 300 |
| 1926 | 500 | 350 |
| 1927 | 540 | 400 |

(B Com., Nagpur, 1958)

- 20 Plot the following figures so as to show the proportionate increase in population from one period to another.

| Year | Population (000,000) |
|------|-------------------------|
| 1901 | 195 |
| 1911 | 215 |
| 1921 | 225 |
| 1931 | 260 |
| 1941 | 310 |
| 1951 | 370 |

(B. Com., Nagpur, 1959)

21. Represent the following frequency distribution graphically.

| Class | Frequency |
|--------|-----------|
| 0—20 | 25 |
| 20—40 | 38 |
| 40—60 | 75 |
| 60—80 | 60 |
| 80—100 | 15 |

(B. Com., Nagpur (Pass) Supplementary, 1959)

सांख्यिकीय माध्य (Statistical Averages)

पिछले अध्यायों में समकों के संकलन, सम्पादन, वर्गीकरण व सारणीयन आदि का विनाद विवेचन कर चुके हैं। यह सब क्रियाएँ केवल इन उद्देश्य में की जाती हैं कि आँखों से सरल व सुसोप तथा व्यवस्थित बन सकेँ ताकि वे बहुत सरलता में समझ में आ सकें। इन रीतिरों में यह भी प्रयत्न किया गया कि समकों की विद्यालय राशि को मिलापत बनाया जाय क्योंकि किसी भी व्यक्ति के लिए आँकड़ों की, विद्यालय राशि को पार लगना कठिन है। यदि उन्हीं आँकड़ों को मिलापत रूप प्रदान किया जा सके तो उन्हें पार लगना अपेक्षाकृत बहुत सरल है।

महत्त्व (Importance)

माध्य के द्वारा आँकड़ा को बहुत सरलपत करने का प्रयत्न किया जाता है। इसीलिए माध्य का सांख्यिकी विज्ञान में एक महत्वपूर्ण स्थान है। डा० बाउले के इस कथन से कि “सांख्यिकी को ज्ञान के माध्यों का विज्ञान कहा जा सकता है।” इसकी महत्ता और भी प्रकट होती है। माध्य एक खेरी या आला की प्रतिनिधि सम्य होता है। इसकी सहायता से विभिन्न व्यक्तियों की तुलना सरल हो जाती है। सम पदों का व्यक्तिगत विशेषताया का ध्यान म न रखते हुए एक ऐसी बात प्रकट करने की प्रवृत्ति होना है जो सभी पदों में विद्यमान होती है और उनके द्वारा मात्रा के समान पदों का मार ध्यन होता है। वास्तव में माध्य के अभाव में खेरी-खेरी मन्दाया न कोई विशेष लाभ नहीं प्राप्त होता। किसी व्यक्ति विशेष की आय या प्राय का समाज के लिए या देश के लिए कोई विशेष महत्त्व नहीं परन्तु उस समाज या देश के माया की प्रोद्यत आय या प्राय का धनी के लिए बहुत बड़ा महत्त्व है।

परिभाषा (Definition)

“किसी समूह का प्रतिनिधित्व करने वाली अनेक सरल संख्या की सांख्यिकीय माध्य कहते हैं।”

1. “Statistics may rightly be called the science of average.”
—Dr. Bowley
2. “A single simple number which represents a group is called statistical average.”

माध्य के उद्देश्य और उपयोगिता (Objects and Uses of Averages)

(१) सामग्री का सक्षिप्त चित्र—माध्य एकत्रित सामग्री का एक सक्षिप्त

माध्य के उद्देश्य और उपयोगिता

(१) सामग्री का सक्षिप्त चित्र ।

(२) दो या अधिक वर्गों की तुलना ।

(३) सम्पूर्ण समूह का चित्र ।

(४) भावी योजनाओं व क्रियाओं का आधार ।

(५) तुलना का आधार ।

चित्र प्रस्तुत करता है । एक साधारण व्यक्ति कुछ श्रमों की शीघ्रता में व सरलतापूर्वक समझ सक्ता है । परन्तु उसके लिये अव्यवस्थित आंकड़ों की ढेर की समझना अत्यन्त कठिन है ।

(२) दो या अधिक वर्गों की तुलना—माध्यों की सहायता से दो या अधिक वर्गों या समूहों की तुलना सरल हो जाती है । दो समूहों के किसी भी विषय सम्बन्धी आंकड़ों से ही तुलना सम्भव नहीं । जब दोनों का माध्य निकाला जाय तभी तुलना सम्भव है ।

(३) सम्पूर्ण समूह का चित्र—माध्य सम्पूर्ण समूह का चित्र प्राप्त करने में सहायक होते हैं । केवल एक संख्या माध्य से ही उस समूह की रचना के बारे में पर्याप्त जानकारी हो सकती है तथा अनेक तथ्यों का पर्याप्त मात्रा में शुद्ध अनुमान लगाया जा सकता है ।

(४) भावी योजनाओं व क्रियाओं का आधार—माध्य के रूप में एक ऐसा मूल्य प्राप्त होता है जो भावी योजनाओं और क्रियाओं के आधार स्वरूप कार्य करता है । उदाहरणार्थ माध्य से प्रकट होता है कि एक भारतीय की औसत आयु ३१ वर्ष है और सप्ताह के अन्य दिनों की इससे बहुत अधिक है । इससे हम इस फल पर पहुँचते हैं कि यहाँ के जीवन की दशाओं में सुधार की आवश्यकता है ।

(५) तुलना का आधार—जब दो विभिन्न मालाओं के सम्बन्ध की प्रवर्णित रूप में प्रकट करना होता है तो माध्यों की सहायता अनिवार्य हो जाती है । इन्हीं के आधार पर तुलना की सभी अन्य क्रियाएँ आश्रित हैं ।

एक संतोषजनक माध्य के आवश्यक गुण (Essentials of a Satisfactory Average)

किसी भी संतोषजनक माध्य के निर्मूलित गुण होने आवश्यक हैं :—

(१) स्पष्ट—माध्य की परिभाषा स्पष्ट शब्दों में व्यक्त होनी चाहिये ताकि अनुसंधानकर्ता या अन्य किसी व्यक्ति को अनुमान लगाने की गुंजाइश न रहे । अन्यथा उसकी व्यक्तिगत प्रवृत्तियों का प्रभाव पड़ेगा और फल अशुद्ध होगा ।

(२) प्रतिनिधि—माध्य वास्तव में समग्र का प्रतिनिधि होना चाहिये। समग्र की अधिक से अधिक विशेषणों उगमें पाई जानी चाहिये। वह ऐसा हो कि समग्र प्रत्येक पर म उगकी अधिक से अधिक निगटना प्रकट हो।

उत्तम माध्य के प्रमुख आठ लक्षण हैं

- (१) स्पष्ट।
- (२) प्रतिनिधि।
- (३) सरल।
- (४) व्यापक के परिवर्तन का कम से कम प्रभाव।
- (५) निश्चिन्त संख्या।
- (६) निरपेक्ष संख्या।
- (७) स्थिरता।
- (८) बीजगणित तथा अंकगणितोप विवेचन।

(३) सरल—एक अच्छे माध्य में यह गुण होना चाहिये कि यह सरलता व सीधता से निगला जा सके ताकि किसी भी व्यक्ति को उसे निगलने तथा समझने में किसी विशेष कठिनाई का सामना न करना पड़े।

(४) व्यापक के परिवर्तन का कम से कम प्रभाव—एक अच्छे माध्य की एक विशेषता यह है कि यदि व्यापक में परिवर्तन कर दिया जाय तो माध्य पर उसका कम से कम प्रभाव पड़े। यदि

व्यापक के परिवर्तन से माध्य में भी परिवर्तन हो जाय तो माध्य संतोषजनक नहीं माना जायेगा।

(५) निश्चिन्त संख्या—माध्य एक निश्चिन्त संख्या होना चाहिये। यदि माध्य एक संख्या न होकर एक वर्ग आवे तो इसे अच्छा माध्य नहीं कहेंगे। इसी प्रकार यदि माध्यम दो प्राण है जैसे ५० या ५३ तो यह भी ठीक नहीं।

(६) निरपेक्ष संख्या—एक अच्छे माध्य में यह विशेषता होनी चाहिये कि वह एक निरपेक्ष (Absolute) संख्या हो अर्थात् माध्य प्रतिशत में या अन्य किसी सापेक्ष रीति से न व्यक्त हो।

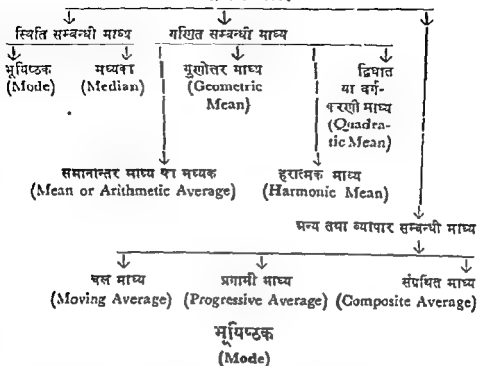
(७) स्थिरता—माध्य ऐसा होना चाहिये कि परों में थोड़ा बहुत घटाव या वृद्धि करने पर उस पर कम से कम प्रभाव पड़े। अतः ही अधिक प्रभाव पड़ेगा उगता ही कम प्रतिनिधि होगा।

(८) बीजगणित तथा अंकगणितोप विवेचन—एक संतोषजनक माध्य में यह गुण भी आवश्यक है कि उगका प्रयोग अंकगणित तथा बीजगणितोप विधियों द्वारा किया जा सके।

माध्यों के प्रकार (Kinds of Averages)

सांख्यिकीय माध्य अनेक तरह के होते हैं। उन्हें सुविधा की दृष्टि से निम्न वर्गों में बाँटा जा सकता है :—

माध्य के प्रकार



भूयिष्ठक उस पद का मूल्य या आवार है जिसकी आवृत्ति श्रेणी में सबसे अधिक हो। इस बात को अधिक स्पष्ट शब्दों में हम यह कह सकते हैं कि माला में सबसे अधिक बार आने वाले पद या मूल्य को भूयिष्ठक कहते हैं।

“जिसी सांख्यिकीय समूह में वर्गीकृत मात्रा का वह मूल्य (मजहूरी, ऊँचाई या अन्य किसी मापनीय मात्रा का) जहाँ पर पंजीकृत संख्याएँ सबसे अधिक हों उन ‘भूयिष्ठक’ या ‘सबसे अधिक घनत्व का स्थान’ या ‘सबसे महत्वपूर्ण मूल्य कहलाता है।”

—डा० बाउल्ले

इसी प्रकार अन्य विद्वानों ने भी इसकी परिभाषा दी है। जिसी ने सर्वाधिक आकृति वाली आवृत्ति (Size of the highest frequency) माना है तो जिसी ने “सर्वाधिक अंको से केन्द्रीकृत आकृति (Size of highest concentration) माना है। पर सभी परिभाषाओं का अभिप्राय एक ही है अर्थात् वह मूल्य जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक हो।

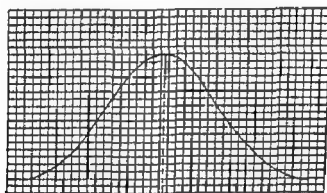
1. “The value of the graded quantity in a statistical group (of wages, heights, or some other measurable quantity) at which the numbers registered are most numerous is called the mode, or the position of greatest density or the predominant value.”

—Dr. Bowley.

‘किसी भी वितरण में घस का वह मूल्य जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक हो। भूविच्छक कहलाता है।’ —केनो

हम प्रायः प्रतिदिन सुनते हैं कि एक भारतीय की औसत उमर २ फीट ५ इंच है, घसरेज गारा होता है। भारत का औसत छादमी ईमानदार है। आदि। इस बचन में चाह सत्यता हो या महा परतु इनमें जिस माध्य की ओर मनेस है वह भूविच्छक है। यदि हम यह नहे कि किसी गाँव में कुल ३०० व्यक्तियों में से उनकी आयु का भूविच्छक १८ वर्ष है तो इसका यह अर्थ हुआ कि उस गाँव में जितने लोग १८ वर्ष की आयु के हैं उससे घस सभी आयुओं के लोगों की संख्या कम है। अर्थात् सबसे अधिक संख्या १८ वर्ष के लोगों की है।

यदि भूविच्छक का विदुरेभीय पत्र पर प्रदर्शित किया जाय तो जो बन्द बनगा उसके क्षीर्ण सिद्ध बनना आकार भूविच्छक को प्रदर्शित करेगा। जैसे—



Mode

चित्र—५१

भूविच्छक निकालने की रीति (Method of Calculating the Mode)

भूविच्छक निकालने की रीति बहुत सरल है क्योंकि सबसे अधिक घस के सामने वाली आवृत्ति ही भूविच्छक होती है। परंतु विभिन्न प्रकार की श्रेणियों में इसमें थोड़ा अंतर पड़ता है। अर्थात् के विचार से तीन श्रेणियों का विस्तृत विवेकन यथास्थान किया जा चुका है। वे निम्न हैं —

- (१) व्यक्तिगत श्रेणी (Individual Series)
- (२) विच्छिन्न या अखंड श्रेणी (Discrete Series)
- (३) अविच्छिन्न, अखंड या सतत श्रेणी (Continuous Series)।

हम आगे तीनों श्रेणियों में अलग अलग भूविच्छक निकालेंगे।

1 'The value of the variable which occurs most frequently in a distribution is called the mode' —Kenny

✓ **व्यक्तिगत श्रेणी (Individual Series)**—इस श्रेणी में भ्रूषिष्ठक निवा-
चना सबसे सरल है। यहाँ पर केवल निरीक्षण (Inspection) करना होता है और
यह निर्दिष्ट करना होता है कि कौनसा पद सबसे अधिक बार आ रहा है जो पद
सबसे अधिक बार मिले वही भ्रूषिष्ठक होगा।

Illustration 1. The ages of 20 students of a class are given
below Find out the Mode. —

| No. | Age in Years | S. No. | Age in Years |
|-----|--------------|--------|--------------|
| 1 | 15✓ | 11 | 21 |
| 2 | 17 | 12 | 22✓ |
| 3 | 18 | 13 | 23 |
| 4 | 20 | 14 | 22✓ |
| 5 | 22✓ | 15 | 17 |
| 6 | 24 | 16 | 22✓ |
| 7 | 21 | 17 | 18 |
| 8 | 17 | 18 | 22✓ |
| 9 | 16 | 19 | 19 |
| 10 | 15✓ | 20 | 20 |

Solution 1. उपर्युक्त सारणी का नली-नाति निरीक्षण करने के
पश्चात् हम इस फल पर पहुँचते हैं कि २२ वर्ष ऐसी अवस्था है जिसकी आवृत्ति
अन्य सभी आवृत्तियों से अधिक है अर्थात् २२ वर्ष की आयु वाले ५ विद्यार्थी उस कक्षा
में हैं और अवस्थाओं वाले व्यक्तियों की संख्या इससे कम है। इसलिये यही संख्या
भ्रूषिष्ठक होगी।

✓ **विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series)**—विच्छिन्न श्रेणी में भी भ्रूषिष्ठक
केवल निरीक्षण द्वारा ही ज्ञात किया जा सकता है। परन्तु यह तभी तक समझ है
जब पद मात्रा में नियमितता हो और उनके पद समाप्त हों।

Illustration 2.

| Height in Inches | Number of Persons |
|------------------|-------------------|
| 64 | 2 |
| 65 | 4 |
| 66 | 8 |
| 67 | 10 |
| 68 | 5 |
| 69 | 6 |
| 70 | 3 |

Find out the mode.

Solution. 2. श्रेणी का निरीक्षण करने से पता लगता है कि ६७ इन्च
ऐसा मूल्य है जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक है अर्थात् इस सम्बाँध वाले लोगों की
संख्या यहाँ सबसे अधिक है इसलिये यही भ्रूषिष्ठक हुआ।

परन्तु श्रेणी में जहाँ अनियमितता है वहाँ पर भ्रूयिष्ठक का पता लगाना इतना सरल नहीं। कहीं कहीं ऐसा भी पाया जाता है जहाँ दो या इससे अधिक मूल्यों की आवृत्ति सबसे अधिक हो एसी दशा में यह निर्दिष्ट करना कठिन होता है कि किम पद को भ्रूयिष्ठक माना जाय। इसको समूहीकरण रीति (Grouping method) द्वारा उसे निर्धारित करते हैं।

Illustration 3.

Find out Mode in the following series —

| Size of items | Frequency |
|----------------|-----------|
| 8 ¹ | 5 ✓ |
| 9 ² | 6 ✓ |
| 10 | 8 ✓ |
| 11 | 7 |
| 12 | 9 |
| 13 | 8 ✓ |
| 14 | 9 |
| 15 | 6 ✓ |

Solution 3 भ्रूयिष्ठक प्राप्त करने के लिए आवृत्तियों के समूहीकरण की आवश्यकता होगी क्योंकि यहाँ सबसे अधिक आवृत्ति ६ है जो दो बार आती है। इसलिये यह निर्दिष्ट करना कठिन है कि इनमें से किम आवृत्ति का मूल्य भ्रूयिष्ठक होगा। समूहीकरण के द्वारा इसे निर्दिष्ट किया जा सकेगा।

Location of Mode by Grouping

| Size of item (m) | Frequency (f) | | | | | |
|------------------|---------------|------|------|------|------|--------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 8 | 5 | } 11 | } 14 | } 19 | } 21 | } 21 ✓ |
| 9 | 6 | | | | | |
| 10 | 8 | } 15 | | } 21 | | |
| 11 | 7 | | } 16 | | | |
| 12 | 9 | } 17 | | } 23 | | |
| 13 | 8 | | } 17 | | } 23 | |
| 14 | 9 | } 15 | | } 23 | | |
| 15 | 6 | | | | | |

ऊपर की सारणी में आवृत्ति के पहले खाने में दी हुई आवृत्तियाँ लिखी हैं। दूसरे खाने में दो-दो आवृत्तियों को जोड़कर लिखा गया है - तीसरे खाने में भी दो-दो आवृत्तियों को जोड़ कर लिखा गया है परन्तु प्रारम्भ में पहली आवृत्ति को छोड़कर समूह बनाये गये हैं। चौथे, पाँचवें व छठे खाने में तीन-तीन आवृत्तियों को जोड़कर समूह बनाये गये हैं। चौथे में तो सभी आवृत्तियों को सम्मिलित किया गया है परन्तु पाँचवें खाने में पहली आवृत्ति को तथा छठे खाने में पहली व दूसरी दोनों आवृत्तियों को छोड़कर समूह बनाये गये हैं। आवश्यकता होने पर इसी प्रकार चार-चार या पाँच-पाँच के समूह भी बनाये जा सकते हैं।

अब यह देखना है कि इन समूहों में प्रत्येक खाने में कौनसी आवृत्ति सबसे अधिक है। ऐसी आवृत्तियों को चिह्नित कर दिया है।

अब यह निर्दिष्ट करने के लिये कि सभी समूहों में कौन-सी आवृत्ति सबसे अधिक बार सम्मिलित हुई है। इसके लिये समूहों की सबसे अधिक आवृत्तियों वाले पदों को एक विम्बेपण सारणी पर उतारेंगे।

| Column No | Size of items containing Max. Frequency | | | | |
|-------------|---|----|----|----|----|
| 1 | | | 12 | | 14 |
| 2 | | | 12 | 13 | |
| 3 | | | | 13 | 14 |
| 4 | | 11 | 12 | 13 | |
| 5 | | | 12 | 13 | 14 |
| 6 | 10 | 11 | 12 | | |
| No of items | 1 | 2 | 5 | 4 | 3 |

देखने में स्पष्ट है कि १२ वह मूल्य है जिसकी आवृत्ति सबसे अधिक है इसलिए भूविच्छेद १२ हुआ।

विमूहीकरण के अतिरिक्त ऐसी दशाओं में भूविच्छेद ज्ञान करने की एक सक्षिप्त रीति यह है कि सबसे अधिक आवृत्तियों के आगे व पीछे की आवृत्तियों को भी आवृत्ति के साथ जोड़ लेते हैं और इस प्रकार जिन तीनों का योग अधिक होता है उसी वर्ग का सबसे अधिक आवृत्ति वाला पद भूविच्छेद होगा।

जैसे ऊपर के उदाहरण में सबसे अधिक आवृत्तियाँ ६ हैं। ये दो हैं। पहली वाली ६ आवृत्ति के आगे व पीछे की आवृत्तियाँ क्रमशः ७ और ८ हैं और इस प्रकार तीनों का योग २४ हुआ। दूसरे वाले ६ के आगे व पीछे के पद ८ व ६ हैं और इन तीनों का जोड़ २३ हुआ। इसमें यह पता चलता है कि पहले वाले ६ के सामने का पद भूविच्छेद होगा। इस दशा में वह पद १२ है।

बन्धी-बन्धी आवृत्तियों का वितरण इस प्रकार होता है कि सबसे अधिक आवृत्ति वाला पद भूयिष्ठक नहीं होना और समूहीकरण से कोई दूसरा पद ही भूयिष्ठक निश्चित होना है। जैसे :—

| Value of Items | Frequency |
|----------------|-----------|
| 12 | 2 |
| 13 | 10 |
| 14 | 3 |
| 15 | 8 |
| 16 | 9 |
| 17 | 8 |
| 18 | 7 |

यदि समूहीकरण किया जाय तो यहाँ १३ भूयिष्ठक न होकर १६ भूयिष्ठक होगा। क्योंकि इसी के पास आवृत्तियाँ का अधिक के द्वारा है।

अविच्छिन्न श्रेणी (Continuous Series)

अविच्छिन्न श्रेणी में भूयिष्ठक निश्चित करते समय भी हम वहाँ की तरह सर्वप्रथम निरीक्षण से यह निश्चित करना पड़ेगा कि कौन से वर्ग की सबसे अधिक आवृत्ति है। यदि आवृत्तियाँ नियमित रूप से घटती-बढ़ती हो तो भूयिष्ठक वर्ग को निश्चित करना बहुत सरल है। जिस वर्ग की सबसे अधिक आवृत्ति हो उसे भूयिष्ठक वर्ग (Model class) कहते हैं।

परन्तु ऐसी श्रेणी में जहाँ आवृत्तियाँ नियमित रूप से नहीं घटती-बढ़ती हा वहाँ भूयिष्ठक वर्ग को निश्चित करना सरल नहीं है और ऐसी दशा में वहाँ की ही भाँति समूहीकरण द्वारा भूयिष्ठक वर्ग को निश्चित करेंगे।

वर्ग निश्चित हो जाने पर ही कार्य नहीं समाप्त हो जाता क्योंकि कोई वर्ग माध्य नहीं हो सकता। माध्य एक निश्चित और अचर ही सम्या होना है। भूयिष्ठक वर्ग से केवल यह प्रकट होता है कि माध्य कहीं इसी वर्ग की निम्नतम और उच्चतम सीमा के बीच में है। अचर ही निश्चित सम्या के रूप में माध्य निर्धारित करने के लिए निम्न सूत्र का प्रयोग करेंगे :—

$$Z = L_1 + \frac{f_r - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (L_2 - L_1)$$

इस सूत्र में प्रयोग किये गये चिन्हों का अर्थ निम्न है :—

Z Stands for mode (भूयिष्ठक)

L₁ Stands for Lower Limit of the model class
(भूयिष्ठक वर्ग की निम्न सीमा)

L₂ Stands for Upper Limit of the model class
(भूयिष्ठक वर्ग की उच्च सीमा)

f_1 Stands for the frequency of the modal class.

(भूयिष्ठक वर्ग की आवृत्ति)

f_0 Stands for frequency of the next lower class.

(भूयिष्ठक वर्ग के पूर्व वर्ग की आवृत्ति)

f_2 Stands for the frequency of the next higher class.

(भूयिष्ठक वर्ग के बाद वाले वर्ग की आवृत्ति)

Illustration 4. Table showing frequency distribution of Wages in a Factory.

| Wages in Rupees | No. of Employees |
|-----------------|------------------|
| 0—10 | 6 |
| 10—20 | 10 |
| 20—30 | 10 |
| 30—40 | 16 |
| 40—50 | 12 |
| 50—60, | 8 |
| 60—70 | 7 |

Solution 4. निरीक्षण में यह स्पष्ट है कि भूयिष्ठक वर्ग ३०-४० है क्योंकि इस वर्ग की आवृत्ति सबसे अधिक है। वहाँ स्पष्ट होने के कारण समूहीकरण की आवश्यकता नहीं। $Z = 30 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (L_2 - L_1)$

प्रबल सूत्र का प्रयोग निम्न ढंग में करेंगे :—

$$Z = 30 + \frac{16 - 10}{32 - 10 - 12} \times (40 - 30)$$

$$= 30 + \frac{6}{10} \times 10$$

$$= \text{Rs. } 36.$$

Illustration 5. समूहीकरण के द्वारा भूयिष्ठक वर्ग का निर्दिष्ट करना।

उदाहरण—Find out the mode in the following series :—

| | |
|-------|----|
| Size | f |
| 0—5 | 1 |
| 5—10 | 2 |
| 10—15 | 10 |

| | |
|-------|----|
| 15—20 | 4 |
| 20—25 | 10 |
| 25—30 | 9 |
| 30—35 | 2 |

Solution 5. Grouping Table

| Size | Frequency | | | | |
|-------|-----------|------|------|------|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 0—5 | 1 | } 3 | } 12 | } 13 | } 16 |
| 5—10 | 2 | | | | |
| 10—15 | 10 | } 14 | } 14 | } 23 | |
| 15—20 | 4 | | | | |
| 20—25 | 10 | } 19 | } 11 | } 23 | } 21 |
| 25—30 | 9 | | | | |
| 30—35 | 2 | | | | |

Analysis Table

| Columns | Size of Items containing Maximum Frequency | | | | |
|---------|--|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 10—15 | | 20—25 | | |
| 2 | | 15—20 | 20—25 | | |
| 3 | | 15—20 | 20—25 | | |
| 4 | | 15—20 | 20—25 | 25—30 | |
| 5 | | | 20—25 | 25—30 | 30—35 |
| Total | 1 | 3 | 5 | 2 | 1 |

इस विवरणका सारणी से यह स्पष्ट है कि २०—२५ वर्ग अधिकतम वर्ग है क्योंकि यह सबसे अधिक बार आया है। अब पहले वाले सूत्र का प्रयोग करेंगे :-

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (L_2 - L_1)$$

$$Z = 20 + \frac{10 - 4}{20 - 4 - 9} \times (25 - 20)$$

$$= 20 + \frac{6}{7} \times 5$$

$$= 20 + 4 \cdot 28$$

$$= 24 \cdot 28$$

समावेशी श्रेणी (Inclusive Series) में भूयिष्क ज्ञात करना :—

समावेशी श्रेणी को पहले अपवर्जी (Exclusive series) में परिवर्तन करने के उपरान्त ही भूयिष्क ज्ञात किया जा सकता है क्योंकि बिना ऐसा किये हमें वर्ग की निम्न सीमा का निश्चित करना कठिन होगा।

Illustration 6—Find out the mode from the following Series.

| Measurement | Frequency |
|-------------|-----------|
| 0—9 | 1 |
| 10—19 | 2 |
| 20—29 | 6 |
| 30—39 | 7 |
| 40—49 | 12 |
| 50—59 | 8 |
| 60—69 | 5 |
| 70—79 | 3 |

Solution 6—सबसे पहले इस समावेशी श्रेणी (Inclusive Series) को अपवर्जी श्रेणी (Exclusive Series) में परिवर्तित करेंगे :—

| Measurement | Frequency |
|-------------|-----------|
| 0—9.5 | 1 |
| 9.5—19.5 | 2 |
| 19.5—29.5 | 6 |
| 29.5—39.5 | 7 |
| 39.5—49.5 | 12 |
| 49.5—59.5 | 8 |
| 59.5—69.5 | 5 |
| 69.5—79.5 | 3 |

निरीक्षण से स्पष्ट है कि इस श्रेणी में भूयिष्क वर्ग ३९.५—४९.५ है क्योंकि इसकी आवृत्ति सबसे अधिक है।

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (L_2 - L_1)$$

$$= 39.5 + \frac{12 - 7}{24 - 6 - 6} \times (49.5 - 39.5)$$

$$= 39.5 + \frac{6}{10} \times 10$$

$$= 39.5 + 6$$

$$= 45.5$$

भूमिष्ठक के मुख्य लक्षण (Chief Characteristics of Mode)

भूमिष्ठक के निम्न प्रमुख लक्षण हैं :—

(१) भूमिष्ठक ऐसा माध्य है जिन पर श्रेणी के निम्नतम व उच्चतम अंकों का प्रभाव बहुत कम पड़ता है।

(२) जहाँ भूमिष्ठक स्पष्ट न हो वहाँ उसे निर्धारित करना कठिन है और इन निर्धारण की रीति या सीमा में तनिक भी परिवर्तन होने पर भूमिष्ठक पहले वाला बदल कर दूसरा हो जायगा।

(३) भूमिष्ठक द्वारा श्रेणी के विवरण का अनुमान कुछ अंशों में लिया जाता है क्योंकि यह आवृत्तियों के सर्वाधिक घनत्व का बिन्दु होता है।

(४) उपरोक्त भूमिष्ठक का निर्धारण सरल है परन्तु वास्तविक भूमिष्ठक का निर्धारण कठिन है।

(५) भूमिष्ठक का बीज गणितीय विवेचन संभव नहीं है।

भूमिष्ठक के गुण (Merits of Mode)

(१) इसका समझना और प्रयोग करना जन साधारण के लिए सरल है। क्योंकि निरीक्षण मात्र में ही इसका पता लगाया जा सकता है।

(२) इस पर अति सीमांत पदों का बहुत कम प्रभाव पड़ता है। यह माध्य सभी मूल्यों पर आधारित नहीं होता।

(३) विन्दुरेखीय गीति में भूमिष्ठक मरणापूर्वक प्रदर्शन दिया जा सकता है।

(४) सौकरिण्यता का अध्ययन करने के लिये यह सरल उपयुक्त माध्य है।

(५) इसमें समग्र के लक्षणों का अन्वेषण पर भी कुछ प्राप्ति पड़ता है क्योंकि यह आवृत्तियों के अधिकतम घनत्व यात्रा पद होता है।

(६) समग्र (Uniscis) में से देव निर्दर्शन द्वारा पाई जितनी बार भी न्यादर्श (Sample) लिया जाय, भूमिष्ठक समग्र का ही आवृत्तियों का अन्वेषण में न्यादर्श के परिवर्तन के साथ-साथ माध्यों में भी परिवर्तन होता है।

भूमिष्ठक के दोष (Demerits of Mode)

(१) इसमें अति सीमांत पदों को कोई महत्त्व नहीं दिया जाता और इनलिये जहाँ अति सीमांत पदों को भार देने की आवश्यकता होती है—उह उपयुक्त नहीं।

(२) साधारण जनगणित्वीय क्रिया द्वारा इसका नहीं निश्चय जा सकता है और कई दशाओं में जिनमें भी गीति द्वारा इसे गृह्यता के माध्य नहीं निश्चय जा सकता—विशेष पर तब जब श्रेणी का विवरण अनिश्चित हो।

(३) यह बीज यणित में प्रयोग किये जाने के लिये उपयुक्त नहीं है।

(४) यह प्रायः अनिश्चिन् और अस्पष्ट होता है। जमी-जमी दो ना अधिक पद भूषिष्ठ हो जाते हैं और समूहीकरण करना पड़ता है।

(५) यदि श्रेणी के सभी पदों की आवृत्ति समान हो तो भूषिष्ठ निश्चित ही नहीं किया जा सकता।

(६) जन-पदों को समानुसार रचना आवश्यक होगा है क्योंकि सबसे अधिक आवृत्ति वाले पदों के ध्यान-पान की आवृत्तियाँ भी आवश्यकता पड़ती है।

(७) यदि भूषिष्ठ और पदों की संख्या में अंतर हो तो भी उन दोनों नहीं प्राप्त किया जा सकता।

(८) भूषिष्ठ बहुत कुछ वर्गीकरण पर निर्भर करता है। यदि वर्ग विभाजन में परिवर्तन कर दिया जाय तो भूषिष्ठ भी बदल जायगा।

भूषिष्ठ की उपयोगिता (Uses of Mode)

भूषिष्ठ शीघ्रता व सरलता में समझ में आ जाता है इसलिए दैनिक जीवन में इसका प्रयोग बहुत होता है। हम जीवन में अक्सर सुनते हैं कि "घर दुबान में जूने का औसत आकार १० इंच है", "औसत पृष्ठ में ३०० शब्द हैं"; "औसत अंग्रेज की लम्बाई ६ फीट होती है"; "औसत पत्राची स्वस्थ होता है" आदि।

इन सब दशाओं में औसत का तात्पर्य भूषिष्ठ से ही है। व्यवसाय में इसका उपयोग दिन-प्रतिदिन चला जा रहा है। व्यापार सम्बन्धी पूर्वानुमानों के लिये यह एक विश्वनीय पथ-प्रदर्शक का काम करता है। इसकी महायत्ना में एक मशीन द्वारा भूषिष्ठ उत्पादन (Model output), किसी वस्तु के निर्माण के लिये भूषिष्ठ समय (Model Time) आदि निर्धारित करते हैं। कूता, मिले बपड़े, टोपी, हैट आदि के निर्माण करने वाले व्यवसायी इसी के आधार पर अपना काम बनाते हैं।

मध्यका

(Median)

मध्यका उक्त पद का मूल्य है जो समस्तता को दो बराबर भागों में इस प्रकार बाँट देता है कि उसके एक ओर के सब घन उसमें कम मूल्य के और दूसरी ओर के सब घन उसमें अधिक मूल्य के होते हैं।¹

मध्यका निकालने के लिये सर्वप्रथम अनुविन्यास (Arrangement) आवश्यक है। पद किसी मापनीय गुण के आधार पर आरोही (Ascending) या अवरोही (Decending) समानुसार अनुविन्यसित किये जाते हैं अर्थात् सबसे पहले सबसे छोटे पद को और उसके बाद उसके बड़ा और इसी क्रम से अंत में सबसे बड़े पद को

1. Median is the value of that item in a series which divides the series into two equal parts, one part consisting of all value less and the other all value greater than it.

रखते हैं या अनसोही क्रम में हीन शुरू से विपरीत अर्थात् पहले सबसे बड़ा और अंत में सबसे छोटे पद को रखते हैं।

दूसरे प्रकार अनुविन्यमित श्रेणी में द्वितीय पद का माप मध्यमा बनता है।

मध्यका का संगणन (Computation of Median)

सर्व प्रथम पदों को आरोही या अनसोही क्रम में अनुविन्यमित करते हैं। इसके उपरान्त निम्न सूत्र का प्रयोग करें —

$$M = \text{Size of } \left(\frac{N+1}{2} \right) \text{th item}$$

Where, M Stands for median (म. पद)

N " " " Number of items (पदों की संख्या)

यदि अनसो-सो-सो श्रेणी का म. म. सूत्र का प्रयोग करने मध्यमा निम्न है।

व्यक्तिगत श्रेणी (Individual Series)

Illustration 7. The following table gives the marks obtained by a batch of 31 B Com Students in a class test in Statistics (Marks 100)

| Serial No | Marks obtained | Serial No. | Marks obtained |
|-----------|----------------|------------|----------------|
| 1 | 33 | 17 | 33 |
| 2 | 32 | 18 | 42 |
| 3 | 5 | 19 | 30 |
| 4 | 47 | 20 | 45 |
| 5 | 21 | 21 | 26 |
| 6 | 50 | 22 | 33 |
| 7 | 27 | 23 | 44 |
| 8 | 12 | 24 | 48 |
| 9 | 68 | 25 | 52 |
| 10 | 49 | 26 | 30 |
| 11 | 40 | 27 | 50 |
| 12 | 17 | 28 | 37 |
| 13 | 44 | 29 | 38 |
| 14 | 48 | 30 | 35 |
| 15 | 62 | 31 | 70 |
| 16 | 24 | | |

Find the value of the Median

Solution 7 Series arranged in ascending order.

| S No | Marks obtained | S No | Marks obtained. |
|------|----------------|------|-----------------|
| 1 | 12 | 17 | 42 |
| 2 | 17 | 18 | 44 |
| 3 | 21 | 19 | 44 |
| 4 | 21 | 20 | 45 |
| 5 | 26 | 21 | 47 |
| 6 | 27 | 22 | 48 |

| | | | |
|----|------|----|----|
| 7 | 30 | 23 | 48 |
| 8 | 32 | 24 | 49 |
| 9 | 33 - | 25 | 50 |
| 10 | 33 | 26 | 52 |
| 11 | 33 | 27 | 55 |
| 12 | 35 | 28 | 58 |
| 13 | 37 | 29 | 62 |
| 14 | 38 | 30 | 68 |
| 15 | 38 | 31 | 70 |
| 16 | 40 | | |

$$\begin{aligned} \text{Median} &= \text{Size of } \left(\frac{N+1}{2} \right) \text{ th item} \\ &= \text{Size of } \left(\frac{31+1}{2} \right) \text{ th item} \\ &= \text{Size of 16 th item} \\ &= 40 \text{ (Marks)} \end{aligned}$$

यदि प्राप्तांकों को हम अवरोही क्रम से रखते हैं तब इस प्रकार मध्यक निकालेंगे :—

Series Arranged in descending order.

| S. No. | Marks obtained | S. No. | Marks obtained— |
|--------|----------------|--------|-----------------|
| 1 | 70 | 17 | 38 |
| 2 | 68 | 18 | 37 |
| 3 | 62 | 19 | 37 |
| 4 | 58 | 20 | 35 |
| 5 | 55 | 21 | 33 |
| 6 | 52 | 22 | 33 |
| 7 | 50 | 23 | 33 |
| 8 | 49 | 24 | 32 |
| 9 | 48 | 25 | 30 |
| 10 | 48 | 26 | 27 |
| 11 | 47 | 27 | 26 |
| 12 | 45 | 28 | 24 |
| 13 | 44 | 29 | 21 |
| 14 | 44 | 30 | 17 |
| 15 | 42 | 31 | 12 |
| 16 | 40 | | |

$$\begin{aligned} \text{Median} &= \text{Size of } \left(\frac{N+1}{2} \right) \text{ th item} \\ &= \text{ " " } \left(\frac{31+1}{2} \right) \text{ th item} \\ &= \text{ " " } 16 \text{ th item} \\ &= 40 \text{ (Marks)} \end{aligned}$$

ऊपर के उदाहरण में हमने यह देखा कि पदों की संख्या अग्रगण्य (Odd) थी इसलिए मध्य पद एक सम्पूर्ण संख्या के रूप में मिलता था और उसका मूल्य ज्ञात करना सरल था।

कभी-कभी पदों की संख्या युग्म (Even) होती है। तब मध्य पद सम्पूर्ण संख्या नहीं होता। ऐसी दशा में उस पद का मूल्य निम्न प्रकार से निकालेंगे :—

| S. No. | Marks obtained in English | S. No. | Marks obtained in English |
|--------|---------------------------|--------|---------------------------|
| 1 | 25 | 11 | 46 |
| 2 | 28 | 12 | 47 |
| 3 | 29 | 13 | 48 |
| 4 | 30 | 14 | 51 |
| 5 | 32 | 15 | 52 |
| 6 | 33 | 16 | 53 |
| 7 | 33 | 17 | 54 |
| 8 | 35 | 18 | 60 |
| 9 | 42 | 19 | 65 |
| 10 | 45 | 20 | 72 |

The items are arranged in ascending order.

$$\text{Median} = \text{Size of } \left(\frac{n+1}{2} \right) \text{th item}$$

$$= \text{'' '' } \left(\frac{20+1}{2} \right) \text{th item}$$

$$= \text{'' '' } 10.5 \text{th item}$$

$$= \frac{\text{Size of 10th item} + \text{Size of 11th item}}{2}$$

$$= \frac{45+46}{2}$$

$$= 45.5 \text{ (Marks)}$$

Illustration 8.

The mean daily sunshine for Great Britain and Ireland for the years 1945-55 given below :—

| Month | Jan | Feb | March | Apr | May | June | July | Aug | Sept | Oct | Nov | Dec |
|-------|------|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Hrs. | 1.49 | 2.40 | 3.62 | 5.21 | 5.81 | 6.25 | 5.45 | 5.32 | 4.11 | 2.99 | 1.85 | 1.40 |

Find the median number of hours sunshine per day.

(B. Com., Banaras, 1955)

Solution 8.

Hours of Sunshine Arranged in Ascending order.

| S. No. | Hours | S. No. | Hours |
|--------|-------|--------|-------|
| 1 | 1.40 | 7 | 4.41 |
| 2 | 1.49 | 8 | 5.21 |
| 3 | 1.85 | 9 | 5.32 |
| 4 | 2.49 | 10 | 5.45 |
| 5 | 2.99 | 11 | 5.81 |
| 6 | 3.62 | 12 | 6.25 |

$$\begin{aligned}
 M &= \text{Size of } \left(\frac{n+1}{2} \right) \text{th item} \\
 &= \text{Size of } \left(\frac{12+1}{2} \right) \text{th item} \\
 &= \text{,, ,, } 6.5 \text{th item} \\
 &= \frac{\text{Size of 6th item} + \text{Size of 7th item}}{2} \\
 &= \frac{3.62 + 4.41}{2} \\
 &= 4.015 \text{ hours sunshine per day.}
 \end{aligned}$$

विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series)

विच्छिन्न श्रेणी में मध्यका ज्ञात करने की भी यही रीति है। सर्वप्रथम यह देना आवश्यक होता है कि पद आरोही (ascending) या अवरोही (descending) क्रम में रखे जाय। फिर उसी सूत्र का प्रयोग करते हैं। पर यहाँ एक विशेष क्रिया यह करनी पड़ती है कि पदों की मجمूली आवृत्ति (cumulative) निकालनी पड़ती है।

Illustration 9.

Compute the Median of the following Series —

| Size of item | Frequency | Size of item | Frequency |
|--------------|-----------|--------------|-----------|
| 2 | 2 | 9 | 8 |
| 3 | 3 | 10 | 6 |
| 4 | 8 | 11 | 5 |

| | | | |
|---|----|----|---|
| 5 | 10 | 12 | 6 |
| 6 | 12 | 13 | 4 |
| 7 | 16 | 14 | 3 |
| 8 | 10 | 15 | 1 |

Solution ||

यहाँ पद आरोही क्रम (ascending order) में पढ़ने में ही अनुविन्यसित (arranged) हैं।

| Size of item | Frequency | Cumulative Frequency |
|--------------|-----------|----------------------|
| 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 5 |
| 4 | 8 | 13 |
| 5 | 10 | 23 |
| 6 | 12 | 35 |
| 7 | 16 | 51 |
| 8 | 10 | 61 |
| 9 | 8 | 69 |
| 10 | 6 | 75 |
| 11 | 5 | 80 |
| 12 | 6 | 86 |
| 13 | 4 | 90 |
| 14 | 3 | 93 |
| 15 | 1 | 94 |

$$\text{Median or } M = \text{Size of } \left(\frac{n+1}{2} \right)\text{th item}$$

$$= \text{'' '' } \left(\frac{94+1}{2} \right)\text{th item}$$

$$= \text{'' '' } 47.5\text{th item}$$

अब हम इस फल को पढ़ें कि ४७.५ वें पद का मूल्य मध्यमा होगा। इस पद का मूल्य प्राप्त करने के लिए सबसे प्रावृत्ति को देखेंगे। वह पहला पद जहाँ यह संख्या मिलती हो, ठीक उसका सामन का मूल्य या आकार मध्यमा होगा। इस प्रकार में देखने से स्पष्ट है कि ४७.५ पहला बार सबसे प्रावृत्ति में ५१ में सम्मिलित है। इसलिए ५१ सबसे प्रावृत्ति के सामन के पद का मूल्य ७ होगा। यही संख्या मध्यमा हुई।

अविच्छिन्न श्रेणी (Continuous Series)

इस श्रेणी में मध्यमा जान करने के नियम अन्तर्गलन (Interpolation) का एक मूल प्रयोग करना पड़ता है क्योंकि मध्यमा संख्या को शामिल करने वाली सबसे प्रावृत्ति के सामने एक संख्या नहीं बल्कि एक वर्ग होगा। एक प्रचलित माध्य एक वर्ग के रूप में न होकर घने-नी संख्या के रूप में होता है। इस मध्यमा वर्ग

(Median class) बहो है। इस वर्ग की निम्न व उच्च सीमाओं के अन्तर्गत ही वही मध्यक होगी। इसे निपारित करने के नियम निम्न सूत्र है —

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} \times (m - c)$$

चिन्हा का स्पष्टीकरण —

M stands for Median (मध्यक)

L_1 Stands for Lower Limit of the Median Class (मध्यक वर्ग की निम्न सीमा)

L_2 Stands for upper limit of the Median Class (मध्यक वर्ग की उच्च सीमा)

f Stands for frequency of the Median Class (मध्यक वर्ग की आवृत्ति)

m stands for median number $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ (मध्यक संख्या)

c stands for cumulative frequency of the group preceding the median group. (मध्यक वर्ग के पूर्व वाले वर्ग की संचयी आवृत्ति)

Illustration 10.

| Wages in Rs | No. of Workmen |
|-------------|----------------|
| 20—21 | 8 |
| 21—22 | 10 |
| 22—23 | 11 |
| 23—24 | 16 |
| 24—25 | 20 |
| 25—26 | 25 |
| 26—27 | 16 |
| 27—28 | 9 |
| 28—29 | 6 |

Calculate the Value of the median.

Solution 10.

| Wages in Rs. | No. of Workmen | Cumulative Frequency |
|--------------|----------------|----------------------|
| 20—21 | 8 | 8 |
| 21—22 | 10 | 18 |
| 22—23 | 11 | 29 |
| 23—24 | 16 | 45 |

| | | |
|-------|----|-----|
| 21—25 | 20 | 63 |
| 25—25 | 25 | 90 |
| 26—27 | 16 | 106 |
| 27—28 | 9 | 115 |
| 28—29 | 6 | 121 |

$n =$ Size of $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ th item

$$= \text{'' '' } \left(\frac{121+1}{2}\right)\text{th item } \left(\frac{122}{2}\right) = 61$$

= '' '' 61 st. item which falls into median class 24-25.

प्रथम दश वर्ग (२८-२५) में मध्यक को निर्धारित करने के लिये निम्न सूत्र का प्रयोग करें :-

$$\begin{aligned} M &= L_1 + \frac{l_2 - L_1}{f} \times (m - c) \\ &= 21 + \frac{25 - 21}{20} \times (61 - 45) \\ &= 21 + \frac{1}{20} \times 16 \\ &= \text{Rs. } 21.8 \end{aligned}$$

मध्यका का विन्दुरेखीय प्रदर्शन (Graphic Presentation of Median)

जैसे भूखण्ड की विन्दुरेखा द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है, इसी प्रकार मध्यका का भी विन्दुरेखीय प्रदर्शन सम्भव है। यह दो रीतियों से हो सकता है :-

(१) संघटी मातृति वक्र (Cumulative Frequency Curve)

(२) 'गाल्टन' (Galton) रीति द्वारा।

विन्दुरेखीय प्रदर्शन वाले अध्याय में इनका विस्तृत विवेचन व प्रदर्शन किया जा चुका है।

मध्यका की विशेषताये (Characteristics of Median)

मध्यका की निम्नलिखित विशेषताये हैं :-

(१) मध्यका के मूल्य पर अति सीमान्त पदों का प्रभाव बहुत कम पड़ता है।

(२) मध्यका के मूल्य का उग समय भी निर्धारण किया जा सकता है जब सामंजसपूर्ण हो। जैसे यदि केवल पदों की संख्या तथा मध्यका वर्ग के बारे में सूचनाये हो तो यह पर्याप्त है।

- (३) मध्यका तत्र भी निश्चिन की जा सकती है तत्र पदा के मूल्यात् सत्या म न व्यक्त किया गया है।
- (४) मध्यका का उस प्रकार का गणितीय विवेचन संभव नहीं जिस प्रकार कि अन्य माध्यों का संभव है।

मध्यका के गुण (Merits of Median)

मध्यका के निम्न गुण व लाभ हैं—

- (१) मध्यका का ज्ञान करना सरल है।
- (२) कई प्रकार की श्रेणियाँ म वेचन निरीक्षता से ही मध्यका का अनुमान लगाया जा सकता है।
- (३) मध्यका प्राप्त करते समय यदि कुछ भ्रमा तक समय बर्धूरा रहे तब भी इसे जान किया जा सकता है। सगत्या के लिये सम्पूर्ण समक की आवश्यकता नहीं होती।
- (४) मध्यका को बिन्दुरेखीय रीति से भी प्राप्त किया जा सकता है।
- (५) मध्यका का अर्थ समझना साधारण व्यक्ति के लिये भी बहुत सरल है।
- (६) मध्यका पर साधारण और सीमान-न पदों का प्रभाव नहीं पड़ता है।
- (७) मध्यका निश्चिन होती है, भ्रूषिष्ठक की भांति अस्पष्ट और अनिश्चित नहीं। इसे निश्चितता के साथ सदैव ज्ञान किया जा सकता है।
- (८) गुणात्मक विशेषताओं का अध्ययन करने के लिये मध्यका को अन्य सभी माध्यों को अपेक्षा अच्छा समझा जाता है।

मध्यका के दोष (Demerits of Median)

मध्यका के निम्न दोष या कमियाँ हैं :—

- (१) मध्यका प्राप्त करने के लिये पदों को आरोही या अवरोही क्रम में अनुबिन्ध्यसित करना पड़ता है। इसमें समय लगता है और भ्रमुषिषा होती है।
- (२) मध्यका का आवृत्ति का कुल सत्या से गुणा करने पर मूल्यों का कुल योग नहीं प्राप्त किया जा सकता।
- (३) मूल्यों का वितरण अनियमित होने पर भी मध्यका समूह का ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व नहीं कर सकती।
- (४) इस माध्य को निशानने में श्रेणियों के मनों पदा को समान महत्व दिया जाता है जो अशुद्ध है।
- (५) इसका प्रयोग बीजगणित में नहीं किया जा सकता।
- (६) पदों की जितनी सत्या कम होती है उतनी ही अधिक यह मभावता होती है कि मध्यका समूह का पूर्ण प्रतिनिधि व नहीं कर सकेगी।

$$Q_1 = \text{Rs. } 244 + \frac{3}{4} \times 56$$

$$= \text{Rs. } 286$$

$$D_2 = \text{the size of } 8\left(\frac{n+1}{10}\right) \text{ th item}$$

$$= \text{,, ,, ,, } 8\left(\frac{20+1}{10}\right) \text{ th item}$$

$$= \text{,, ,, ,, } 16.8 \text{ th item.}$$

$$= \text{the size of 16th item} + \frac{4}{5} (\text{the size of 17th item} - \text{the size of 16th item.})$$

$$= \text{Rs. } 300 + \frac{4}{5} (350 - 300)$$

$$= \text{Rs. } 340$$

$$O_3 = \text{the size of } 7\left(\frac{n+1}{8}\right) \text{ th item}$$

$$= \text{,, ,, } 7\left(\frac{20+1}{8}\right) \text{ th item.}$$

$$= \text{,, ,, } \frac{147}{8} \text{ th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 18.4 \text{ th item.}$$

$$= \text{the size of 18th item} + \frac{4}{10} (\text{the size of 19th item} - \text{the size of 18th item})$$

$$= \text{Rs. } 370 + \frac{4}{10} \times 15$$

$$= \text{Rs. } 370 + 6$$

$$= 376 \text{ App.}$$

$$Q_n = \text{the size of } 3\left(\frac{n+1}{5}\right) \text{ th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 3\left(\frac{20+1}{5}\right) \text{ th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 12.6 \text{ th item.}$$

$$= \text{the size of 12th item} + \frac{6}{10} (\text{the size of 13th item} - \text{size of 12th item})$$

$$= \text{Rs. } 250 + \frac{6}{10}(240 - 250)$$

$$= \text{Rs. } 230 + 6$$

$$= \text{Rs. } 236.$$

P_{70} = the size of 70 $\left(\frac{n+1}{100}\right)$ th item.

$$= \text{ " " } = 14.7 \text{ th item.}$$

= the size of 14th item + $\frac{7}{10}$ (the size of 15th item — the size of 14th item)

$$= \text{Rs. } 242 + \frac{7}{10}(244 - 242)$$

$$= \text{Rs. } 243.4.$$

विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series)

उदाहरण

The following table shows the marks obtained by 199 students in statistics out of 100. Find out lower and upper Quartiles, 3rd Decile, 2nd Quintile, 1st Octile and 35th Percentile.

| | | | | | | | | | | |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| Marks | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
| Frequency | 2 | 8 | 20 | 35 | 42 | 20 | 28 | 26 | 16 | 12 |

Solution.

Cumulative Frequency Table

| Marks | Frequency | Cum. Frequency |
|-------|-----------|----------------|
| 10 | 2 | 2 |
| 20 | 8 | 10 |
| 30 | 20 | 30 |
| 40 | 35 | 65 |
| 50 | 42 | 107 |
| 60 | 20 | 127 |
| 70 | 28 | 155 |
| 80 | 26 | 181 |
| 90 | 16 | 197 |
| 100 | 2 | 199 |

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= \text{the size of } \left(\frac{n+1}{4} \right) \text{ th item.} \\
 &= \text{,, ,, ,, } \left(\frac{199+1}{4} \right) \text{ th item} \\
 &= \text{,, ,, ,, } 50 \text{ th item} \\
 &= 40 \text{ marks}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_3 &= \text{the size of } 3 \left(\frac{n+1}{4} \right) \text{ th item} \\
 &= \text{,, ,, ,, } 3 \left(\frac{199+1}{4} \right) \text{ th item} \\
 &= \text{,, ,, ,, } 150 \text{ th item} \\
 &= 70 \text{ marks}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_3 &= \text{the size of } 3 \left(\frac{n+1}{10} \right) \text{ th item} \\
 &= \text{,, ,, ,, } 3 \left(\frac{199+1}{10} \right) \text{ th item,} \\
 &= \text{,, ,, ,, } 60 \text{ th item} \\
 &= 40 \text{ marks}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{D_3} &= \text{the size of } 2 \left(\frac{n+1}{5} \right) \text{ th item.} \\
 &= \text{,, ,, ,, } 2 \left(\frac{199+1}{5} \right) \text{ th item} \\
 &= \text{,, ,, ,, } 80 \text{ th item} \\
 &= 50 \text{ marks}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 O_1 &= \text{the size of } \left(\frac{n+1}{8} \right) \text{ th item} \\
 &= \text{,, ,, ,, } \left(\frac{199+1}{8} \right) \text{ th item} \\
 &= \text{,, ,, ,, } 25 \text{ th item} \\
 &= 30 \text{ marks}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{D_3} &= \text{the size of } 35 \left(\frac{n+1}{100} \right) \text{ th item.} \\
 &= \text{,, ,, ,, } 35 \left(\frac{199+1}{100} \right) \text{ th item} \\
 &= \text{,, ,, ,, } 70 \text{ th item} \\
 &= 50 \text{ marks}
 \end{aligned}$$

अविच्छिन्न श्रेणी (Continuous Series)

मध्यका की माँति चतुर्थक, दशमक, पंचमक, अष्टमक तथा दशमक आदि सभी जब अविच्छिन्न श्रेणी में ऊपर दिये हुये सूत्र से निकाले जायेंगे तो वे एक वर्ग के रूप में होंगे। वर्ग माध्य नहीं हो सकता। इसलिये उनको वर्ग में निश्चित करने के लिये अन्तर्गणन की आवश्यकता होगी। अन्तर्गणन के लिये मध्यका निकालते समय प्रयोग किये जाने वाले सूत्र से मिलते-जुलते सूत्र इन सभी के लिये प्रयोग किये जाते हैं। सूत्रों में बहुत थोड़ा परिवर्तन करने की आवश्यकता होती है। सूत्र में दिये गये (m) के स्थान पर निम्न चतुर्थक निकालते समय (Q_1), उच्च चतुर्थक निकालते समय (Q_3), दशमक निकालने समय (D_1 से D_9 तक कोई भी जो पूछा गया हो,; पंचमक निकालते समय (Q_{n1}) से (Q_{n4}) तक में से जो पूछा गया हो; अष्टमक निकालते समय (O_1) से (O_7) तक में जो पूछा गया हो; और इसी प्रकार दशमक निकालते समय (P_1) के (P_{99}) तक में जो पूछा गया हो, प्रयोग होता है। (C) अमीष्ट चतुर्थक, दशमक, अष्टमक, पंचमक या दशमक वाले वर्ग के पहले वाले वर्ग की संबन्धी आवृत्ति होगी।

Illustration 12.

From the following distribution, calculate the median, Lower Quartile, 8th Decile and 56th Percentile. Also calculate the Second Quartile, 5th Decile; 25th, 50th and 80th Percentile.

| Class Interval | Frequency |
|----------------|-----------|
| 1—3 | 6 |
| 3—5 | 53 |
| 5—7 | 85 |
| 7—9 | 56 |
| 9—11 | 21 |
| 11—13 | 16 |
| 13—15 | 4 |
| 15—17 | 4 |

(B. Com. Banaras, 1953)

Solution 12.

Cumulative Frequency Table.

| Class Interval | Frequency | Cumulative Frequency |
|----------------|-----------|----------------------|
| 1—3 | 6 | 6 |
| 3—5 | 53 | 59 |
| 5—7 | 85 | 144 |
| 7—9 | 56 | 200 |
| 9—11 | 21 | 221 |
| 11—13 | 16 | 237 |
| 13—15 | 4 | 241 |
| 15—17 | 4 | 245 |

$$m = \text{size of } \left(\frac{n+1}{2} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } \left(\frac{245+1}{2} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 123 \text{rd item which falls in median class (5-7)}$$

$$M = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} \times (m - c)$$

$$= 5 + \frac{7-5}{85} \times (123-59)$$

$$= 5 + \frac{2}{85} \times 64$$

$$= 5 + 1.5$$

$$= 6.5 \text{ (size).}$$

$$q_1 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } \left(\frac{245+1}{4} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 61.5 \text{th item which falls in Lower quartile class (5-7)}$$

$$Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (q_1 - c)$$

$$= 5 + \frac{7-5}{85} \times (61.5-59)$$

$$= 5 + \frac{2}{85} \times 2.5$$

$$= 5.06 \text{ (size).}$$

$$d_1 = \text{size of } n \left(\frac{n+1}{10} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 8 \left(\frac{245+1}{10} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 196.8 \text{th item which falls in decile class (7-9)}$$

$$D_8 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} \times (d_8 - c)$$

$$= 7 + \frac{9-7}{56} \times (196.8 - 144)$$

$$= 7 + \frac{2}{56} \times 52.8$$

$$= 7 + 1.9$$

$$= 8.9 \text{ (size).}$$

$$P_{80} = \text{size of } 56 \left(\frac{n+1}{100} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 56 \left(\frac{245+1}{100} \right) \text{th item.}$$

$$= \text{,, ,, } 137.76 \text{th item which falls in class (5—7)}$$

$$P_{80} = L_2 + \frac{L_3 - L_2}{f} (P_{80} - c)$$

$$= 5 + \frac{7-5}{85} \times (137.76 - 59)$$

$$= 5 + \frac{2}{85} \times 78.76$$

$$= 6.85 \text{ (size).}$$

ऊपर के ही ढंग से द्वितीय चतुर्थक (Second Quartile), पंचम दशमक (5th Decile), पञ्चोत्तर्वा, पचासवाँ और अस्तीर्वा शतमक (25th, 50th and 80th Percentiles) भी निकाले जा सकते हैं। परन्तु यदि ध्यान से देखा जाय तो ये सभी निकाले जा चुके हैं क्योंकि द्वितीय चतुर्थक (Second Quartile) पंचम दशमक (5th Decile) और पचासवाँ शतमक (50th Percentile) मध्यका के ही बराबर होते हैं। इसी प्रकार पञ्चोत्तर्वा शतमक (25th Percentiles) प्रथम चतुर्थक (First Quartile) के बराबर होता है और अस्तीर्वा शतमक (80th Percentile) आठवाँ दशमक (8th Decile) एक ही होते हैं।

इन सबको बिन्दुरेखीय रीति से भी दिखाया जा सकता है तथा निकाला जा सकता है। इसमें संबंधी मावृत्ति बक्र बनाना पड़ेगा जैसा कि बिन्दुरेखीय प्रदर्शन के अध्याय में बनाकर मध्यका निकाला गया है। संबंधी मावृत्ति बक्र के द्वारा चतुर्थक, पंचमक, आष्टमक, दशमक, और शतमक आदि निकाले जा सकते हैं।

समानान्तर माध्य या मध्यक (Arithmetic Average or Mean)

समानान्तर माध्य गणितीय माध्यों में सबसे उत्तम माना जाता है और यह मान्य बहुत लोकप्रिय है। सामान्यतः 'औसत' शब्द का प्रयोग इसी मान्य के विषे होता है।

परिभाषा :—'मध्यक वह द्रव्य है जो किसी श्रेणी के समस्त पदों के दूर्य के योग में उनही संख्या का भाग देने से प्राप्त होता है।'

मध्यक के प्रकार (Kinds of Arithmetic Average)

मध्यक दो प्रकार के होते हैं :—

(१) सरल मध्यक (Simple Arithmetic Average)

(२) भारित मध्यक (Weighted Arithmetic Average)

(१) सरल मध्यक (Simple Arithmetic Average)—इस पदों की मात्रा के समस्त पदों की समान मध्यक दिया जाता है तो वनों के योग में पदों की संख्या में भाग देने हैं। इस माध्य को सरल माध्य कहते हैं।

(२) भारित मध्यक (Weighted Arithmetic Average)—कभी-कभी मात्रा के समी पदों का समान महत्व नहीं होता है और उनमें भारी निपेक्षा होती है। यदि इस लक्ष्य को ध्यान में न रखा जाय और सरल मध्यक निराल दिया जाय तो निष्पर्य गृह्य नहीं होता। ऐसी दशाओं में आवश्यकतानुसार पदों की महत्ता प्रदान करना अनिवार्य हो जाता है। इसलिये पदमात्रा के प्रत्येक पद को उसकी व्यक्तिगत महत्ता के अनुसार भार प्रदान करते हैं। उसके पदवाच्य प्रत्येक पद के दूर्य को उसके भार में गुणा कर देते हैं और इस प्रकार प्राप्त हुये गुणनफलों के योग में भारों के योग का भाग देते हैं।^२

भार निरपेक्ष और मापेक्ष दो प्रकार के हो सकते हैं। मयासाध्य निरपेक्ष भारों का प्रयोग करना चाहिये। यदि निरपेक्ष भार न हिनै तो मापेक्ष भारों का प्रयोग किया जा सकता है।

सरल मध्यक निकालने की रीति

(Method of Calculating Simple Arithmetic Average)

सामान्यतः मध्यक निकालना अत्यन्त सरल है। समस्त पदों के योग में पदों

1. "The arithmetic average is the quantity obtained by dividing the sum of the values of the items in a variable by their number."
2. "The weighted Arithmetic Average may be defined as the sum of the items multiplied by their respective weights and divided by the sum of the weights."

की संख्या का भाग देने से जो भागफल प्रायेण, वही मध्यक होगा। मध्यक निकालने की दो रीतियाँ हैं :—

(१) ऋजु रीति (Direct Method)

(२) लघु रीति (Short Cut Method)

(१) ऋजु रीति (Direct Method)—यह रीति सरल है। समस्त पदों के योग में सरल का भाग देते हैं। परन्तु जहाँ पदों की संख्या बहुत अधिक हो और पद बहुत बड़े हो वहाँ के लिये यह रीति उचित नहीं।

(२) लघु रीति (Short Cut Method)—इस रीति में माला के किसी भी पद को या धन्य निम्न भी संख्या को मध्यक मान लेते हैं। उसे कल्पित माध्य (Assumed mean) कहते हैं। फिर इस माध्य से प्रत्येक पद का विचलन (Deviation) निकालते हैं। विचलन धन ऋण किसी भी प्रकार का हो सकता है। सभी विचलन के योग में संख्या का भाग दे देते हैं और मजदूरी का कल्पित माध्य में जोड़ या घटा देते हैं। जब मजदूरी धन होता है तब जोड़ते हैं और जब ऋण होता है तब घटाने हैं। इस प्रकार जो संख्या प्राप्त होती है वही मध्यक होती है।

व्यक्तिगत श्रेणी में सरल मध्यक निकालना

(Calculation of Arithmetic Average in Individual Series)

ऋजु रीति (Direct Method)—सरल समानान्तर माध्य निकालने की रीति निम्न है :—

$$a = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Hence a stands for simple Arithmetic Average (सरल माध्य)

x_1, x_2 etc. stand for values of different items of the series. (माला के विभिन्न पदों का मूल्य)

n. stands for number of items (पदों की संख्या)

इसी सूत्र को संक्षिप्त रूप में निम्न प्रकार से प्रस्तुत किया जाता है :—

$$a = \frac{\sum m}{n} \quad \checkmark$$

Here a stands for simple Arithmetic Average (सरल मध्यक)

\sum stands for summation (योग)

m ,, ,, measurements of item (पदों का मूल्य)

n ,, ,, number of items. (पदों की संख्या)

१. यह चिह्न Σ ग्रीक भाषा का एक अक्षर 'Capital items' है। इसका अर्थ होता है—योग।

Illustration 13

Monthly expenditure of 5 Persons is given below in rupees:—
132, 140, 144, 136 & 138.

Find out the Simple Arithmetic Average.

Solution 13.

Computation of Simple Arithmetic Average.

| Serial No. | Monthly expenditure in Rs |
|--------------|---------------------------|
| 1 | 132 |
| 2 | 140 |
| 3 | 144 |
| 4 | 136 |
| 5 | 138 |
| Total | Rs. 690 |

$$n = \frac{\sum m}{n}$$

$$= \frac{690}{5}$$

$$= \text{Rs. } 138.$$

संक्षेप रीति (Short cut Method)

ऊपर के अंशद्वारा जो संक्षेप रीति से इस प्रकार करेंगे :—

| S. No | Monthly expenditure in rupees. | Deviations from assumed mean (111) |
|-------|-----------------------------------|---------------------------------------|
| 1 | 132 | -12 |
| 2 | 140 | -4 |
| 3 | 144 | 3 |
| 4 | 136 | -8 |
| 5 | 138 | -6 |
| | | <hr/> -30 |

$$a = x + \frac{\sum d_x}{n}$$

Here x Stands for assumed arithmetic average.

d_x Stands for Deviation of the values of variables from the assumed mean.

यहाँ इस सूत्र का प्रयोग करने पर निम्न होगा :—

$$\begin{aligned} a &= \text{Rs. } 144 + \left(\frac{-30}{5} \right) \\ &= \text{Rs. } 144 - 6 \\ &= \text{Rs. } 138. \end{aligned}$$

विच्छिन्न श्रेणी में सरल मध्यक निकालना (Calculation of Simple Arithmetic Average in Discrete Series)

विच्छिन्न श्रेणी में समानान्तर माध्य निकालते समय ऊपर के सूत्र को परिवर्तित दशा में प्रयोग करते हैं। वैसे तो सिद्धान्त रूप में सूत्रों में कोई अंतर नहीं होना पर व्यावहारिक दृष्टिकोण से थोड़ा अंतर अवश्य होता है।

इसमें प्रत्येक पद को उसकी आवृत्ति से गुणा करके सभी गुणनफलों को जोड़ लेते हैं। यही जोड़ कुल पदों की मात्रा वा योग होता है। फिर योग में सभी पदों की संख्या वा भाग दे देते हैं।

इसके लिये श्रेणी रीति में निम्न सूत्र का प्रयोग करते हैं :—

$$a = \frac{\sum mf}{n}$$

| | | | | |
|-------|----------|--------|-----|------------------------|
| Where | m | Stands | for | Size of items |
| | f | " | " | Frequency of that item |
| | n | " | " | Number of items |
| | Σ | " | " | Total |

Illustration 14.

Find the mean in the following :—

| Size of items | Frequency |
|---------------|-----------|
| 6 | 5 |
| 7 | 11 |
| 8 | 10 |
| 9 | 12 |
| 10 | 7 |
| 11 | 8 |
| 12 | 4 |

Solution 14.

| Size of items (m) | Frequency (f) | Product of Size and Frequency (mf) |
|----------------------|------------------|---------------------------------------|
| 6 | 5 | 30 |
| 7 | 8 | 56 |
| 8 | 10 | 80 |
| 9 | 12 | 108 |
| 10 | 7 | 70 |
| 11 | 6 | 66 |
| 12 | 4 | 48 |
| | $n = 52$ | $\sum mf = 458$ |

$$a = \frac{\sum mf}{n}$$

$$= \frac{458}{52}$$

$$= 8.81 \text{ approx.}$$

सघु रीति (Short cut Method)

यहाँ निम्न सूत्र का प्रयोग करते हैं :—

$$a = x + \frac{\sum fd_x}{n}$$

- Where a Stands for Arithmetic Average
 x " " Assumed Arithmetic Average.
 f " " Frequency of the items
 d_x " " Deviations from the assumed Arithmetic Average
 n " " Number of items

उपर के प्रश्न को इस रीति से निम्न प्रकार से करेंगे :—

| Size of items | Frequency | Deviation from assumed mean (9) dx | Product of deviation and frequency (col. 2 and 3) f dx |
|---------------|-----------|------------------------------------|--|
| 6 | 5 | -3 | -15 |
| 7 | 8 | -2 | -16 |
| 8 | 10 | -1 | -10 |
| 9 | 12 | 0 | 0 |
| 10 | 7 | +1 | +7 |
| 11 | 6 | +2 | +12 |
| 12 | 4 | +3 | +12 |
| n=52 | | | $\Sigma f dx = -10$ |

$$a = x + \frac{fdx}{n}$$

$$= 9 + \frac{-10}{52}$$

$$= 9 - .19$$

$$= 8.81 \text{ approx.}$$

अविविद्धन श्रेणी में सरल मध्यक निकालना (Computation of Simple Arithmetic Average in Continuous Series)

इस प्रकार की श्रेणी में सर्वप्रथम प्रत्येक वर्ग (Class) का मध्य मूल (Mid-Value) निकालकर श्रेणी को अविविद्धन श्रेणी (Discrete Series) में बदल लेते हैं और इनके उपरान्त मध्यक निकालने का ठीक वही ढंग प्रयोग में लाया जाता है जो अविविद्धन श्रेणी में होता है।

Illustration 15.

From the table given below find the mean.

| Marks | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 |
|-----------------|------|-------|-------|-------|-------|
| No. of students | 10 | 12 | 20 | 18 | 10 |

Solution 15.

Direct Method

| Measurement (m) | Mid-value | Frequency | Product of m. and f (mf) (col. 2 and 3) |
|-----------------|-----------|-----------|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 0-10 | 5 | 10 | 50 |
| 10-20 | 15 | 12 | 180 |
| 20-30 | 25 | 20 | 500 |
| 30-40 | 35 | 18 | 630 |
| 40-50 | 45 | 10 | 450 |
| | | n=70 | $\Sigma mf = 1810$ |

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{\sum mf}{x} \\
 &= \frac{1810}{70} \\
 &= 25.86 \text{ marks approx.}
 \end{aligned}$$

लघु रीति (Short cut Method)

| Measurement (m) | Mid value | Frequency (f) | Deviation from assumed mean 25 (dx) | Product of frequency and deviation (fdx) |
|-----------------|-----------|---------------|-------------------------------------|--|
| 0-10 | 5 | 10 | -20 | -200 |
| 10-20 | 15 | 12 | -10 | -120 |
| 20-30 | 25 | 20 | 0 | 0 |
| 30-40 | 35 | 18 | +10 | +180 |
| 40-50 | 45 | 10 | +20 | +200 |
| | | $\sum n = 70$ | | $\sum fdx = +60$ |

$$\begin{aligned}
 n &= x + \frac{\sum fdx}{n} \\
 &= 25 + \frac{60}{70} \text{ marks} \\
 &= 25.86 \text{ marks approx.}
 \end{aligned}$$

समावेशी श्रेणी में सरल मध्यक निकालना (Computation of Simple Arithmetic Average in Inclusive Series)

समावेशी श्रेणी में भी मध्यक ठीक वही प्रकार से निकाला जाता है जिन प्रकार अपवर्ती श्रेणी में।

Illustration 16

Calculate Arithmetic average from the data given below :-

| Marks | Number of Students |
|-------|--------------------|
| 1-10 | 2 |
| 11-20 | 4 |
| 21-30 | 6 |
| 31-40 | 3 |
| 41-50 | 3 |
| 51-60 | 2 |

Solution 16.

Short cut Method

| Measurement (m) | Mid value | Frequency (f) | Deviation from assumed mean (25.5) (dx) | Product of frequency and Deviations (fdx) |
|-----------------|-----------|-----------------|---|---|
| 1-10 | 5.5 | 2 | -20 | -40 |
| 11-20 | 15.5 | 4 | -10 | -40 |
| 21-30 | 25.5 | 3 | 0 | 0 |
| 31-40 | 35.5 | 3 | +10 | +30 |
| 41-50 | 45.5 | 3 | +20 | +60 |
| 51-60 | 55.5 | 2 | +30 | +60 |
| | | $\Sigma n = 20$ | | $\Sigma fdx = +70$ |

$$a = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 25.5 + \frac{70}{20} \text{ marks}$$

$$= 25.5 + 3.5 \text{ marks}$$

$$= 29 \text{ marks}$$

सरल समानान्तर माध्य की विशेषतायें

समानान्तर माध्य की निम्न विशेषतायें हैं :-

- (१) समानान्तर माध्य मात्सा के प्रत्येक पद के मूल्य से प्रभावित होता है। मूल्य के अनुसार अति सीमान्त पदों का इस पर बहुत अधिक प्रभाव पड़ता है।
- (२) इस माध्य की निश्चलना सरल है और प्रत्येक दत्ता में इसे निर्धारित किया जा सकता है।
- (३) इस माध्य को निश्चित रूप से बिना किसी प्रकार के सन्देह व दुविधा के प्राप्त किया जा सकता है।
- (४) इस माध्य का बीजगणितीय विवेचन हो सकता है।

सरल समानान्तर माध्य के गुण -

- (१) इसको प्राप्त करने की क्रिया निश्चित व सरल है। इसलिये एक सामान्य व्यक्ति भी इसे समझ सकता है।
- (२) इसकी गणना बहुत सरल व निश्चित है।
- (३) इसे प्राप्त करते समय समूह के सभी पदों का प्रयोग होता है। बीजगणित का प्रयोग संभव है।

- (५) इसमें सामग्री की मध्यका की भाँति क्रम बढ करने और भूमिष्ठक की भाँति समूहा में रखने की आवश्यकता नहीं पडती ।
- (६) यह माध्य निश्चिन्त और सदा एक ही होता है ।
- (७) पदों की मध्या, कुन योग और मध्यक में से यदि कोई दो ज्ञात हो तो तीसरा सरलतापूर्वक प्राप्त किया जा सकता है ।
- (८) यदि किसी श्रेणी के चला वा कुछ मुख्य और कर्मों की कुन मध्या दी हुई हो, तो अथ मूल्यों के अभाव में भी सरल मध्यक की प्राप्त किया जा सकता है ।
- (९) यदि श्रेणियों में पर्याप्त चलो के मुख्य दिये हुये हो तो मध्यक तुलानाःमत्र अध्ययन के लिये विशेष विद्वत्तनीय सम्झा जाता है ।

सरल समानान्तर माध्य के दोष

- (१) किसी समक माना की धातुति की देखकर मध्यक का अनुमान नहीं लगाया जा सकता ।
- (२) सरल समानान्तर माध्य की गणना करते समय प्रत्येक पद को समान महत्व दिया जाता है अतः परिणाम विरवसनीय नहीं होता ।
- (३) बिन्दुरेख द्वारा इकाय प्रदर्शन में ज्ञात करना सम्भव नहीं ।
- (४) यदि समक माना वा कोई भी मूल्य न ज्ञात हो तो इसे नहीं निराता जा सकता जबकि मध्यका व भूमिष्ठक ज्ञात किये जा सकते हैं ।
- (५) कभी-कभी सरल मध्यक द्वारा श्रेणी का सच्चा प्रतिनिधित्व नहीं होता । यदि चार गरीब व्यक्तियों में एक बहुत धनी की सम्मिलित कर लिया जाय तो मध्यक उनकी आय अच्छी प्रदर्शित करेगा ।
- (६) गुणारमक सामग्री (त्रिसका अकारमक माप नहीं लिया जा सकता) के लिये यह नहीं प्रयोग होता ।
- (७) यह निश्चित नहीं कि जो माध्य प्राप्त हो, वह सामग्री में मिले । इसलिये यह माध्य सच्चा प्रतिनिधि नहीं होता ।
- (८) कभी-कभी मध्यक की देखकर अनुष्ठ परिणाम निरानि जा सकते हैं । उदाहरणार्थ मान कीजिये 'क' और 'ख' दो व्यवहारों का ३ वर्षों का शुद्ध साम इस प्रकार है :—

| वर्ष | क व्यवसाय का साम (रुपयों में) | ख व्यवसाय का साम (रुपयों में) |
|------|-------------------------------|-------------------------------|
| १९५७ | २,००० | ६,००० |
| १९५८ | ४,००० | ४,००० |
| १९५९ | ६,००० | २,००० |

दोनों व्यवसायों का मध्यक ४,००० दया होगा । वन यह निश्चयेगा कि

दोनों व्यवसायों की दशा एक सी है। परन्तु 'क' व्यवसाय उत्पत्ति कर रहा है और स व्यवसाय शीघ्रता से भवनति कर रहा है।

(६) अनुपात व दर आदि का अध्ययन करने के लिये मध्यक का प्रयोग, अनुपयुक्त समझा जाता है।

सरल मध्यक का प्रयोग (Uses of Simple Arithmetic Average)—

सामाजिक व आर्थिक समस्याओं के अध्ययन के लिये यह माध्य बहुत उपयोगी है। गणना करने में तथा समझने में तथा सरल होने के कारण इसका प्रयोग बहुत होता है। औसत उत्पादन, औसत धायात व निर्यात, औसत उत्पादन व्यय, औसत मूल्य, औसत आय आदि में यही माध्य प्रयोग में आता है। इसका प्रयोग गुणात्मक अध्ययन के लिये उपयुक्त नहीं। देनाओं में भी इसका प्रयोग ठीक नहीं होता।

✓ भारित माध्यक (Weighted Arithmetic Average)

सरल माध्यक का यह दोष है कि प्रत्येक पद का प्रभाव समान पड़ता है। महत्व के अनुसार प्रभाव डालने के लिये भारित मध्यक का प्रयोग किया जाता है। उसे ज्ञात करने के लिये प्रत्येक पद का प्रभाव भिन्न-भिन्न माना जाता है।

उदाहरण—मान लीजिये किसी कारखाने में कुछ मजदूर आठ घाने प्रतिदिन, कुछ दस घाने प्रतिदिन और कुछ तीन रुपये प्रति दिन पाते हैं। इसका सरल मध्यक एक रुपये छः आना प्रति मजदूर हुआ। परन्तु वहाँ पर दोष यह है कि हमने मजदूरों की संख्या की ध्यान में नहीं रखा।

मान लीजिये आठ घाना प्रतिदिन पाने वाले मजदूरों की संख्या १०, दस घाना पाने वाले मजदूरों की संख्या = और तीन रुपये पाने वाले मजदूरों की संख्या ५ है।

$$\text{भारित मध्यक} = \frac{\left(\frac{5}{16} \times 10\right) + \left(\frac{10}{16} \times 5\right) + (3 \times 5)}{23} \text{ रुपये}$$

$$= \frac{25}{23} \text{ रुपये}$$

$$= 1 \text{ रुपये १ आना ५ पाई।}$$

इस प्रकार हम देखते हैं भिन्न-भिन्न मजदूरों पाने वाले मजदूरों की संख्या जानना आवश्यक है तथा ठीक परिणाम प्राप्त करने के लिये इन तथ्यों को गणना में उचित स्थान देना अनिवार्य है। यदि प्रत्येक प्रकार की मजदूरों पाने वालों की संख्या बराबर-बराबर होती तो सरल मध्यक उनका उपयुक्त प्रतिनिधि होता परन्तु यहाँ पर

यह उचित प्रतिनिधि नहीं और अंशों को उनके मूल्य के अनुसार भार देना आवश्यक है।

भारित मध्यक निकालने की रीति

Weighted boys earned Mahan

- (१) पद माता के प्रत्येक पद को उसके महत्व के अनुसार भार प्रदान कर दिया जाता है।
- (२) प्रथमः पदों के मूल्य और उसके भार में गुणा करके गुणनफल निकाल लेने हैं।
- (३) गुणनफल के योग में पदों के भार के योग का भाग देते हैं और अन्त-फल भारित मध्यक होता है।

इसका सूत्र इस प्रकार है :-

Mohan Lal Gupta Ar.era

$$a_w = \frac{\sum mw}{\sum w}$$

Where a_w stands for Weighted Arithmetic Average
 w " " " " Weights
 m " " " " Measurement

शुद्ध रीति द्वारा भारित मध्यक का निकालना (Computation of Weighted Arithmetic Average by Direct Method)

Illustration 17.

Find out the Weighted Arithmetic average wage rate of 30 building trade workers from the following table :-

| Kind of work | Daily wages rates | | No. employed |
|--------------|-------------------|--|--------------|
| | Rs. | | |
| Painters | 4 | | 3 |
| Plasterers | 3 | | 2 |
| Carpenters | 2.5 | | 4 |
| Helpers | 2 | | 8 |
| Labourer | 1.5 | | 14 |

Solution 17.

| Kind of work | Measurement (m) | Number of workers (w) | Product (wm) |
|--------------|-----------------|-----------------------|----------------|
| Painters | 4 | 3 | 12 |
| Plasterers | 3 | 2 | 6 |
| Carpenters | 2.5 | 4 | 10 |
| Helpers | 2 | 8 | 16 |
| Labourer | 1.5 | 14 | 21 |
| | | $\sum w = 30$ | $\sum mw = 61$ |

Weighted Arithmetic Average $= \frac{\sum mw}{\sum w}$

$$= \frac{61}{30}$$

$$= \text{Rs. } 2.03$$

लघु रीति द्वारा भारित मध्यक का निकालना (Computation Weighted Arithmetic Average by Short cut Method)

जैसे सरल मध्यक ऋजु या लघु दो रीतियों से निकाला जा सकता है, ठीक उसी प्रकार भारित मध्यक भी इन दो रीतियों से निकाला जा सकता है। लघु रीति द्वारा भारित मध्यक निकालने समय निम्न सूत्र प्रयुक्त होता है—

$$a_w = x + \frac{\sum wdx}{\sum w}$$

Where a_w stands for Weighted Arithmetic Average.

x " " Assumed Weighted Arithmetic Average.

w " " Weight

dx " " Deviation from Assumed Weighted Arithmetic Average.

उपर वाले उदाहरण में लघु रीति द्वारा भारित मध्यक इस प्रकार निकालेंगे—

| Kind of work | Wages i. e. measurement (m) | No. of workers i. e. weights (w) | Deviation from assumed mean | Product of weights & deviations from Assumed mean |
|---------------|-----------------------------|----------------------------------|-----------------------------|---|
| Painters | 4 | 2 | +1.5 | +3 |
| Plasterers | 3 | 2 | + .5 | +1 |
| Carpenters | 2.5 | 4 | 0 | 0 |
| Helpers | 2 | 8 | -.5 | -4 |
| Labourers | 1.5 | 13 | -1.0 | -14 |
| $\sum w = 30$ | | | | $\sum wdx = -14$ |

$$a_w = x + \frac{\sum wdx}{\sum w}$$

$$= \text{Rs. } 2.5 - \frac{14}{30}$$

$$= \text{Rs. } 2.5 - .47$$

$$= \text{Rs. } 2.03$$

सरल व भारित मध्यक की तुलना

Illustration 18

Calculate (i) the unweighted mean of the prices in column III and (ii) the mean obtained by weighting each price by the quantity consumed and explain why they differ as they do —

| I | II | III |
|------------------|-------------------|------------------------|
| Articles of food | Quantity Consumed | Price in Rs Per md. |
| Flour | 115 mds | 58 |
| Ghee | 56 " | 584 |
| Sugar | 28 " | 82 |
| Potato | 16 " | 25 |
| Oil | 35 " | 200 |

Solution 18

| I | II | III | Product |
|------------------|-------------------------|------------------------|------------|
| Articles of food | Quantity Consumed in md | Price in Rupees per md | |
| | w | m | mw |
| Flour | 116 | 58 | 667 |
| Ghee | 56 | 584 | 32704 |
| Sugar | 28 | 82 | 2296 |
| Potato | 16 | 25 | 4 |
| Oil | 35 | 200 | 70 |
| n=5 | Σw=1789 | Σm=919 | Σmw=403436 |

$$\text{Unweighted or Simple mean} = \frac{\Sigma m}{n}$$

$$= \frac{919}{5}$$

$$= 18.38 \text{ Rupees}$$

$$\text{Weighted mean} = \frac{\Sigma mw}{\Sigma w}$$

$$= \frac{403436}{1789}$$

$$= 22.55 \text{ Rupees}$$

The weighted mean differs from unweighted mean because the former is affected by the weights

वास्तविक तथा अनुमानित भार (Actual and Estimated Weights)

भार दो प्रकार के हो सकते हैं :—

वास्तविक (Actual)—भार पदों के सापेक्ष महत्व के प्रतिरूप और कुछ नहीं है। पदों के सापेक्ष महत्व को प्रकट करने के लिये ही इसका सहारा

लिया जाता है। यह महत्व उन तथ्यों के आधार पर निर्दिष्ट किया जाता है—
प्राप्त होने हैं। कुछ दशाओं में भार स्पष्ट रूप से दिये होते हैं और अन्य दशाओं
घांकड़ों में गमित होते हैं। गमित भारों के उदाहरण निम्न हैं :—

(क) विभिन्न वर्गों या समूहों में आने वाले पदों की संख्या।

(ख) यदि समंक परीक्षाफल से सम्बन्धित हो तो विभिन्न परीक्षाओं में
सम्मिलित होने वाले परीक्षार्थियों की संख्या।

(ग) यदि समंक वस्तुओं के विभिन्न प्रकारों के मूल्यों से सम्बन्धित हो तो

(१) उत्पादित परिमाण, या।

(२) विषय के लिये प्रस्तुत परिमाण, या।

(३) बिक्रीत परिमाण, या।

(४) उपभोग किया गया परिमाण, या।

(५) किसी भी अन्य उपलब्ध तथ्य,

के आधार पर भार निर्दिष्ट किये जाते हैं। इस प्रकार निर्दिष्ट किये गये
भार वास्तविक कहलाते हैं। पर प्रायः ऐसा भी होता है जब वास्तविक भार न तो
स्पष्ट रूप से और न गमित रूप से दिये हों। ऐसी दशा के पदा की महत्व के अनुसार
भारों का अनुमान लगाया जाता है।

अनुमानित (Estimated)—यहाँ पदों के वास्तविक मूल्यों का पता नहीं
होता और उनके महत्व को प्रकट करने के लिये अनुमानित मूल्यों का सहारा लेते
हैं। इन्हीं मूल्यों के आधार पर पदों का भार निर्दिष्ट किया जाता है। विभिन्न व्यक्ति
विभिन्न ढंग से अनुमानित भार लेते हैं। परन्तु यदि किसी वैज्ञानिक व तर्कयुक्त ढंग
से अनुमान किये गये हैं तो पूर्ण रूप से यही सम्भावना होगी कि चाहे संचयात्मक
उत्तर भिन्न-भिन्न भले ही हों, परन्तु परिणाम सबके एक से होंगे। नीचे के प्रश्न में
हम अनुमानित भारों का प्रयोग करके हल करेंगे :—

Illustration 19.

The following table gives the results of certain examinations of
three Universities in the year 1937. Which is the best university?

| Examination | Percentage results in the university. | | |
|-------------|---------------------------------------|----|----|
| | A | B | C |
| M. A. | 80 | 70 | 70 |
| M. Sc. | 65 | 70 | 60 |
| B. A. | 70 | 80 | 70 |
| B. Sc. | 60 | 70 | 80 |
| B. Com. | 75 | 60 | 70 |

University B

$$a_{72} = \frac{\sum m_2 v_2}{\sum v_2} = \frac{19,500}{270} = 71.48\%$$

University C

$$a_{72} = \frac{\sum m_3 v_3}{\sum v_3} = \frac{29,400}{410} = 70.17\%$$

इस प्रश्न में विद्यार्थियों की संख्या को मान लिया गया है। यही अनुमानित भार है। तीनों विश्वविद्यालयों के भारित मध्यक क्रमशः ६६.७३%, ७१.४८% और ७०.१७% हुआ। इससे यह परिणाम निकला कि 'ब' विश्वविद्यालय का परीक्षाक्रम सब में प्रथम है।

भार का उपयोग कहां किया जाय

माध्य का प्रयोग धोखों की विशेषताओं को व्यक्त करने के लिये किया जाता है। वह एक प्रतिनिधि संक होता है जो धोखों को सामान्य विशेषता को प्रकट करता है। इन उद्देश्यों को जल्दी भाँति पूरा करने के लिये वही सरल मध्यक ठीक रहता है और वही भारित मध्यक। वहाँ बौद्धिक मध्यक ठीक प्रकार में प्रतिनिधि होगा यह परिस्थितियों पर निर्भर करता है। बड़े सामान्यतः तिन परिस्थितियों में भारित समानान्तर माध्य का प्रयोग अधिक उपयुक्त है :—

(१) जब ऐसी मात्रा का माध्य प्राप्त करना हो जो कई उपवर्गों में विभाजित हो, तो ऐसी दशा में भारित समानान्तर माध्य ही उपयुक्त प्रतिनिधि ही सकता है। उदाहरणार्थ, यदि किसी पौकटरी में विभिन्न प्रकार के वाम करने वाले व विभिन्न प्रकार की मजदूरी पाने वाले मजदूर काम करते हैं और उनकी मजदूरी का समानान्तर माध्य निकालना हो तो भारित समानान्तर माध्य निकालना ही ठीक रहेगा। उदाहरण पहले दिया जा चुका है।

(२) जब विभिन्न धोखों के विभिन्न वर्गों के तुलनात्मक प्रतिशत अनुपात या दर दिये हुये हैं और पूरी धोखों का प्रतिशत, अनुपात या दर निकाल कर अन्य धोखों से तुलनात्मक अध्ययन करना हो, तो ऐसी दशा में भारित समानान्तर माध्य निकालना ही उपयुक्त रहेगा क्योंकि यदि बेशक प्रतिशतों, अनुपातों या दरों का समानान्तर माध्य निकाल दिया जाय तो सब अस्मब होगा। संख्या को भी ध्यान में रखना आवश्यक होगा और वही भार होगा। उदाहरण पहले दिया जा चुका है।

(३) जब धोखों के उपवर्गों का समानान्तर माध्य दिया हुआ हो और समूहों का समानान्तर माध्य निकालना हो तो उन समय भारित समानान्तर माध्य ही उपयुक्त रहेगा। मान लीजिये किसी फौटरी में काम करने वाले मजदूर तीन वर्गों में विभाजित हैं और उनका समानान्तर माध्य क्रमशः १२०, २४० व ३२० है।

यदि इनका सरल मध्यक निकालें तो $\frac{1+2+3}{3} = 2$ व० हुआ। परन्तु इसमें

हमने प्रत्येक वर्ग के मजदूरों की ध्यान में नहीं रक्खा जो ठीक नहीं। मान लीजिये पहले वर्ग में २० मजदूर, दूसरे वर्ग में ३०, मजदूर, और तीसरे वर्ग में ५० मजदूर हैं तो भारत मध्यक निम्न होगा :—

$$\frac{(1 \times 20) + (2 \times 30) + (3 \times 50)}{100} \text{ व०} = \frac{230}{100} \text{ व०} = 2.3 \text{ व०}।$$

(४) ऐसी परिस्थितियों में जहाँ पद मानों की भावृत्तियाँ असंग-प्रसंग हो तो भारत समानांतर माध्य ही ठीक रहेगा। यदि विभिन्न उपवर्गों में पदों की संख्या एक ही है तो उनका सापेक्षिक महत्त्व बराबर रहेगा और भारत मध्यक निकालने की आवश्यकता नहीं रहेगी। तब सभी भार एक ही राशि से गुणा किये जाने हैं और नये सिरे से कोई माध्य निकालने की आवश्यकता नहीं होती। नये सिरे से भारत माध्य निकालने की आवश्यकता तब पड़ेगी जब थोड़ी भ परिवर्तन होने के फलस्वरूप भारों के अनुपातों में भी परिवर्तन हुये हो।

भार तथा भावृत्ति में अन्तर

यों तो व्यावहारिक रूप में भार व भावृत्ति में कोई अन्तर नहीं होता। क्योंकि प्रश्न हल करते समय भार का वही उपयोग होता है जो भावृत्ति का। परन्तु सैद्धान्तिक रूप में दोनों में अन्तर है। दोनों एक ही वस्तु नहीं। ये अन्तर निम्न हैं :—

(१) भावृत्ति पदों की संख्या को व्यक्त करती है परन्तु भार पदों के महत्त्व को प्रकट करते हैं। यह सम्भव है कि वहीं भावृत्ति व भार एक ही हों पर यह भी सम्भव है कि संख्या एक होने पर भार में अन्तर हो क्योंकि भार निर्दिष्ट करने के आधार भिन्न हो सकते हैं।

(२) भावृत्ति एक ही प्रकार की इकाइयों की होती है। परन्तु भार कई प्रकार की इकाइयों का हो सकता है। उदाहरणार्थ किसी बटा में विभिन्न प्राणु बगों में भावृत्ति विद्यापियों की संख्या होगी। परन्तु जीवन निर्वाह देसनायक निकालने समय भार गन्, मेर, गज, पीठ, आदि की इकाइयों में भी हो सकता है।

(३) भावृत्ति मत्ता वास्तविक तथ्यों पर आधारित होती है परन्तु भार अनुमानित भी हो सकता है।

(४) भावृत्ति मापेस होती है जो किसी विशेष इकाई में व्यक्त की जाती है परन्तु भार निरपेक्ष संख्याओं में व्यक्त किये जाते हैं और वे किसी इकाई में नहीं रक्के जाते।

(५) भावृत्ति का उपयोग इस समय भी हो सकता है जब सभी पदों की भावृत्तियाँ समान हो पर जब सभी पदों में भार समान हो उस समय उनके प्रयोग

करने की आवश्यकता नहीं होती। ऐसे स्थान पर भारत मध्यक निकालना भी निरर्थक होता है।

(६) एक ही प्रकार की इकाई होने से आवृत्ति वितरण वाली श्रेणियों में प्रवाह होता है तथा पद एक दूसरे से बहुत संबंधित होते हैं। परन्तु भार युक्त श्रेणों इकाइयों की भिन्नता के कारण एक दूसरे से असंबंधित भी हो सकती है।

सरल समानान्तर माध्य व भारत समानान्तर माध्य के मान में तुलना

व्यावहारिक रूप से देखने में पता चलता है कि कभी सरल समानान्तर माध्य भारत समानान्तर माध्य के बराबर होता है, कभी उससे बड़ा होता है और कभी उससे छोटा होता है। इस विषय में निम्न नियम हैं:—

(१) जब प्रत्येक मूल्य को समान भार दिया जाय तब सरल व भारत मध्यक बराबर होंगे।

(२) जब छोटे मूल्यों को अधिक भार और बड़े मूल्यों को कम भार दिया जाय तो सरल मध्यक भारत मध्यक से बड़ा होगा।

(३) जब छोटे मूल्यों को कम भार और बड़े मूल्यों को अधिक दिया जाय तो सरल मध्यक भारत मध्यक से छोटा होगा।

गुणोत्तर माध्य (Geometric Mean)

गुणोत्तर माध्य किसी श्रेणी के सभी पदों के गुणनफल का वह मूल (root) होता है, जितनी उसमें श्रेणियाँ होंगी हैं।

इस प्रकार ४ और १६ का गुणोत्तर माध्य =

$$\sqrt[2]{4 \times 16} = 8 \text{ हुआ।}$$

इसी प्रकार, २, ६ और १८ का गुणोत्तर माध्य =

$$\sqrt[3]{2 \times 6 \times 18} = 6 \text{ हुआ}$$

इसके लिये निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है:—

$$G = \sqrt[n]{a \times b \times c \dots \dots \dots \times n}$$

where, G stands for Geometric Mean.

" " " the number of items

a, b, c, \dots etc. stand for the values of the items

इस प्रकार हम देखते हैं कि जहाँ दो पद हों वहाँ दोनों का गुणा करने वर्गमूल निकाल लेने पर गुणोत्तर माध्य निकल आता है। इसी प्रकार जहाँ तीन पद हों वहाँ तीनों का गुणा करके घनमूल निकाल कर गुणोत्तर माध्य प्राप्त कर लेते हैं परन्तु प्रसुविधियों वहाँ होती हैं जहाँ चार, पाँच या अधिक पद हों। क्योंकि जब पाँच

The Geometric Mean, also called the Geometric Average, is the n^{th} root of the product of the n quantities of a series.

एक हज़ार तो बढ़ेगा वह गुणा करने पर चरम हो, ६ पर हो तो चरम मूल और इसी प्रकार बढ़ता चरम है। यह कार्य अत्यन्त कठिन होता है और गणित में इसे करने की कोई सरल विधि नहीं है। इसके लिये लघुगणक (Logarithms) तथा प्रतिलघुगणक (Anti Logarithms) का सहारा लेना पड़ता है। इन प्रकार गुणोत्तर माध्य निकालने का सूत्र निम्न है :—

$$P = \text{Anti Log} \left\{ \frac{\log a + \log b + \log c + \dots + \log n}{n} \right\}$$

गुणोत्तर माध्य निकालने की रीति

(Method of Calculating Geometric Mean)

साधारण श्रेणी (Individual Series)

- (१) प्रत्येक सूत्र का लघुगणक (Logarithms) लघुगणक सारणी (Logarithms Table) की सहायता से प्राप्त किया जाता है।
- (२) सभी नदों के लघुगणक का योग प्राप्त करते हैं।
- (३) इस योग में नदों की संख्या का भाग दे देते हैं।
- (४) भागफल का प्रतिलघुगणक (Anti Log) प्रतिलघुगणक सारणी (Anti Log Table) की सहायता से प्राप्त करते हैं। यही गुणोत्तर माध्य होता है।

Illustration 20

The monthly incomes of 10 families in rupees in a certain locality are given below. Calculate the Geometric Mean —

85, 70, 15, 75, 500, 8, 45, 250, 40 and 36.

(B. Com. Agra, 1915)

Solution 20

Calculation of Geometric Mean

| Family | Income in Rs (x) | Logarithms (Log x) |
|--------|---------------------|--------------------|
| A | 85 | 1.9291 |
| B | 70 | 1.8431 |
| C | 15 | 1.1761 |
| D | 75 | 1.8751 |
| E | 500 | 2.6990 |
| F | 8 | 0.9031 |
| G | 45 | 1.6532 |
| H | 250 | 2.3979 |
| I | 40 | 1.6021 |
| J | 36 | 1.5563 |
| 10 | | 21 Log x = 17.6373 |

$$S = \sqrt[n]{a \times b \times c \times d \dots \dots \dots n}$$

$$= \sqrt[10]{85 \times 70 \times 15 \times 75 \times 500 \times 8 \times 45 \times 250 \times 40 \times 36}$$

परन्तु मबधा गुणा कर लेने पर दसवाँ मूल निकालना अत्यन्त बटिन का है । इसलिये लघुगणको की सहायता से निम्न सूत्र का प्रयोग करेंगे :-

$$S = \text{Anti Log} \left\{ \frac{\text{Log } a + \text{Log } b + \text{Log } c \dots \dots \text{Log } n}{n} \right\}$$

$$= \text{Anti Log} \left\{ \frac{\text{Log } 85 + \text{Log } 70 + \text{Log } 15 \dots \dots \text{Log } 36}{10} \right\}$$

$$= \text{Anti Log} \left\{ \frac{\sum \text{Log } x}{10} \right\}$$

$$= \text{Anti Log} \left\{ \frac{17.6373}{10} \right\}$$

$$= \text{Anti Log } 1.76373$$

$$= \text{Rs. } 58.08$$

विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series)

विच्छिन्न श्रेणी में भी गुणोत्तर माध्य निकालने की वही रीति है । केवल यह ध्यान रखना पड़ता है कि आवृत्तियों को उचित स्थान दिया जाय । इसमें निम्न क्रियामें करनी पड़ती है :-

- (१) प्रत्येक मूल्य का लघुगणक (Logarithms) लघुगणक सारणी (Logarithms Table) की सहायता से प्राप्त करते हैं ।
- (२) इन लघुगणको का सम्बन्धित आवृत्तियों से गुणा करते हैं ।
- (३) इन गुणफल का जोड़ कर इस जोड़ में आवृत्तियों के योग का भाग देने हैं ।
- (४) इस प्रकार प्राप्त भागफल का प्रति लघुगणक (Anti Log) ज्ञात कर लेते हैं ।

यही गुणोत्तर माध्य होगा ।

विच्छिन्न श्रेणी में गुणोत्तर माध्य का सूत्र निम्न होगा :-

$$S = \left\{ \frac{\text{Log } a \times f_1 + \text{Log } b \times f_2 + \text{Log } c \times f_3 \dots \text{Log } n \times f_n}{f_1 + f_2 + f_3 \dots \dots + f_n} \right\}$$

$$= \text{Anti Log} \left\{ \frac{\sum (\text{Log } x \times f)}{\sum f} \right\}$$

Illustration 21.

From the following data calculate the Geometric mean —

| Size of item | Frequency |
|--------------|-----------|
| 10 | 2 |
| 11 | 4 |
| 12 | 5 |
| 13 | 3 |
| 14 | 3 |
| 15 | 2 |
| 16 | 1 |
| Total | 20 |

Solution 21.

Calculation of Geometric Mean

| Size (x) | Logarithms (Log x) | Frequency (f) | Product of col (2) x (3) (Log x x f) |
|----------|--------------------|----------------|--------------------------------------|
| 10 | 1.0000 | 2 | 2.0000 |
| 11 | 1.0414 | 4 | 4.1656 |
| 12 | 1.0792 | 5 | 5.3960 |
| 13 | 1.1139 | 3 | 3.3417 |
| 14 | 1.1461 | 3 | 3.4383 |
| 15 | 1.1761 | 2 | 2.3522 |
| 16 | 1.2041 | 1 | 1.2041 |
| | | Σf = 20 | ΣLog x f = 21.8979 |

$$\begin{aligned}
 g &= \text{Anti Log} \left\{ \frac{\text{Log } a \times f_1 + \text{Log } b \times f_2 + \text{Log } c \times f_3 \dots \text{Log } n \times f_n}{f_1 + f_2 + f_3 \dots f_n} \right\} \\
 &= \text{Anti Log} \left\{ \frac{\Sigma (\text{Log } x \times f)}{\Sigma f} \right\} \\
 &= \text{Anti Log} \left\{ \frac{21.8979}{20} \right\} \\
 &= \text{Anti Log } 1.0949 \\
 &= 12.4 \text{ units.}
 \end{aligned}$$

अविच्छिन्न माता (Continuous Series)

अविच्छिन्न श्रेणी में वर्ग के मध्य बिन्दुओं के समुहगत निहालन मध्यगित आवृत्तियों से गुणा करते हैं। ये सब कार्य ठीक उसी प्रकार से किया जाता है जैसा कि ऊपर विच्छिन्न श्रेणी में किया गया है।

Illustration 22.

The following table gives the marks obtained by 30 students in Mathematics in a certain examination :-

| Marks | No. of Students |
|-------|-----------------|
| 0—10 | 1 |
| 10—20 | 2 |
| 20—30 | 6 |
| 30—40 | 6 |
| 40—50 | 5 |

Calculate the Geometric Mean of the above series

Solution 22.

Calculation of Geometric Mean

| Marks | Mid-point (x) | Frequency (f) | Logarithms (Log x) | Product of col. (3) × (4) (Log x × f) |
|-------|------------------|------------------|-----------------------|---|
| 0—10 | 5 | 1 | 0.6990 | 0.6990 |
| 10—20 | 15 | 2 | 1.1761 | 2.3522 |
| 20—30 | 25 | 6 | 1.3579 | 8.3874 |
| 30—40 | 35 | 6 | 1.5441 | 9.2646 |
| 40—50 | 45 | 5 | 1.6532 | 8.2660 |
| | | $\Sigma f = 20$ | | $\Sigma(\text{Log } x \times f) = 28.9692$ |

$$\begin{aligned}
 G &= \text{Anti Log} \left\{ \frac{(\text{Log } x \times f)}{\Sigma f} \right\} \\
 &= \text{Anti Log} \left\{ \frac{28.9692}{20} \right\} \\
 &= \text{Anti Log } 1.4484 \\
 &= 28.0 \text{ units.}
 \end{aligned}$$

✓ **भारित गुणोत्तर माध्य**
(Weighted Geometric Average)

यह बतलाया जा चुका है कि माध्य निकालते समय मूल्यों को उनके महत्व के अनुसार स्थान देने के लिये भार देना आवश्यक होता है। समानान्तर माध्य निकालते समय इसका विस्तृत रूप से प्रयोग हम देख चुके हैं। गुणोत्तर माध्य निकालते समय भी विभिन्न मूल्यों को उनकी महत्ता के अनुसार भार देने की प्रत्यन्त आवश्यकता पड़ती है। यदि ऐसा न किया जाय तो गुणोत्तर माध्य वास्तविक स्थिति को प्रदर्शित नहीं करेगा और परिणाम भ्रामक होगा। भारित गुणोत्तर माध्य निकालते समय निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

- (१) प्रत्येक मूल्य का लघुगणक (Logarithms) प्राप्त करते हैं।
- (२) प्रत्येक लघुगणक का सम्बन्धित भार से गुणा करते हैं।
- (३) इन गुणनफलों के योग में भार के योग का भाग देते हैं।

(४) भजनफल का प्रतिनद्युगणक (Anti Log) प्राप्त करेंगे और यही भारत गुणोत्तर माध्य होगा ।

इसके लिय निम्न सूत्र प्रयुक्त होता है —

$$g_w = \sqrt[n]{a w_1 \times b w_2 \times \dots \times n w_n}$$

तद्युगणको की सहायता से यह सूत्र निम्न रूप में होगा —

$$g_w = \text{Anti Log} \left\{ \frac{\text{Log } a \times w_1 + \text{Log } b \times w_2 + \dots + \text{Log } n \times w_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} \right\}$$

$$= \text{Anti Log} \left\{ \frac{\sum (\text{Log } x \times w)}{\sum w} \right\}$$

Where g_w represents Weighted Geometric Mean

a, b, c, \dots, n represent the values of items

$w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ represent the weights corresponding to the size of item to which they relate

Illustration 23

Calculate the Weighted Geometric Mean of the following —

| Commodity | Index No | Weight |
|-------------------|----------|--------|
| Wheat | 120 | 10 |
| Rice | 110 | 5 |
| Pulses | 130 | 5 |
| Gram | 125 | 3 |
| Other Food grains | 128 | 7 |

Solution 23

| Commodity | Weight (w) | Index No | Log of Index No | Product of weight & Log |
|-------------------|---------------|----------|-----------------|---|
| Wheat | 10 | 120 | 2.0792 | 20.7920 |
| Rice | 5 | 110 | 2.0414 | 10.2070 |
| Pulses | 5 | 130 | 2.1139 | 10.5695 |
| Gram | 3 | 125 | 2.0969 | 6.2907 |
| Other Food grains | 7 | 128 | 2.1072 | 14.7504 |
| | $\sum w = 30$ | | | $\sum (\text{Log } x \times w) = 62.6096$ |

$$g_w = \text{Anti Log} \frac{62.6096}{30}$$

$$= 122.2 \approx 122$$

गुणोत्तर माध्य की विशेषतायें

सभी माध्यों की तरह गुणोत्तर माध्य की भी कुछ निम्नी विशेषतायें हैं जो निम्न हैं :—

- (१) गुणोत्तर माध्य में समानान्तर माध्य की अपेक्षा अति सीमान्त पदों को कम महत्त्व दिया जाता है। फलस्वरूप असाधारण छोटे व बड़े मूल्यों का कम प्रभाव पड़ता है।
- (२) यह घनारमक मूल्यों में प्राप्त किया जा सकता है। जब कोई मूल्य शून्य में या ऋणात्मक हो तो गुणोत्तर माध्य ज्ञात करना असम्भव ही जाता है।
- (३) जब परिवर्तन की दर या अनुपातों का माध्य निकालना हो तो इस प्रकार का माध्य अधिक उपयुक्त होता है।
- (४) गुणोत्तर माध्य का बीजगणितीय विवेचन हो सकता है।
- (५) यह जटिल होता है और इसे प्राप्त करने के लिये लघुगणकों व प्रति-लघुगणकों का ज्ञान आवश्यक है।

गुणोत्तर माध्य के गुण

- (१) इस माध्य पर अतिसीमान्त पदों का प्रभाव पहले वर्णन किये गये सभी माध्यों की अपेक्षा कम पड़ता है। फलस्वरूप परिणाम अधिक प्रतिनिधि व शुद्धता के समीप होता है।
- (२) इस माध्य को निकालते समय सभी मूल्यों को प्रयोग में लाया जाता है। किसी पद को छोड़ा नहीं जाता। इससे फल अधिक गणितीय शुद्धता के निकट होता है।
- (३) यह माध्य उच्चस्तरीय गणितीय विवेचन के सर्वथा उपयुक्त है।
- (४) यह माध्य उस समय विशेष रूप से उपयुक्त होता है जब समंको की प्राकृति में विषमता हो।
- (५) यदि आंकड़ों का कुल मूल्य व उनकी कुल संख्या ज्ञात हो तो इसे प्राप्त किया जा सकता है।
- (६) अनुपातों का माध्य निकालने के लिये गुणोत्तर माध्य बहुत उपयुक्त है। इसीलिये देशनाओं के अध्ययन में इसका प्रयोग अधिक होता है।

गुणोत्तर माध्य के दोष

- (१) इस माध्य को निकालने का ढंग अन्य माध्यों की अपेक्षा अधिक कठिन है। इसलिये इनका प्रयोग जन सामान्य के लिये सम्भव नहीं।
- (२) यदि एक पद का मूल्य शून्य हो तो यह माध्य शून्य हो जायेगा जो सच्चा प्रतिनिधित्व नहीं करेगा।

- (३) इसे निकालने के लिये समक मात्रा की बनावट का पूर्ण ज्ञान बहुत आवश्यक है ।
- (४) यदि श्रेणी में कोई मूल्य ऋणात्मक है, तब भी यह माध्य नहीं निकाला जा सकता ।
- (५) इसे प्राप्त करने के लिये सभी पदों का मूल्य जानना आवश्यक है । यदि कोई भी मूल्य न मिले तो इसे निकालना असम्भव है ।
- (६) इस माध्य को केवल निरीक्षण के द्वारा नहीं प्राप्त किया जा सकता ।
- (७) कोई आवश्यक नहीं कि गुणोत्तर माध्य दिये गये मूल्यों में से ही कोई हो । वह कोई नई संख्या भी हो सकती है ।

गुणोत्तर माध्य का उपयोग

गुणोत्तर माध्य का उपयोग निम्न दशाओं में अधिक आवश्यक है :—

- (१) जहाँ बड़े मूल्यों को कम महत्त्व देना हो और छोटे मूल्यों को अपेक्षाकृत अधिक महत्त्व देना हो ।
- (२) जहाँ निरपेक्ष पदों का औसत न निकालना हो बल्कि अनुपातों या दरों का माध्य निकालना हो ।
- (३) जहाँ मूल्यों में अधिक असमानता हो । कोई मूल्य बहुत छोटा तथा कोई बहुत बड़ा हो ।

हरात्मक माध्य (Harmonic Mean)

यदि किसी श्रेणी के पदों की संख्या को उन पदों के व्युत्क्रमों (Reciprocals) के भाग से योग दिया जाय तो जो भजनफल प्राप्त होता है उसे ही उस श्रेणी का हरात्मक माध्य कहते हैं । इसी बात को दूसरे शब्दों में यों कह सकते हैं कि हरात्मक माध्य किसी श्रेणी के विभिन्न पदों के व्युत्क्रमों के समानान्तर माध्य का व्युत्क्रम होता है । रिती संख्या का व्युत्क्रम (Reciprocal) एक ऐसी संख्या होती है जिसमें उसी संख्या का गुणा करने पर गुणनफल एक हो । जैसे १५ का व्युत्क्रम $\frac{1}{15}$ और २२ का व्युत्क्रम $\frac{1}{22}$ होगा । व्युत्क्रम सारणी (Reciprocal Tables) की सहायता से किसी भी संख्या का व्युत्क्रम अत्यन्त सरलता से प्राप्त किया जा सकता है । हरात्मक माध्य को ज्ञात करने का सूत्र निम्न है —

$$H = \frac{n}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots + \frac{1}{n}}$$

$$H = \text{Reciprocal} = \frac{\text{अथवा}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots + \frac{1}{n}}$$

Where H represents Harmonic Mean
 a, b, c, n represent the value of n items of
 the variable.
 n represents the number of items.

हरात्मक माध्य निकालने की रीति (Method of Calculating the Harmonic Mean)

साधारण श्रेणी (Individual series) :—

Illustration 24.

Find the Harmonic Mean of the following —
 6, 10, 15 and 20

Solution 24.

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{n}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots + \frac{1}{n}} \\
 &= \frac{4}{\frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20}} \\
 &= \frac{4}{\frac{10+6+4+3}{60}} \\
 &= \frac{4}{\frac{23}{60}} \\
 &= 4 \times \frac{60}{23} \\
 &= 10.43
 \end{aligned}$$

व्युत्क्रम सारणी की सहायता से करते समय निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं—

(१) पहले प्रत्येक मूल्य का व्युत्क्रम व्युत्क्रम-सारणी की सहायता से प्राप्त करते हैं।

(२) सभी व्युत्क्रमों को जोड़ देते हैं।

(३) इस योग में पदों की संख्या का भाग दे देने हैं।

(४) प्राप्त भजन फल का व्युत्क्रम निकालने हैं।

यही हरात्मक माध्य होगा।

व्युत्क्रमों की रीति में ऊपर का प्रश्न निम्न ढंग से होगा—

| Measurement | Reciprocals |
|-------------|-------------|
| 6 | 1667 |
| 10 | 1000 |
| 15 | 0666 |
| 20 | 0500 |

$$H = \text{Reciprocal of } \frac{3833}{4}$$

$$= \text{ " " " } \frac{958}{10}$$

$$= \text{ " " " } 95.8$$

Illustration 25.

The monthly income of ten families in rupees in a certain locality are given below Calculate the Harmonic mean —

85, 70, 10, 75, 500, 8, 42, 250, 40 and 36

Solution 25

| Family | Income in Rs (x) | Reciprocals (1/x) |
|--------|---------------------|----------------------|
| A | 85 | 0.01176 |
| B | 70 | 0.01429 |
| C | 10 | 0.10000 |
| D | 75 | 0.01333 |
| E | 500 | 0.00200 |
| F | 8 | 0.12500 |
| G | 42 | 0.02381 |
| H | 250 | 0.00400 |
| I | 40 | 0.02500 |
| J | 36 | 0.02778 |
| | | <hr/> 0.31697 <hr/> |

$$H = \frac{n}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \dots + \frac{1}{n}}$$

$$= \frac{n}{\sum(1/x)}$$

$$= \frac{10}{0.31697}$$

$$= \text{Rs } 28.82$$

विच्छिन्न श्रेणी (Discrete Series)

विच्छिन्न माता में हारमनिक माध्य निजातरी के निचे निम्न क्रियायें करनी पड़ती हैं :—

- (१) प्रत्येक मुख्य वर गुणकम व्युत्क्रम-सारणी की सहायता से प्राप्त करते हैं।
- (२) इन प्राप्त व्युत्क्रमों से उनकी संबन्धित आवृत्तियों को गुणा कर देते हैं।
- (३) इन आवृत्तियों के योग में इन गुणनक्रमों का भाग देने हैं। अन्ततम हारमनिक माध्य होता है।

Illustration 26

| Age in years | No. of Persons. |
|--------------|-----------------|
| 50 | 2 |
| 51 | 4 |
| 52 | 10 |
| 53 | 6 |
| 54 | 2 |
| 55 | 2 |

Calculate the Harmonic Mean

Solution 26.

Calculation of Harmonic Mean.

| Age in Years (x) | No of Persons (f) | Reciprocal (1/x) | Product of col. (2) × (3) (f/x) |
|---------------------|----------------------|---------------------|------------------------------------|
| 50 | 2 | 0.0200 | 0.0400 |
| 51 | 4 | 0.01961 | 0.07844 |
| 52 | 10 | 0.01923 | 0.19230 |
| 53 | 6 | 0.01887 | 0.11322 |
| 54 | 2 | 0.01852 | 0.03704 |
| 55 | 2 | 0.01818 | 0.03636 |
| | 26 | | 0.49736 |

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{\sum (f)}{\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \frac{f_3}{x_3} + \dots + \frac{f_n}{x_n}} \\
 &= \frac{26}{0.49736} \\
 &= 52.27 \text{ years}
 \end{aligned}$$

संचित श्रेणी (Continuous Series)

संचित श्रेणी मानों में हरात्मक माध्य निकालने समय निम्न विधियों बरनी पड़ती हैं :-

- (१) सर्वप्रथम प्रत्येक वर्ग का मध्य बिन्दु प्राप्त करते हैं।
 - (२) फिर इन मध्य बिन्दुओं का व्युत्क्रम व्युत्क्रम-सारणी की सहायता से प्राप्त करते हैं।
 - (३) इन व्युत्क्रमों से और सम्बन्धित आवृत्तियों से गुणा करते हैं।
 - (४) इन गुणनफलों के योग में आवृत्तियों के योग में भाग देने हैं।
- प्राप्त भजनफल हरात्मक माध्य होता है।

Illustration 27

Calculate the Harmonic Mean —

| Marks | Number of Students |
|-------|--------------------|
| 0-10 | 4 |
| 10-20 | 5 |
| 20-30 | 11 |
| 30-40 | 6 |
| 40-50 | 1 |

Solution 27.

Calculation of Harmonic Mean

| Group | Mid point (x) | Frequency (f) | Reciprocals (1/x) | Product of col 2 x 3 (f/x) |
|-------|---------------|-------------------|-------------------|----------------------------|
| 0-10 | 5 | 4 | 0.2000 | 0.8000 |
| 10-20 | 15 | 5 | 0.0667 | 0.3335 |
| 20-30 | 25 | 11 | 0.0400 | 0.4400 |
| 30-40 | 35 | 6 | 0.0286 | 0.1712 |
| 40-50 | 45 | 1 | 0.0222 | 0.0444 |
| | | $\Sigma (f) = 30$ | | $\Sigma (f/x) = 1.83365$ |

$$\begin{aligned}
 H &= \frac{\Sigma (f)}{\frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \frac{f_3}{x_3} + \dots + \frac{f_n}{x_n}} \\
 &= \frac{\Sigma (f)}{\Sigma (f/x)} \\
 &= \frac{30}{1.83365} = 16.36 \text{ years}
 \end{aligned}$$

भारित हरात्मक माध्य (Weighted Harmonic Mean)

भूखण्डों के महत्त्व के अनुसार उचित भार देकर भी हरात्मक माध्य निकाला जा सकता है। इसे भारित हरात्मक माध्य कहाँ है। भार निर्दिष्ट करने के विषय में हम विचार कर चुके हैं। भार निर्दिष्ट करने समय ध्यान रखने योग्य बातें निम्न हैं।

- भारित हरात्मक माध्य निकालने समय ध्यान रखने वाली बातें हैं :—
- (१) महत्त्व के अनुसार प्रत्येक भूखण्ड का भार निर्दिष्ट करने है।
- (२) प्रत्येक भूखण्ड का व्युत्क्रम हरात्मक-सारणी (Reciprocal Table) सहायता से प्राप्त करते हैं।
- (३) प्रत्येक भूखण्ड के व्युत्क्रमों में तथा उसके भार में गुणा करने है।
- (४) इस गुणनफल का योग करते हैं।
- (५) इस योग में भार के योग का भाग देना है।

(६) भागफल का व्युत्क्रम व्युत्क्रम-सारणी की सहायता से निकालने हैं। प्राप्त फल भारित हरात्मक माध्य होता है। इसके लिये निम्न सूत्र का प्रयोग होगा :—

$$H_w = \frac{\sum (\text{Weight} \times \text{Reciprocal})}{\text{Reciprocal of } \sum \text{Weight}}$$

Illustration 28.

| Size | Weight |
|------|--------|
| 40 | 10 |
| 50 | 6 |
| 120 | 4 |
| 150 | 2 |
| 110 | 3 |

Calculate Weighted Harmonic Mean

Solution 28.

| Measurement | Weight | Reciprocals | Weight × Reciprocals |
|-------------|-----------------|-------------|--|
| 40 | 10 | 0.02500 | 0.25000 |
| 50 | 6 | 0.02000 | 0.12000 |
| 120 | 4 | 0.00833 | 0.03332 |
| 150 | 2 | 0.00666 | 0.01332 |
| 110 | 3 | 0.00909 | 0.02727 |
| | $\Sigma W = 25$ | | $\Sigma W \times \text{Rec} = 0.44391$ |

$$H_w = \text{Reciprocal of } \frac{0.44391}{25}$$

$$= 56.30 \quad \text{or} \quad 0.177$$

हरात्मक माध्य की विशेषताएँ

हरात्मक माध्य की विशेषताये निम्न है :—

(१) बड़े मूल्यों का कम प्रभाव—इस माध्य पर बड़े मूल्यों का बहुत कम प्रभाव पड़ता है। इसलिये यह वहाँ के लिये उपयुक्त होते हैं जहाँ किसी एक या दो बड़े मूल्य के धा जाने से माध्य मूल्यों का ठीक प्रतिनिधित्व नहीं करता।

(२) प्रयोग सीमित—सामान्यतः इस माध्य का प्रयोग कम होता है क्योंकि इसमें व्युत्क्रम निकालने में असुविधा होती है।

(३) जटिल—यदि व्युत्क्रम सारणी की सहायता न की जाय तो व्युत्क्रम निकालने में अधिक परिश्रम करना पड़ता है और यदि व्युत्क्रम सारणी से व्युत्क्रम निकाला जाय तो इसको समझने में असुविधा होती है।

(४) बीज-गणितीय विवेचन संभव—इस माध्य में बीज-गणितीय विवेचन संभव है। इसलिये इसका प्रयोग सदा ठीक रहता है।

हरात्मक माध्य के गुण

(१) यह माध्य अथवा सभी प्रकार के माध्यों की अपेक्षा बड़ा मूल्यों को कम और छोटे मूल्यों को अधिक भार देता है। परन्तु यह माध्य अथवा सभी माध्यों की अपेक्षा छोटा होता है।

(२) इस माध्य की गणना के समय श्रेणियों के सभी पदों का प्रयोग किया जाता है। परन्तु प्रत्येक पद परित्याग की प्रभावित करता है।

(३) ऐसी श्रेणियाँ जहाँ विचलन अधिक हो वहाँ के लिये यह माध्य अधिक उपयुक्त होता है क्योंकि विचलन का कम प्रभाव पड़ता है।

(४) इस माध्य में गणितोप विवेचन किया जा सकता है क्योंकि इसमें वही भी गणितोप दृष्टि से कोई कमी नहीं।

(५) समय, दर गति, चलन वेग (velocity) आदि का सम्बन्ध करते समय यह माध्य अधिक उपयुक्त होता है।

हरात्मक माध्य के दोष

(१) इस माध्य की गणना के लिये श्रेणियों के सभी पदों की आवश्यकता पड़ती है। किसी भी मूल्य के अभाव में इसकी गणना सम्भव नहीं।

(२) अत्यन्त गणना में असुविधा होती है। अत्यन्त उच्चता का उद्घाटन से भी अत्यन्त निरक्षर करना एक सामान्य व्यक्ति के लिये कठिन है।

(३) यह माध्य एक ऐसी संख्या हो सकती है जो समय मात्रा में विद्यमान नहीं हो। इसलिये कभी-कभी यह श्रेणियों के मूल्यों का अच्छा प्रतिनिधि नहीं हो सकता।

वर्गकरणी माध्य (Quadratic Mean)

समय मात्रा में अथवा समय मूल्य धनात्मक होते हैं तब उत्तम माध्य सामान्य रूप से निकाल लेंगे हैं और इस प्रकार निकाले जाने वाले माध्यों का विवेचन विस्तृत रूप में किया गया है। परन्तु कभी-कभी ऐसा भी होता है जब कुछ मूल्य अकारण होते हैं और कुछ धनात्मक ऐसी वस्तुओं में साधारण माध्य निकालने की प्रवृत्ति का अच्छा प्रतिनिधित्व नहीं कर सकता। अकारण मूल्यों को छोड़ देते पर भी उत्तर ठीक नहीं होता। ऐसी वस्तुओं में वर्गकरणी माध्य की उद्घाटन की जाती उपयुक्त है। वर्गकरणी माध्य सभी मूल्यों के वर्गों के योग में पदों की संख्या से भाग देने पर प्राप्त भजनफल का वर्गमूल होता है। सभी मूल्यों का वास्तविक अकारण मूल्य भी धनात्मक में परिवर्तित हो जाते हैं।

वर्गकरणी माध्य गणना के समय निम्न कार्य करने पड़ते हैं —

(१) समस्त श्रेणियों के सभी पदों का वर्ग कर लेंगे हैं।

Quadratic Mean is an average obtained by extracting the root of the sum of squares of item values divided by their number

- (२) इन वर्गों का योग प्राप्त करने है।
 (३) वर्गों के योग में पदा की संख्या का भाग देने है।
 (४) प्राप्त मंत्रनसल का वर्गमूल निकालना है।
 यही वर्गकरणी माध्य होता है।

इसके लिए निम्न सूत्र प्रयोग में लाया जाता है —

$$Q_m = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2 + \dots + n^2}{n}}$$

Where Q_m represents the Quadratic Mean

a^2, b^2 etc represent the squares of various item values

n represents the number of items

Illustration 29

Find out the Quadratic Mean of the following —

| S No | Rs |
|------|----|
| 1 | 10 |
| 2 | 15 |
| 3 | 20 |
| 4 | 12 |
| 5 | 8 |

Solution 29.

$$\begin{aligned} Q_m &= \sqrt{\frac{(10)^2 + (15)^2 + (20)^2 + (12)^2 + (8)^2}{5}} \\ &= \sqrt{\frac{100 + 225 + 400 + 144 + 64}{5}} \\ &= \sqrt{\frac{933}{5}} \\ &= \sqrt{186.6} \\ &= \text{Rs } 13.6 \end{aligned}$$

वर्गकरणी माध्य की विशेषताएँ

(१) इस माध्य का प्रयोग उस समय होता है जब श्रेणी में कुछ मूल्य घनात्मक तथा कुछ ऋणात्मक रहते हैं।

(२) इस माध्य के निश्चालने समय सभी मूल्यों का वर्ग निश्चालना पड़ता है। जो पदों के बड़े होने पर बहुत बर्बाद कार्य होता है।

(३) कोई आश्चर्यजनक नहीं कि माध्य दिए गये मूल्यों में से ही हो।

(४) सामान्यतः इस माध्य का प्रयोग बहुत कम होता है।

संगणकीय माध्य के गुण

(१) गणनात्मक माध्य की समस्याओं के अध्ययन में यह माध्य बहुत उपयुक्त है।

(२) धनात्मक मूल्यों के बीच जब प्रमाणात्मक स्तर का जाता है तो इस माध्य का प्रयोग अनिवार्य हो जाता है।

(३) इस माध्य का प्रयोग बीज गणितीय विवेचन में किया जा सकता है।

(४) इस माध्य को निश्चालने समय किसी मूल्य को छोड़ा नहीं जाना।

वर्गणकीय माध्य के दोष

(१) यह माध्य बड़े मूल्यों के बहुत प्रभावित होता है और इसलिये फल सक्षम प्रतिनिधि नहीं हो पाता।

(२) इस माध्य को निश्चालने में समानांतर माध्य की अपेक्षा अधिक परिश्रम करना पड़ता है।

(३) पदों के वर्ग निश्चालने तथा फिर उनके योग में मूल्यों का भाग देकर भजनफल का वर्गमूल निश्चालने में असुविधा होती है। यह कार्य एक साधारण व्यक्ति के लिये कठिन तब बँटा है।

(४) यह कोई आश्चर्यजनक नहीं कि यह माध्य दिये गये मूल्यों में से ही कोई हो। यह बाहर से भी हो सकता है। इसलिये अच्छा प्रतिनिधित्व नहीं कर पाती।

चल माध्य (Moving Average)

यह माध्य एक प्रकार का समाधानतर माध्य है। अन्तर यह है कि समाधानतर माध्य सम्पूर्ण समस्त मापों के लिये एक होता है परन्तु चल माध्य बदलते रहता है। यह माध्य सामान्यतः तीन वर्ष, पाँच वर्ष या पाँच वर्ष के आध्याय पर निश्चालना जाता है। यह माध्य निश्चालने समय क्रमशः एक-एक पद को छोड़ने चलते हैं। इस माध्य का प्रयोग विशेषकर समय श्रेणियों में किया जाता है।

यह माध्य निश्चालने समय निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं—

(१) सर्व प्रथम यह निर्दिष्ट करना पड़ता है कि कितनी वर्षीय माध्य निश्चालना है। ऐसा करते समय अद्युक्त (old) संख्या सेना ही डीज है। इसलिये वर्षीय, पाँच वर्षीय या दशवर्षीय आदि माध्य निश्चालने का निर्दिष्ट करने हैं।

(२) इसके उपरान्त उतने वर्षों के मूल्यों का समानान्तर माध्य निकालकर बीच वाले वर्ष के सामने रखते हैं जैसे यदि त्रैवर्षीय चले माध्य निकाल रहे हों तो पहले, दूसरे व तीसरे वर्ष के मूल्यों का समानान्तर माध्य निकाल कर दूसरे वर्ष के सामने रखते हैं और यदि पंचवर्षीय चल माध्य निकाल रहे हों तो पहले, दूसरे तीसरे, चौथे और पाँचवें वर्ष का समानान्तर माध्य निकालकर दूसरे वर्ष के सामने रखते हैं।

(३) पहले तीन, पाँच या छठ वर्षों का माध्य निकालने के उपरान्त पहले वर्ष को छोड़कर फिर समानान्तर माध्य निकालने हैं। जैसे त्रैवर्षीय माध्य निकालते समय सर्वप्रथम पहले, दूसरे व तीसरे वर्ष का समानान्तर माध्य निकालने हैं। फिर दूसरे, तीसरे, और चौथे वर्ष का समानान्तर माध्य निकाल कर तीसरे वर्ष के सामने रखेंगे। इसी प्रकार माध्य निकालने चलेंगे।

(४) यदि युग्म वर्षों का सम (Even) संख्या जैसे ४ वर्ष ६ वर्ष आदि के आधार पर चल माध्य निकाला जाय तो माध्य को दो वर्षों के बीच में लिखना पड़ेगा।

त्रैवर्षीय चल माध्य निकालने के लिये निम्न सूत्र है—

$$\frac{a+b+c}{3}, \frac{b+c+d}{3}, \frac{c+d+e}{3} \text{ आदि।}$$

इसी प्रकार पंचवर्षीय चल माध्य निकालने के लिये निम्न सूत्र है—

$$\frac{a+b+c+d+e}{5}, \frac{b+c+d+e+f}{5}, \frac{c+d+e+f+g}{5} \text{ आदि।}$$

Illustration 30.

Find out 3 yearly and 5 yearly moving averages of the following data :—

| Year | 1941 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 1953 |
|-------|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|------|
| Value | 10 | 15 | 20 | 22 | 28 | 22 | 26 | 27 | 30 | 18 | 23 | 24 | 23 |

Calculation of 3 yearly and 5 yearly moving Average

| Year | Value | 3 Yearly Moving Average | 5 Yearly Moving Average |
|------|-------|-----------------------------|-----------------------------------|
| 1911 | 10 | | |
| 1912 | 15 | $\frac{10+15+20}{3} = 15$ | |
| 1913 | 20 | $\frac{15+20+22}{3} = 19$ | $\frac{10+15+20+22+28}{5} = 19$ |
| 1914 | 22 | $\frac{20+22+28}{3} = 23.3$ | $\frac{15+20+22+28+22}{5} = 21.4$ |
| 1915 | 28 | $\frac{22+28+22}{3} = 21$ | $\frac{20+22+28+22+26}{5} = 23.6$ |
| 1916 | 22 | $\frac{28+22+26}{3} = 25.3$ | $\frac{22+28+22+26+27}{5} = 25$ |
| 1917 | 26 | $\frac{22+26+27}{3} = 25$ | $\frac{28+22+26+27+30}{5} = 26.6$ |
| 1918 | 27 | $\frac{26+27+30}{3} = 27.6$ | $\frac{22+26+27+30+18}{5} = 24.6$ |
| 1919 | 30 | $\frac{27+30+18}{3} = 25$ | $\frac{26+27+30+18+23}{5} = 24.8$ |
| 1850 | 18 | $\frac{30+18+23}{3} = 23.6$ | $\frac{27+30+18+23+21}{5} = 24.4$ |
| 1951 | 23 | $\frac{18+23+21}{3} = 21.6$ | $\frac{30+18+23+24+23}{5} = 23.6$ |
| 1952 | 21 | $\frac{23+21+23}{3} = 23.3$ | |
| 1953 | 23 | | |

चल माध्यो का प्रभाव यह होता है कि यह अल्पकालीन परिवर्तनो पर नहीं विचार करता। यह दीर्घकालीन परिवर्तनो पर ही विचार करता है।

प्रगामी माध्य (Progressive Average)

यह माध्य भी समानान्तर माध्य से मिलता जुलता है। प्रगामी माध्य निकालते समय चालू वर्ष का माध्य पिछले वर्षों के मूल्यों व चालू वर्ष के मूल्य का समानान्तर माध्य होता है। चल माध्य में व प्रगामी माध्य में एक मुख्य अन्तर यह है कि प्रगामी माध्य को प्रवृत्ति सचयी होती है अर्थात् पहले १ वर्ष का, फिर २ वर्ष का, ३ वर्ष का, ४ वर्ष और इस प्रकार अंत में जितने वर्ष होते हैं उतने वर्ष का समानान्तर माध्य निकालते हैं।

इसको निकालने के लिये निम्न सूत्र प्रयोग में लाये जाते हैं :—

$$\text{पहले वर्ष का प्रगामी माध्य} = \frac{a}{1}$$

$$\text{दूसरे " " " " } = \frac{a+b}{2}$$

$$\text{तीसरे " " " " } = \frac{a+b+c}{3}$$

$$\text{चौथे " " " " } = \frac{a+b+c+d}{4}$$

और इसी प्रकार आगे चलता जायेगा।

a, b, c आदि मूल्यों को प्रकट करते हैं।

उदाहरण

| Year | Profit in thousand Rs. | Progressive Averages |
|------|---------------------------|------------------------------|
| 1954 | 10 | $\frac{10}{1} = 10$ |
| 1955 | 12 | $\frac{10+12}{2} = 11$ |
| 1956 | 20 | $\frac{10+12+20}{3} = 14$ |
| 1957 | 22 | $\frac{10+12+20+22}{4} = 16$ |

| | | |
|------|----|--|
| 1958 | 26 | $\frac{10+12+20+22+26}{5} = 18$ |
| 1959 | 30 | $\frac{10+12+20+22+26+30}{6} = 20$ |
| 1960 | 28 | $\frac{10+12+20+22+26+30+28}{7} = 21.14$ |

समयित माध्य (Composite Average)

विभिन्न समानांतर मापों के समानांतर माध्य का समयित माध्य कहते हैं। किसी परिवार के लोगो को धार का मासिक समानांतर माध्य निम्न है :—

| |
|---------------|
| जनवरी = २०० |
| फरवरी = १५० |
| मार्च = ३०० |
| अप्रैल = २५० |
| मई = २५० |
| जून = ३०० |
| जुलाई = ४०० |
| अगस्त = २०० |
| सितम्बर = २६० |
| अक्टूबर = २५० |
| नवम्बर = २४० |
| दिसम्बर = २६० |

उक्त वर्ष का औसत धार समयित माध्य कहनायेगा। इसका समयित माध्य निम्न सूत्र से निकालेंगे :—

$$\frac{a+b+c+d+e+f+g+h+i+j+k+l}{12}$$

a, b, c, d आदि प्रत्येक माह को औसत धार को प्रकट करते हैं।

ऊपर के उदाहरण का समयित माध्य निम्न होगा :—

$$= \frac{200 + 150 + 300 + 250 + 250 + 300 + 400 + 200 + 260 + 250 + 240 + 260}{12} = 254.16 \text{ रु०।}$$

सामान्य व प्रमाणित मृत्यु और जन्म की दरें (General or Crude and Standardized Death and Birth Rates)

जन्म व मृत्यु की दरें प्रति हजार देने का प्रचलन है। ये दरें निकालने के लिये भारत समानान्तर माध्य का प्रयोग किया जाता है। इस रीति से दो स्थानों के लोगों की आयु दशा, स्वास्थ्य दशा व प्रजनन शक्ति की तुलना की जाती है।

दो स्थानों की जन्म दर व मृत्यु दर की तुलना करने के लिये यह आवश्यक है कि एक प्रमाण जनसंख्या (Standard Population) हो तथा दूसरी स्थानीय जनसंख्या (Local Population) हो। तभी किसी स्थान की जन्म दर या मृत्यु दर कैसी है इसका विश्वसनीय अनुमान लगाया जा सकता है।

मृत्यु दर दो प्रकार की होती है :—

- (१) सामान्य या अशोधित मृत्यु दर (General or Crude Death Rate)
- (२) प्रमाणित या शोधित मृत्यु दर, (Standardized or Crude Death Rate)

सामान्य या अशोधित मृत्यु दर (General or Crude Death Rate)

इस प्रकार की मृत्यु दर निकालते समय निम्न कार्य करने पड़ते हैं :—

- (१) सर्वप्रथम प्रत्येक आयु वर्ग का मृत्यु दर प्रति सहस्र निकालने हैं।
- (२) प्रत्येक आयु वर्ग की जनसंख्या को भार मान लेते हैं।
- (३) प्रत्येक वर्ग की मृत्यु दर व भार में गुणा करके गुणनफल का योग निकाल लेते हैं।
- (४) इस योग में भारों के योग का अर्थात् सम्पूर्ण जनसंख्या का भाग दे दें हैं।

इस प्रकार प्राप्त भजनफल सामान्य या अशोधित मृत्यु दर प्रकट करेगा।

Illustration 31.

The deaths of two towns A and B are given according to the age groups and you are asked to compare the health conditions of two towns.

| Age group | Town-A | | Town-B | |
|-----------|------------|--------|------------|--------|
| | Population | Deaths | Population | Deaths |
| Under 5 | 25,000 | 550 | 10,000 | 220 |
| 5—15 | 40,000 | 280 | 15,000 | 105 |
| 15—35 | 60,000 | 720 | 20,000 | 240 |
| Over 35 | 15,000 | 525 | 15,000 | 525 |
| | 1,40,000 | 2,075 | 60,000 | 1,090 |

(B. Com., Agra 1959)

Solution 31.

| Age group | Town—A | | | Town—B | | |
|-----------|------------|-------|------------|------------|-------|------------|
| | Population | Death | Death Rate | Population | Death | Death Rate |
| Under 5 | 25,000 | 570 | 22 | 10,000 | 220 | 22 |
| 5—15 | 10,000 | 280 | 7 | 15,000 | 105 | 7 |
| 15—35 | 60,000 | 720 | 12 | 20,000 | 240 | 12 |
| Above 35 | 15,000 | 525 | 35 | 15,000 | 525 | 35 |
| Total | 1,40,000 | 2,075 | 14.8 | 60,000 | 1,090 | 18.1 |

General or Crude Death Rate of Town A :—

$$= \frac{(25,000 \times 22) + (10,000 \times 7) + (60,000 \times 12) + (15,000 \times 35)}{25,000 + 10,000 + 60,000 + 15,000}$$

$$= \frac{5,50,000 + 2,80,000 + 7,20,000 + 5,25,000}{25,000 + 10,000 + 60,000 + 15,000}$$

$$= \frac{20,75,000}{1,40,000} = 14.8$$

General or Crude Death Rate of Town B —

$$= \frac{(10,000 \times 22) + (15,000 \times 7) + (20,000 \times 12) + (15,000 \times 35)}{10,000 + 15,000 + 20,000 + 15,000}$$

$$= \frac{2,20,000 + 1,05,000 + 2,40,000 + 5,25,000}{10,000 + 15,000 + 20,000 + 15,000}$$

$$= \frac{10,90,000}{60,000} = 18.1$$

प्रमाणित या शोधित मृत्यु दर (Standardized or Corrected Death Rate)

ऊपर हम सामान्य या प्रमाणित मृत्यु दरें निकाल चुके हैं। वता चलता है कि ब नगर की मृत्यु दर अ नगर की मृत्यु दर की अपेक्षा अधिक है। इसलिये इस तुलना के आधार पर हम इन परिस्थानों को धुँवने हैं कि ब नगर अ नगर की अपेक्षा अधिक स्वस्थ है। परन्तु इस प्रकार का तुलनात्मक अध्ययन विश्वव्यापी नहीं है। क्योंकि प्रत्येक नगर के विभिन्न आयु समूहों को भलग भलग भार दिया जाता है। जब तक दोनों नगरों के आयु वर्गों को दिये जाने वाले भारों में समता नहीं होगी, तब तक तुलना विश्वव्यापी नहीं होगी।

इस बात को ध्यान में रखते हुये यदि तुलनात्मक अध्ययन करना है तो अधिक विश्वव्यापी जनसंख्या के प्रमाण जनसंख्या (Standard Population) मान लेने हैं और इसी जनसंख्या का दोनों नगरों के लिये भार के रूप में प्रयोग करते हैं। इस प्रकार स्थानीय (Local) जनसंख्या की प्रमाणित या शोधित मृत्यु दर प्राप्त होती है।

अब ऊपर के प्रश्न में मान लीजिये हम **अ** नगर की जनसंख्या की प्रमाण मानते हैं तो **ब** नगर की प्रमाणित जनसंख्या निम्न ढंग से निकालेंगे :—

**Standardized or Corrected Death Rate of
Town B**

$$\frac{(22 \times 2,000) + (7 \times 40,000) + (12 \times 60,000) + (35 \times 15,000)}{1,40,000}$$

$$= \frac{20,75,000}{1,40,000} = 14.8$$

इस प्रकार हम इस परिणाम को यहूतन है कि **अ** नगर **ब** नगर की जनसंख्या की प्रमाणित मृत्यु दर बराबर अर्थात् १४.८ है। इससे यह परिणाम निकाला जा सकता है कि दोनों नगर समान ही स्वस्थ हैं। सामान्य मृत्यु दर के अनुसार **अ** नगर अधिक स्वस्थ था। ऐसी परिस्थिति में प्रमाण मृत्यु दर अधिक विश्वसनीय है।

ठीक इसी प्रकार जन्म दर, विवाह दर व बेरोजगारी दर भी सामान्य व प्रमाणित निकाली जा सकती हैं और इनमें तुलना की जा सकती है।

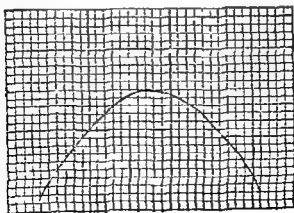
विभिन्न माध्यों का स्थान निरूपण (Position of the Averages)

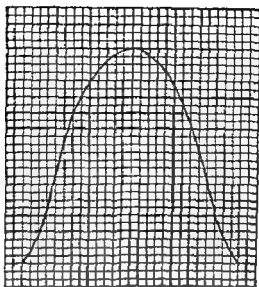
माध्यों के कई प्रकारों का विवेचन किया जा चुका है। यह आवश्यक नहीं कि सभी माध्य समान हों। प्रायः उनमें अंतर होता है। फिर भी उनमें आपस में कुछ सम्बन्ध होता है। यह सम्बन्ध ठीक प्रकार से निरूपित करने के लिये श्रेणी के आकार को जानना अत्यन्त आवश्यक है।

आवृत्तियों का वितरण दो प्रकार का हो सकता है :—

समितीय वितरण (Symmetrical Distribution)

समितीय श्रेणी में पदों की आवृत्तियाँ ऐसे क्रम में दी होती हैं कि यदि उन्हें विन्दु रेखीय-पत्र (Graph Paper) पर प्रदर्शित किया जाय तो पूर्ण संमिति प्राप्त हो। जैसे :—

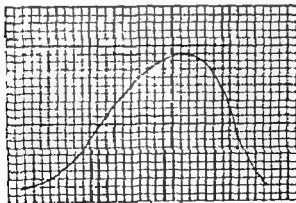


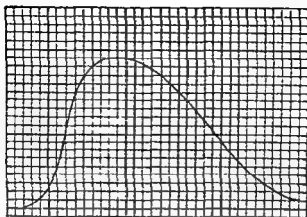


असममितीय वितरण (Asymmetrical Distribution)

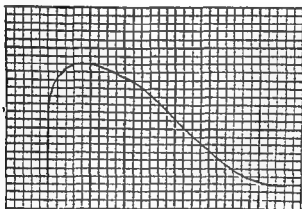
असममितीय वितरण में वक्रों की आकृतियाँ ऐसे भ्रम में बनी होती हैं कि यदि उन्हें बिन्दु रेखीय-पत्र (Graph Paper) पर प्रदर्शित किया जाय तो पूर्ण समिति म प्राप्त हो ।

जैसे :—

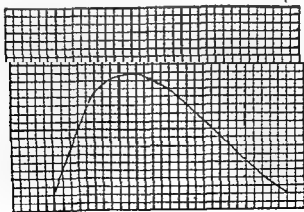




प्रसंगितय वितरण भी कही बहुत अधिक हो सक्ता है। जैसे :—

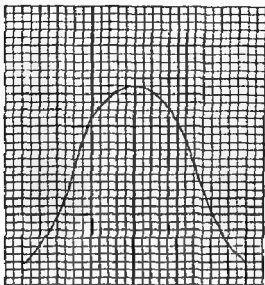


और कही कम हो सक्ता है। जैसे :—



विभिन्न प्रकार के माध्यों में सम्बन्ध के विषय में निम्न नियम हैं :—

(१) जब श्रेणी पूर्णरूप से सममित (Perfect Symmetrical) हो तो समानान्तर माध्य या मध्यक मध्यका, व भूविष्टक का मूल्य समान होगा ।



σ

$$a = Z = M$$

(२) असममित (Asymmetrical) श्रेणी में समानान्तर माध्य, मध्यका व भूविष्टक में निम्न सम्बन्ध होता है :—

$$M = a - \frac{1}{3}(a - Z)$$

$$\text{या } Z = 3M - 2a$$

$$a = \frac{1}{2}(3M - Z)$$

(३) समानान्तर माध्य, गुणोत्तर माध्य व हरात्मक माध्य में सामान्यतः समानान्तर माध्य सबसे बड़ा, उसके छोटा गुणोत्तर माध्य व सबसे छोटा हरात्मक माध्य होता है । इसे निम्न ढंग से प्रकट करते हैं :—

$$a > G > H$$

परन्तु यदि सभी पदों के मूल्य बराबर हो तो समानान्तर माध्य, गुणोत्तर व हरात्मक माध्य तीनों बराबर होते हैं :—

$$a = G = H$$

बिन्ही दो पदों का गुणोत्तर माध्य उनके समानान्तर व हरात्मक माध्यों के गुणोत्तर माध्य के बराबर होता है ।

$$G = \sqrt{a \times H}$$

उपयुक्त माध्य का चुनाव (Selection of Suitable Average)

प्रथम प्रश्न यह उठता है कि कौन सा माध्य वहाँ प्रयोग किया जाय। सभी प्रकार के माध्य सभी स्थानोंके-लिये उपयुक्त नहीं होते। यदि उपयुक्त माध्य का चुनाव न किया गया तो परिणाम भ्रम उत्पन्न करने वाले होंगे। इस विषय में प्रसिद्ध विद्वान् थो होरेस सेनाइस्ट का मत है कि माध्यों के प्रयोग करने के अविचार का निश्चय सभी तथ्यों तथा प्रत्येक माध्य के विशेष लक्षणों को ध्यान में रखकर करना चाहिये। इस विषय में थो वौफ (Waugh) का विचार है कि सांख्यिकी के प्रारम्भिक विद्यार्थियों को समानान्तर माध्य को प्रधानता देनी चाहिये। माध्य का चुनाव करते समय विशेषकर निम्न दो बातों को ध्यान में रखना अत्यन्त आवश्यक है :—

(१) माध्य का उद्देश्य।

(२) पदों का बंटन।

इन्हीं दो तथ्यों के आधार पर माध्य का चुनाव ठीक प्रकार से किया जा सकता है।

माध्यों का चुनाव करते समय सामान्यतः निम्न तथ्यों व नियमों को ध्यान में रखना आवश्यक है :—

(१) जिस श्रेणी में पदों का बंटन बहुत अधिक विषम हो वहाँ मध्यक या भूद्विष्टक का प्रयोग उपयुक्त होता है। इन दोनों में भी भूद्विष्टक को प्रधानता दी जानी चाहिये।

(२) जिस श्रेणी में बंटन ऊर्ध्व-वाहू (U-shaped) हो, वहाँ भूद्विष्टक ही अधिक उचित माध्य माना जायेगा।

(३) देशनांक निकालने समय शायः गुणोत्तर माध्य का प्रयोग अधिक उपयुक्त होता है।

(४) जब पदों के मूल्य गुणोत्तर क्रम में हो तो उस श्रेणी का ठीक प्रतिनिधित्व गुणोत्तर माध्य ही करेगा।

(५) जब किसी निश्चित समय के भीतर परिवर्तन का मापन करना हो तो गुणोत्तर माध्य अधिक उपयुक्त रहेगा।

(६) माध्य निकालते समय जब यह अपेक्षित हो कि यथासाध्य चल तत्व (Variable Factor) को स्थिर रखना आवश्यक हो, तब केवल केवल माध्य का प्रयोग वांछनीय रहेगा।

(७) जहाँ प्रतिसीमान्त पदों के कारण समानान्तर माध्य के ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व करने की संभावना न हो वहाँ मध्यक या भूद्विष्टक का प्रयोग उपयुक्त होगा।

(८) जिस श्रेणी में सामान्यतः सभी पद छोटे हों परन्तु केवल कुछ प्रतिसीमान्त पदों के प्रभाव के कारण समानान्तर माध्य बहुत अधिक घाता हो, वहाँ गुणोत्तर माध्य का प्रयोग अधिक ठीक होगा।

(६) इस प्रकार यदि लगभग सभी पद छोटे या बड़े हों वृद्धि वृद्धि के घटने का समानांतर माध्य बहुत बड़ा या छोटा होगा अतः माध्य निकालने पर भी उभरा प्रभाव कम न होना है इसलिए माध्य अधिक उपयोग होता है।

(१०) जब घन शीला न पदों का अंतर बहुत बड़ा हो तो, समानांतर माध्य अधिक उपयोग होगा।

(११) यदि अंतर की अस्थिरता का अध्ययन करना है तो माध्य, अनुसंधान विभागों में है।

आ गा० एम० वाल्श (C M. Walsh) के अनुसार माध्य का चुनाव करने समय निम्न बातों का ध्यान रखना चाहिए :—

(१) जब किसी समूह में अंतर बहुत बड़ा हो तो निम्नतम माध्यों में से किसी का प्रयोग करना चाहिए।

(२) जब निम्नतम माध्यों में अंतर बहुत बड़ा हो तो उच्चतम माध्यों का प्रयोग करना चाहिए।

(३) जहाँ उच्चतम माध्यों में अंतर बहुत बड़ा हो तो उच्चतम माध्यों का प्रयोग करना चाहिए।

Standard Exercises

1. What is the purpose served by an average? Discuss the special advantages attached to the different averages and illustrate their uses. (B Com, Agra, 1912)
2. What is meant by 'Central Tendency'? Describe the measures of measuring Central tendency. Point out the usefulness and limitations of each method. (B Com, Bombay, 1919)
3. What is a statistical average? What are the desirable properties for an average to possess? Which of the averages you know possess most of these properties? (B Com, Allahabad 1911)
4. Compare Mean, Mode and Median as averages representing groups. Explain with illustrations the particular circumstances in which each of them may be most advantageously used. (B Com, Agra, 1914)
5. The use of an average is always the function of the purpose one has in mind. Caution, forethought and analysis are necessary at every step in the use of averages. (B Com, Agra, 1953)

■ Define —

- (a) Arithmetic Average
- (b) Geometric

- (c) Median
- (d) Mode

Which of the four is the most representative and why ?
(M Com, Agra, 1945)

- 7 Write a note on the relative merits and uses of the following averages —
- (a) Arithmetic Average
 - (b) Median
 - (c) Mode
 - (d) Geometric Mean
 - (e) Harmonic Mean
- (B Com, Agra, 1957)
- 8 Each type of average has its own particular field of usefulness. In the light of this statement discuss characteristic features of the chief averages used in statistics
(B. Com, Agra, 1954)
- 9 Explain the uses of the different types of averages, with illustrations
(B Com, Lucknow, 1954)
- 10 What is an average? Under what circumstances would you use the following?
- (a) The mode instead of the arithmetic average
 - (b) The geometric average instead of the arithmetic average
 - (c) The arithmetic average instead of the median
- (B Com, Banaras, 1952)
- 11 Write short notes on any three of the following —
Limitations of averages Geometric and Harmonic averages
(B Com, Agra, 1959)
- 12 Discuss, giving examples, the merits and defects of the averages generally employed in business statistics
- 13 Discuss the relative merits of the various types of averages used in statistical analysis
- 14 Which of the averages will be most useful in the following problems? Give reasons—
- (a) Per capita consumption of food in a family consisting of children, women and men
 - (b) Average earnings of a trader
 - (c) Normal size of a hat for hat manufacturers
 - (d) Average size of oranges on a tree
- 15 (a) In what circumstances would you consider the Arithmetic Mean, the Geometric Mean, the Harmonic Mean, respectively, the most suitable statistic to describe the central tendency of a distribution?
- (b) Determine Mode and the Median from the following figures —
25, 15, 23, 40, 27, 25, 23, 25, and 20 ($Z=25$ and $M=25$)

- 16 Compare the merits and demerits of the Median and the Mode
In which of the following problems would they be most useful ?
- (a) Skill measurements
 - (b) Size of holdings
 - (c) Comparison of intelligence
 - (d) Marks obtained in any examination
 - (e) Heights and weights of students
- 17 'An average is a substitute for a complex group of variables, but it is not always safe to depend on the substitute alone to the exclusion of individual measurements of the group' Discuss
- 18 Explain what is meant by 'Central tendency' and describe the various methods of measuring it. Point out the usefulness of each method
(B Com, Raj, 1953)
- 19 'Averages linked with percentages constitute the whole basis upon which is raised the superstructure of a simple device of comparing factors which are not directly comparable' Discuss
(B Com, Allahabad, 1955)
- 20 What is the purpose served by an average? What are the limitations of the uses of each one of the different kinds of average you know?
(B Com, Raj, 1950)
- 21 Discuss the essential requisites of an average, and in the light of them examine critically all forms of averages. Give illustrations
(M A, Agra, 1951)
- 22 Explain the Law of Averages and describe the objects of computing statistical average. Also distinguish clearly between Average of Position and Mathematical averages
(B. Com Allahabad, 1957)
- 23 Show how the determination of the central tendency as well as the estimation of variations therefrom are together necessary for the proper understanding of a series of items. Discuss the propriety of using particular average under particular circumstances
(M Com Agra, 1956)
- 24 Statistics help collective agreement of wage adjustments. What data are required for the consideration of a revision in wage rates in a factory? Which average will you utilize and why?
(M Com, Allahabad, 1943)
- 25 What do you understand by the "Central Tendency" of a frequency distribution? Do you think a measure of Central Tendency is enough to describe a distribution? If not, what other measure or measures would you like to obtain for the purpose? Illustrate your answer by a suitable example
(B Com, Raj, 1955)
- 26 Enumerate and define the various kinds of averages in use, and indicate the purposes for which they are respectively

required. What fallacies have to be guarded against in using averages ?

- 27 How will you find (a) the average marks of a class of students to show the level of intelligence (b) the average cost of goods purchased in different lots to determine the selling price (c) the average size of groups of items for the purpose of classification and (d) the average rate of increase in prices when the prices increase at different rates during successive periods ? Explain why you adopt a particular method in each case ?

(B Com, Agra & Raj, 1948)

- 1 Name the different averages used in Statistics and explain how they conform to the requisites of a good average. Also mention the situations in which each of them would be appropriate.

Obtain the Mean, Median and the Mode of the following distribution —

| Marks | Frequency |
|--------|-----------|
| 10-25 | 6 |
| 25-40 | 20 |
| 40-55 | 44 |
| 55-70 | 26 |
| 70-85 | 3 |
| 85-100 | 1 |

$\bar{x} = 47.75$ marks, $M = 48.35$ marks and $Z = 48.57$ marks)

(M A, Agra, 1957)

Find the Mode and the Median from the following table by the use of graphs and check the results by calculations.

| Marks | Students | Marks | Students |
|-------|----------|-------|----------|
| 0-10 | 2 | 40-50 | 35 |
| 10-20 | 18 | 50-60 | 20 |
| 20-30 | 30 | 60-70 | 6 |
| 30-40 | 45 | 70-80 | 3 |

$Z = 36$ marks and $M = 36.66$

(B Com, Agra 1941)

The following are the monthly salaries in rupees of the employees in a branch bank. Calculate the Arithmetic Mean, the Geometric Mean, and the Harmonic Mean of the salaries. Which one of them represents the Salaries best, and why ?

10, 17, 29, 95, 95, 100, 100, 175, 250 and 750

($\bar{x} = \text{Rs } 162.1$, $G = \text{Rs } 82.41$ and $H = \text{Rs } 40.82$)

(B Com, Banaras, 1945)

The monthly incomes of 10 families in rupee in certain Locality are given below —

| Family | A | 85 | Family | P | 8 |
|--------|---|-----|--------|---|-----|
| | B | 70 | | G | 42 |
| | C | 100 | " | H | 250 |
| | D | 75 | " | I | 40 |
| | E | 500 | " | J | 36 |

Calculate the Mean, the Geometric Mean and the Harmonic Mean Which of the above three averages represents the above figures best ?

(\bar{x} = Rs 111.6, G = Rs 55.31 and H = Rs 28.82) (B Com, Agra 1915)

2 Calculate (a) the Arithmetic Mean (b) the Geometric Mean and (c) the Harmonic Mean of the following incomes —

10, 22, 25, 50, 100, 150, 220, 248, 2000, 2,200 and 3,000
(\bar{x} = 669.17, G = 125.3 and H = 27.8) (B Com, Banaras, 1918)

3 From the following figures given below, find the Mode, Median and Quartiles. What information could you deduce from them ?

| Age | Number of Persons |
|-------|-------------------|
| 20-25 | 50 |
| 25-30 | 70 |
| 30-35 | 100 |
| 35-40 | 180 |
| 40-45 | 150 |
| 45-50 | 120 |
| 50-55 | 70 |
| 55-60 | 50 |

(Z = 38.6, M = 40, Q_1 = 31 and Q_3 = 17) (B Com, Agra, 1915)

1 Explain what is meant by weighted average

Calculate (i) the unweighted mean of the prices in column III and (ii) the mean obtained by weighting each price by the quantity consumed

| I | II | III |
|------------------|-------------------|------------------------|
| Articles of food | Quantity consumed | Prices in Rs per pound |
| Floor | 11.5 mds | 5.8 |
| Ghee | 5.6 " | 38.4 |
| Sugar | 0.28 " | 8.2 |
| Potato | 0.16 " | 2.3 |
| Oil | 0.35 " | 20.0 |

(\bar{x} = Rs 18.99 and \bar{w}_x = Rs 22.52) (M A Calcutta 1937)

1 Find the Median, Lower quartile, 7th Decile and 85 percentile of the frequency distribution given below —

Marks in Statistics

| Marks group | Number of Students |
|--------------|--------------------|
| Under 10 | 8 |
| 10-20 | 12 |
| 20-30 | 20 |
| 30-40 | 32 |
| 40-50 | 30 |
| 50-60 | 28 |
| 60-70 | 12 |
| 70 and above | 4 |

Verify graphically
(M = 40.5 marks, Q_1 = 28.37 marks, D_7 = 50.32 marks and P_{85} = 58.2 marks)

36 From the table given below, find the mean and the Mode —

| Marks | No of Candidates |
|-------|------------------|
| 1-5 | 7 |
| 6-10 | 10 |
| 11-15 | 16 |
| 16-20 | 32 |
| 21-25 | 24 |
| 26-30 | 18 |
| 31-35 | 10 |
| 36-40 | 5 |
| 41-45 | 1 |

$\bar{x} = 20.36$ marks and $Z^2 = 18.67$ marks) (B Com., Agra, 1951)

37 Calculate the arithmetic mean of the following distribution

| Profit Per Shop | Number of Shops |
|-----------------|-----------------|
| 0-10 | 12 |
| 10-20 | 1 |
| 20-30 | 2 |
| 30-40 | 20 |
| 40-50 | 17 |
| 50-60 | 6 |

Find also graphically, the value of median ($a = 28$)

(B Com., Bombay University, 1948)

38 (a) What is a weighted average?

(b) From the following data relating to paper consumed by a press, find the difference in the weighted average cost of paper for the two years —

| Description of paper | 1942-43 | | | 1943-44 | | |
|----------------------|-------------|-------------------|-------------|-------------------|--|--|
| | Rate per lb | Quantity consumed | Rate per lb | Quantity consumed | | |
| | Rs a p | Tons | Rs a p | Tons | | |
| White | 0 7 2 | 17 | 0 8 6 | 11½ | | |
| Brown | 0 6 6 | 11 | 0 7 6 | 8½ | | |
| Other | 0 13 0 | 14 | 0 15 0 | 10 | | |
| | | 37 | | 30 | | |

(1942-43 $W_{a_1} = \text{Re } -/9/3$, 1943-44 $W_{a_2} = \text{Re } /10/3$ and difference $\text{Re } 1/-$) (B Com., Banaras, 1950)

39 Find the Modal wage from the following data

| Weekly Wages | | Number of Wage earners |
|--------------|--------|------------------------|
| 12 6 | — 17 6 | 4 |
| 17 6 | — 22 6 | 14 |
| 22 6 | — 27 6 | 38 |
| 27 6 | — 32 6 | 28 |
| 32 6 | — 37 6 | 6 |
| 37 6 | — 42 6 | 8 |
| 42 6 | — 47 6 | 12 |
| 47 6 | — 52 6 | 2 |
| 52 6 | — 57 6 | 5 |

43

(Z=21 5 Shillings)

(B. Com Raj 1919)

40 Calculate the (arithmetic) mean age and the median from the following data —

| Age in years | No of persons |
|--------------|---------------|
| 20 | 14 |
| 25 | 28 |
| 30 | 33 |
| 35 | 30 |
| 40 | 20 |
| 45 | 15 |
| 50 | 13 |
| 55 | 7 |

($a=34.56$ years and $M=35$ years)

(B Com, Lucknow, 1954)

41 Calculate the median, Quartiles, 6th Decile and 75th percentile from the following data —

| Marks | No of students | Marks | No of students |
|--------------|----------------|--------------|----------------|
| Less than 80 | 100 | Less than 40 | 32 |
| " 70 | 90 | " " 30 | 20 |
| " 60 | 80 | " " 20 | 13 |
| " 50 | 60 | " " 10 | 5 |

(B Com, Raj, 1951)

($M=46.6$ marks, $Q_1=34.37$ marks, $Q_3=57.87$ marks,

$D_6=50.3$ marks, and $p_{75}=57.87$ marks)

42 Find out the Arithmetic average, Median and the Mode from the following table —

| Marks | No of students |
|----------|----------------|
| Below 10 | 15 |
| " 20 | 15 |
| " 30 | 60 |
| " 40 | 84 |
| " 50 | 91 |
| " 60 | 127 |
| " 70 | 198 |
| " 80 | 250 |

Handwritten calculations:

$$\frac{250 \times 2}{198}$$

$$\frac{198}{127}$$

$$\frac{127}{71}$$

(B. Com, Raj, 1952)

($a=50.1$ marks, $M=59.51$ marks and $Z=6.78$ marks)

. 0 9

Calculate the arithmetic mean for the following distribution —

| Profit per shop | No of shops |
|-----------------|-------------|
| £ 0—10 | 12 |
| 10—20 | 18 |
| 20—30 | 21 |
| 30—40 | 20 |
| 40—50 | 17 |
| 50—60 | ■ |

($\Sigma = £ 2819$)

(B Com. Raj 1953)

14 According to the Census of 1941, the following are the population figures, in thousands of the first 36 cities in India —

| | | | | | |
|-------|------|-----|-----|-----|-----|
| 2,488 | 391 | 203 | 178 | 360 | 176 |
| 1,490 | 1311 | 777 | 258 | 213 | 147 |
| 733 | 437 | 176 | 143 | 222 | 284 |
| 193 | 181 | 672 | 302 | 160 | 153 |
| 591 | 263 | 213 | 142 | 407 | 260 |
| 169 | 92 | 387 | 209 | 204 | 451 |

Find the median and the quartiles (M Com, Agra, 1948)

($M=239, Q_1=176, Q_3=407$)

15 Below are given the marks obtained by a batch of 20 students in a certain class-test in English and Hindi —

| Roll No | Marks in English | Marks in Hindi | Roll No | Marks in English | Marks in Hindi |
|---------|------------------|----------------|---------|------------------|----------------|
| 1 | 53 | 58 | 11 | 25 | 10 |
| 2 | 34 | 55 | 12 | 42 | 42 |
| 3 | 32 | 25 | 13 | 33 | 15 |
| 4 | 32 | 32 | 14 | 48 | 16 |
| 5 | 30 | 26 | 15 | 72 | 0 |
| 6 | 60 | 85 | 16 | 51 | 64 |
| 7 | 47 | 44 | 17 | 43 | 39 |
| 8 | 46 | 40 | 18 | 33 | 38 |
| 9 | 35 | 43 | 19 | 65 | 30 |
| 10 | 28 | 72 | 20 | 29 | 36 |

In which subject is the level of knowledge of the student higher ?

(M A, Punjab, 1951)

(M in Eng = 46 and M in Hindi = 42)

16 The marks (out of Max. of 100) obtained by candidates in an examination are shown in the following frequency table. Calculate the arithmetic average and the mode.

| Marks | No of candidates | Marks | No of candidates |
|-----------|------------------|-----------|------------------|
| 17.5—22.5 | 2 | 47.5—52.5 | 213 |
| 22.5—27.5 | ■ | 52.5—57.5 | 145 |
| 27.5—32.5 | 33 | 57.5—62.5 | 67 |
| 32.5—37.5 | 40 | 62.5—67.5 | 35 |
| 37.5—42.5 | 170 | 67.5—72.5 | 1 |
| 42.5—47.5 | 243 | | |

($\Sigma = 4696.5$ marks and $Z = 56.01$ marks) (B Com, Agra, 1951)

- 7 Calculate the median and quartiles from the frequency table given above
(B Com, Agra, 1954)

($M = 46.77$ marks, $Q_1 = 41.11$ marks and $Q_3 = 52.56$ marks)

- 8 The following table gives the heights of students in an institution —

| Heights in centimeters | No of students | Heights in centimeters | No of students |
|------------------------|----------------|------------------------|----------------|
| 135—137 | 1 | 169—171 | 184 |
| 137—150 | 9 | 171—173 | 127 |
| 159—161 | 28 | 173—175 | 92 |
| 161—163 | 56 | 175—177 | 50 |
| 163—165 | 94 | 177—179 | 12 |
| 165—167 | 151 | 179—181 | 3 |
| 167—169 | 193 | 181—183 | 2 |

Calculate the Median, Quartiles and Third decile

(B Com, Agra, 1955)

($M = 168.66$ centimeters, $Q_1 = 167.13$ centimeters, $Q_3 = 171.36$ centimeters, $D_3 = 166.47$ centimeters)

- 9 The following marks have been obtained in three papers of statistics in an examination by 12 students. In which paper is the general level of the knowledge of the students highest?

A—36, 56, 41, 46, 54, 59, 53, 51, 52, 44, 37, 59

B—38, 54, 21, 51, 59, 46, 63, 31, 68, 41, 70, 36

C—63, 55, 26, 40, 30, 74, 43, 29, 83, 32, 80, 39

(M A, Punjab, 1953)

($M_1 = 51.5$ marks, $M_2 = 52.5$ marks and $M_3 = 42.5$ marks. Hence the general level of knowledge is the highest in paper B)

- 10 The following table gives the monthly income of 21 families in a certain locality —

| Serial No of the family | Monthly income in rupees | Serial No of the family | Monthly income in rupees |
|-------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|
| 1 | 60 | 13 | 96 |
| 2 | 400 | 14 | 93 |
| 3 | 86 | 15 | 104 |
| 4 | 95 | 16 | 75 |
| 5 | 100 | 17 | 80 |
| 6 | 150 | 18 | 94 |
| 7 | 110 | 19 | 100 |
| 8 | 74 | 20 | 75 |
| 9 | 90 | 21 | 600 |
| 10 | 92 | 22 | 62 |
| 11 | 200 | 23 | 200 |
| 12 | 181 | 24 | 81 |

Calculate the arithmetic average, the median and the mode of

the above incomes - Which average would represent the above series the best? Give reasons

(P C S 1955)

(a=Rs 1419, M=Rs 905 and Z=Rs 70 and Rs 100)

The following table gives the annual birth and death rates in the U & A during the period 1931 to 1945 -

| Year | Birth Rate | Death Rate |
|------|------------|------------|
| 1931 | 180 | 111 |
| 1932 | 174 | 109 |
| 1933 | 166 | 107 |
| 1934 | 172 | 111 |
| 1935 | 169 | 109 |
| 1936 | 167 | 116 |
| 1937 | 171 | 113 |
| 1938 | 176 | 106 |
| 1939 | 173 | 106 |
| 1940 | 179 | 107 |
| 1941 | 189 | 105 |
| 1942 | 209 | 104 |
| 1943 | 215 | 109 |
| 1944 | 202 | 106 |
| 1945 | 196 | 106 |

Calculate the arithmetic average, the median and the mode of birth and death rates separately

(Birth Rate $a=182$, $M=176$, $Z=163$ Death Rate $a=1083$, $M=107$ and $Z=106$)

2. The deaths of two towns A and B are given according to age groups and you are asked to compare the health conditions of two towns

| Age group | Town A | | Town B | |
|-----------|-----------------|--------------|---------------|-------------|
| | Population | Deaths | Population | Deaths |
| Under 5 | 20,000 | 550 | 10,000 | 220 |
| 5-15 | 40,000 | 280 | 15,000 | 103 |
| 15-35 | 60,000 | 720 | 20,000 | 240 |
| Over 35 | 15,000 | 525 | 15,000 | 520 |
| | <u>1,40,000</u> | <u>2,075</u> | <u>60,000</u> | <u>1090</u> |

(Crude death rates A Town 1482, B Town 18165, Standardized death rate of B Town 1482)

The following table gives the population of males at different age groups of the U K. and India at the time of the Census of 1931

| Age Group | U. K. (Lakhs) | India (Lakhs) |
|-----------|---------------|---------------|
| 0-5 | 18 | 214 |
| 5-10 | 19 | 250 |
| 10-15 | 20 | 222 |
| 15-20 | 18 | 157 |
| 20-25 | 10 | 145 |
| 25-30 | 14 | 161 |
| 30-40 | 27 | 257 |
| 40-50 | 25 | 148 |
| 50-60 | 19 | 120 |
| Above 60 | 17 | 100 |

Calculate the average age of Males in U K and India and comment on the difference. (B Com, Lucknow, 1911)

(U K. $\bar{x} = 29.62$, India $\bar{x} = 25.33$)

Calculate the Arithmetic average by short-cut method and the median in the following series —

| Expenditure | No of Students |
|-------------|----------------|
| Below 5 | 0 |
| " 10 | 6 |
| " 15 | 28 |
| " 20 | 38 |
| " 25 | 46 |

Explain the underlying assumption of the formula of the median (B Com, Alld., 1955)

($\bar{x} = \text{Rs } 12.93$ and $M = \text{Rs } 13.125$)

Amend the following table and locate the median from the amended table Also measure the magnitude of the Median so located

| Sizes | Frequency |
|----------------|-----------|
| 10-15 | 10 |
| 15-17.5 | 15 |
| 17.5-20 | 17 |
| 22-30 | 23 |
| 30-35 | 28 |
| 35-40 | 30 |
| 45-and onwards | 40 |

($M = 32.7$)

(B Com. Allahabad, 1912)

Calculate the Mean, Median, Quartiles, 4th Decile and 12th Percentile from the following frequency distribution of marks at a test in Economics

| Marks | No of Students |
|-------|----------------|
| 0-5 | 4 |
| 5-10 | 6 |
| 10-15 | 10 |
| 15-20 | 16 |
| 20-25 | 12 |
| 25-30 | 8 |
| 30-35 | 4 |

(B. Com., Allahabad, 1953)

($Q_1=18$ marks, $M=18.28$ marks, $Q_3=24.06$ marks, $D_4=16.37$ marks and $P_{12}=7.77$ marks)

Compute the Mode from the following series

| Size of the items | Frequency | Size of the item | Frequency |
|-------------------|-----------|------------------|-----------|
| 0-5 | 20 | 25-30 | 16 |
| 5-10 | 24 | 30-35 | 34 |
| 10-15 | <u>32</u> | 35-40 | 10 |
| 15-20 | 28 | 40-45 | 8 |
| 20-25 | 20 | | |

(B Com, Allahabad 1956)

($Z=32.14$ units)

Calculate the arithmetic average and the median from the following data —

| Age | No of People |
|--------------|--------------|
| 55-60 | 7 |
| 50-55 | 13 |
| 45-50 | 15 |
| 40-45 | 20 |
| <u>35-40</u> | <u>30</u> |
| 30-35 | 33 |
| 25-30 | 22 |
| 20-25 | 14 |
| | <hr/> |
| Total | 160 |

(B Com, Lucknow 1951)

($a=37.06$ years and $M=30.916$ years)

Q9 Under what assumptions is mode located in a frequency distribution? Compare the mode of the following distribution —

| Size of item | Frequency |
|--------------|-----------|
| 4-8 | 10 |
| 8-12 | 12 |
| 12-16 | <u>16</u> |
| 16-20 | 11 |
| 20-24 | 10 |
| 24-28 | 8 |
| 28-32 | <u>17</u> |
| 32-36 | 5 |
| 36-40 | 1 |

(B Com, Allahabad, 1947)

($Z=14.63$ units)

Find the Median, Lower Quartile, 7th Decile and 85th Percentile of the frequency distribution given below —

| Marks Group | No of Students |
|--------------|----------------|
| under 10 | 8 |
| 10-20 | 12 |
| 20-30 | 20 |
| 30-40 | 32 |
| 40-50 | 30 |
| 50-60 | 28 |
| 60-70 | 12 |
| 70 and above | 1 |

Handwritten mark

(B Com Allahabad, 1949)

(M = 10 5 marks $Q_1 = 21.37$ marks $D_7 = 50.32$ marks
 $S = 58.2$ marks)

Draw a cumulative frequency graph of the following distribution showing the monthly wages of a group of workmen and hence or otherwise calculate the values of (a) the mode, (b) the median, and (c) the two quartiles -

| Wages in Rs | 20-21 | 21-22 | 22-23 | 23-24 | 24-25 | 25-26 | 26-27 | 27-28 | 28-29 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Workmen | 8 | 10 | 11 | 16 | 20 | 25 | 15 | 9 | 6 |

(W A, Rajasthan, 1950)

($Z = Rs 23.3$, $M = Rs 24.77$ $Q_1 = Rs 24.08$ and $Q_3 = Rs 26.05$)

2 Calculate the simple average and the weighted average of the following items

| | | | | | | | | |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Item | 68 | 85 | 101 | 102 | 109 | 110 | 112 | 113 |
| Weight | 1 | 16 | 11 | 1 | 11 | 7 | 23 | 17 |
| Item | 123 | 128 | 133 | 136 | 151 | 153 | 172 | |
| Weight | 9 | 11 | 2 | 1 | 16 | 1 | 3 | |

Account for the difference in the two averages
 (W A Allahabad 1940)

($\bar{x} = 121.06$ units and $\bar{w}_x = 108.7$ units)

3 Make a frequency table having grades of wages with class intervals of two annas each from the following data of daily wages received by 30 laborers in a certain factory and then compute average daily wages paid to a labourer -

| Daily Wages in Annas | | | | | | | | | |
|----------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 11 | 16 | 16 | 14 | 22 | 13 | 15 | 24 | 12 | 23 |
| 11 | 20 | 17 | 21 | 11 | 18 | 19 | 20 | 17 | 16 |
| 11 | 11 | 12 | 21 | 20 | 18 | 19 | 19 | 22 | 23 |

Handwritten mark

($\bar{x} = 18.13$ annas) (B A Punjab, 1945)

4 Calculate the mode and the Arithmetic Average from the following series and account for the difference if any -

| Size of the item | Frequency |
|------------------|-----------|
| 6-10 | 20 |
| 11-15 | 30 |
| 16-20 | 50 |
| 21-25 | 40 |
| 26-30 | 10 |

($\bar{z} = 19.3$ units and $\bar{x} = 17.67$ units) (B Com, Banaras, 1950)

65 Below are given the marks obtained by a batch of students appearing in statistics in the certificate course examination, maximum marks in the paper being 50

14, 22, 25, 15, 11, 33, 28, 26, 22, 30, 13, 16, 27, 32, 19, 12, 21, 18, 16, 10, 31, 29, 23, 24, 17, 23, 20

Find out (a) the median marks directly and (b) the median marks after classifying the given marks into class intervals of 10-15, 15-20 etc. Account clearly for the difference, if any between the two values of median so computed (B. Com., Allahabad 1957)

Ans. (a) $M_e = 22$ marks and (b) $M_e = 22.14$ marks

66 Define the Mean, the Median, and the Mode. Find their values in the case of the heights of trees in a garden whose frequency distribution is given in the following table —

| Heights under 7 feet | Frequencies |
|-------------------------|-------------|
| " 14 | 56 |
| " 21 | 57 |
| " 28 | 92 |
| " 35 | 134 |
| " 41 | 216 |
| " 49 | 287 |
| " 56 | 341 |
| | 360 |

($\bar{x} = 30.1$ feet, $Z = 33.5$ feet and $M = 31.92$ inches) (M. A. Agra, 1947)

Find the average marks of a student from the following table —

| Marks | Number of Students |
|----------|--------------------|
| Below 80 | 240 |
| " 70 | 190 |
| " 60 | 125 |
| " 50 | 95 |
| " 40 | 75 |
| " 30 | 60 |
| " 20 | 40 |
| " 10 | 20 |

($\bar{x} = 49.58$ marks) (B. Com. Banaras 1954)

Find out the median and the mode from the following table —

| No. of days absent | Number |
|--------------------|--------|
| Less than 5 | 29 |
| " 10 | 224 |
| " 15 | 465 |
| " 20 | 582 |
| " 25 | 634 |
| " 30 | 644 |
| " 35 | 650 |
| " 40 | 653 |
| " 45 | 655 |

($M = 12.16$ days and $Z = 11.35$ days) (B. Com. Lucknow 1957)

- 67 From the following table calculate mean and median. By graph verify the median.

Crop-cutting Experiment Data on plot yields of wheat

| Yields in lb. | | No of Plots |
|---------------|-----|-------------|
| Over | 0 | 216 |
| " | 60 | 210 |
| " | 120 | 156 |
| " | 180 | 98 |
| " | 240 | 57 |
| " | 300 | 31 |
| " | 360 | 13 |
| " | 420 | 7 |

($\bar{x} = 188.9$ lb and $M = 170.2$ lb.)

(*B. Com., Sagar, 1958*)

- 68 What is a Weighted Average? Why and how are weights given?

Determine which of the town A or B is more healthy?

- 69 Find the mode and the median from the following table :-

| Marks | Students |
|-------|----------|
| 0-10 | 2 |
| 10-20 | 18 |
| 20-30 | 30 |
| 30-40 | 45 |
| 40-50 | 35 |
| 50-60 | 20 |
| 60-70 | 6 |
| 70-80 | 3 |

($M = 36.66$ marks and $Z = 36$ marks)

- 70 The following table gives the frequency distributions of weights of students of a college sex-wise. Calculate the mean and median weights for both the sexes.

| Weights in lbs | Males | Females |
|----------------|-------|---------|
| 60-69 | — | 4 |
| 70-79 | 6 | 18 |
| 80-89 | 11 | 30 |
| 90-99 | 15 | 11 |
| 100-109 | 38 | 21 |
| 110-119 | 53 | 9 |
| 120-129 | 21 | 3 |
| 130-139 | 11 | — |
| 140-149 | 2 | 1 |
| | 160 | 96 |

{ Mean Weight of Males = 109.93 lbs.
 " " Females = 92.57 "
 Median " Males = 111.93 "
 " " Females = 93.37 "

अध्याय १२

अपकिरण और विपमता

(Dispersion and Skewness)

विभिन्न माध्यों के अध्ययन से यह स्पष्ट है कि वे पदमाला को एक प्रतिनिधि अंक के रूप में प्रगट करने हैं और पदमाला की सामान्य माध्य स्थिति को व्यक्त करते हैं। यदि दो या अधिक पदमालाओं के भाग बराबर हों तो इनके आधार पर एक सामान्य व्यक्ति यही समझेगा कि दोनों श्रेणियाँ एक दूरे के प्रतिरूप हैं और दोनों में कोई अन्तर नहीं। परन्तु वास्तव में ऐसा नहीं होता। माध्यों के बराबर रहते हुए भी पदमालाओं के आकार में बहुत अन्तर हो सकता है। इसका कारण यह है कि सभी आवृत्ति वितरण समान नहीं होते। वे दो प्रकार के हो सकते हैं :—

(१) माध्यों में अन्तर पर वनावट में समानता—एक तो ऐसे कि माध्यों में अन्तर होने पर भी पदमाला की वनावट में अन्तर न हो और उनमें बहुत साम्य हो।

| जैसे | अ | ब |
|------|---|----|
| | ३ | ८ |
| | ४ | ६ |
| | ५ | १० |
| | ६ | ११ |
| | ७ | १२ |

यहाँ अ और ब दो श्रेणियों में समान्तर माध्य या मध्यका क्रमशः ५ और १० हागे इस प्रकार इन दोनों श्रेणियों के माध्यों में बहुत भारी अन्तर है। परन्तु यदि इनकी वनावट पर विचार किया जाय तो यह ज्ञान होगा कि इस विचार में दोनों श्रेणियों में बहुत समानता है क्योंकि दोनों श्रेणियों में माध्य की तुलना में सबसे छोटा मूल्य २ कम है तथा सबसे बड़ा मूल्य २ अधिक है। अर्थात् दोनों श्रेणियों में माध्य में अड़ों का विचलन (Deviation) समान है।

| जैसे — | अ माध्य से विचलन | ब माध्य से विचलन |
|--------|------------------|------------------|
| | ३ — २ | ८ — २ |
| | ४ — १ | ६ — १ |
| | ५ ० | १० ० |
| | ६ + १ | ११ + १ |
| | ७ + २ | १२ + २ |

(२) माप्यों में समानता पर बनावट में अन्तर—घावृत्ति वितरण का दूसरा रूप यह हो सकता है कि दो या अधिक पदमानाओं के माध्य बराबर हों परन्तु उनकी बनावट में भिन्नता हो।

उदाहरण :—

तीन वर्गों के व्यक्तियों की मासिक आय (रुपों में)

| | अ—वर्ग | ब—वर्ग | स—वर्ग |
|-----------------|--------|--------|--------|
| ✓ प्रथम व्यक्ति | १०० | ११५ | २० |
| ✓ द्वितीय " | १०० | १०० | ८० |
| ✓ तृतीय " | १०० | ६० | ६० |
| ✓ चतुर्थ " | १०० | ६० | १२० |
| ✓ पंचम " | १०० | १०५ | २२० |
| | <hr/> | <hr/> | <hr/> |
| | ७०० | ५०० | ५०० |
| माध्यक = | १०० | १०० | १०० |

यह अ, ब और स तीन वर्गों के पाँच-पाँच व्यक्तियों की मासिक आय दी हुई है। तीनों वर्गों की माध्य मासिक आय समान है। परन्तु यदि ध्यानपूर्वक देखा जाय तो तीनों वर्गों की बनावट में भारी अन्तर है।

प्रथम वर्ग में सभी पदों का मूल्य १०० है और माध्य भी १०० है। इसलिए यह माध्य सभी पदों का ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व कर रहा है।

द्वितीय वर्ग में पदों का मूल्य कम से कम ६० और अधिक से अधिक ११५ है और माध्य १०० है अर्थात् माध्य से सबसे छोटे पद का विचलन —१० और सबसे बड़े पद का विचलन + १५ है। इस प्रकार माध्य से पदों के मूल्यों में कुछ विचलन अर्थात् दूरी है परन्तु यह बहुत अधिक नहीं अधिक से अधिक १५ है। इस प्रकार इस वर्ग में भी १०० माध्य वर्ग का प्रतिनिधित्व ठीक प्रकार से कर रहा है।

तृतीय वर्ग में परिस्थितियाँ एक दम भिन्न हैं। अन्य वर्गों की भाँति माध्य यहाँ भी १०० है। परन्तु यहाँ सबसे छोटा मूल्य २० है जो माध्य से ८० कम है। अर्थात् विचलन —८० है। पदमाला का सबसे बड़ा मूल्य २२० है जो माध्य से १२० अधिक है। अर्थात् विचलन + १२० है। पदमाला का सबसे बड़ा मूल्य माध्य के दूने में भी अधिक है और सबसे छोटा मूल्य माध्य का पाँचवाँ भाग है। इसलिये यहाँ माध्य वर्ग का ठीक प्रकार से प्रतिनिधित्व नहीं करता। यदि १०० माध्य के आधार पर यह अनुमान लगाया जाय कि चूँकि इस वर्ग के लोगों का माध्य आय १०० रु० है इसलिए यहाँ के सभी लोग निम्न स्तर का समान जीवन व्यतीत कर रहे होंगे तो यह गलत होगा। प्रथम दो दशांशों अर्थात् स तथा ब वर्ग में यह अनुमान बहुत अन्गों में ठीक होगा। परन्तु स वर्ग में वितरण की भिन्नता के कारण यह ठीक नहीं।

यहाँ एक ऐसा भी व्यक्ति है जिसकी मासिक आय केवल २० रु० है। जो धोरों की अपेक्षा, यदि परिस्थितियाँ समान हों तो बहुत गरीबी का जीवन व्यतीत कर रहा होगा और एक ऐसा भी व्यक्ति है जिसकी मासिक आय २२० रु० है। जो धोरों की अपेक्षा यदि परिस्थितियाँ समान हों, तो, सुखमय जीवन व्यतीत कर रहा होगा। इसलिए प्रावृत्ति वितरण के कारण इस वर्ग का माध्य ठीक प्रतिनिधि नहीं। और यदि इसी के आधार पर परिणाम निकाले जायें तो भ्रम उत्पन्न करने वाले होंगे।

अपकिरण (Dispersion)

उपर्युक्त विवेचन से हम इस परिणाम पर पहुँचे हैं कि केवल माध्य की प्राप्ति करने हम ठीक परिणाम पर नहीं पहुँच सकते हैं। माध्य के साथ साथ प्रावृत्ति वितरण के आकार का ज्ञान भी अच्छे परिणाम पर पहुँचने के लिये आवश्यक है अर्थात् यह भी जानना आवश्यक है कि पदमाला के प्रत्येक पद माध्य से कितनी दूरी पर है या कितना बड़ा या छोटा है। इस विचलन की दूरी, फैलाव, विचलन या विस्तार को ही अपकिरण (Dispersion) कहते हैं।

द्वितीय श्रेणी का माध्य (Average of the Second Order)—अपकिरण के माप को द्वितीय श्रेणी का माध्य भी कहा जाता है। अपकिरण का माप निकालने समय माध्य से श्रेणी के प्रत्येक मूल्य के अन्तर की निकाला जाता है। परन्तु केवल इतने ही से हम किसी निश्चित परिणाम की नहीं पहुँच सकते। इसमें श्रेणी के आकार के बारे में कुछ अनुमान करने का आधार आवश्यक मिल जाता है। निश्चित रूप से एक मर्यादा में अपकिरण का माप जानने के लिये माध्य से प्रत्येक पदों के अन्तर का माध्य प्राप्त करते हैं। इस प्रकार अपकिरण का माप माध्य से प्रत्येक पदों के विचलन का माध्य होता है। यही कारण है कि इसे द्वितीय श्रेणी का माध्य कहा जाता है।

अपकिरण पदों के विचलन (Variation) की माप है।¹ —बाउले

अपकिरण का दो अर्थों में प्रयोग—जब दो या अधिक पदमालाओं की तुलना की जाती है तो यह बहुत कम सम्भव है कि वे पूर्ण रूप से समान हों। सममानता माध्यों में या पदमाला के आकार में या दोनों में हो सकती है। 'अपकिरण' का सांख्यिकी में दो अर्थों में प्रयोग होता है :—

(१) सामान्य अर्थ में अपकिरण में तात्पर्य पद-श्रेणी के पदों के विस्तार या परस्पर विचलन में है।

(२) दूसरे अर्थ में अपकिरण से तात्पर्य पदमाला की विभिन्न प्रावृत्तियों (Sizes) का माध्य से विचलन में है। इसमें यह प्रकट होना है कि श्रेणी के पद माध्य से किस सीमा तक तथा किस दिशा में विचलित होते हैं।

1 Dispersion is the measure of the variation of the items'

प्रतिकरण का माप (Measures of Dispersion) निम्नान्त समय प्रतिकरण व इन दो प्रयोगों का व्यापन में रखा जाता है। प्रतिकरण का माप पहले सर्व म मापार्थों की रीति (Method of Limits) द्वारा और दूसरे समय विचलन का माध्य (Average of Deviation) द्वारा निराना जाता है।

निरपेक्ष एवं सापेक्ष अप्रिकरण (Absolute and Relative Dispersion)

अप्रिकरण मापन और निरपेक्ष दोनो रूपों में प्राप्त किया जा सकता है —

निरपेक्ष माप (Absolute Measure)—अप्रिकरण का यह माप मापन में प्रत्येक पद के विचलन का औसत होता है। इसके द्वारा किसी पदमात्रा के मापन का मान प्राप्त होता है। इस माप का पदमात्रा का उदाहरण में ही प्रकृत करते हैं—जैसे दूरी या वजन आदि।

सापेक्ष माप (Relative Measure)—अप्रिकरण के निरपेक्ष माप में एक मूल्य बढ़ा दिये यह है कि इसमें दूरी या अन्तिम औद्योगिकों का तुलनात्मक प्रयत्न सम्भव नहीं। क्योंकि विभिन्न अंगुष्ठों का उदाहरण भिन्न ही होता है। विभिन्न उदाहरणों के होने पर उनमें तुलना सम्भव नहीं। ऐसा दूरी में इन मापों की तुलना योग्य बनाने के लिये इनको सापेक्ष रूप में परिवर्तित करते हैं। ऐसा करने के लिये निरपेक्ष माप में उक्त माप का भाग देते हैं जिसकी सहायता से मापों के प्रत्येक मूल्य का विचलन निहाला गया है। ऐसा करने पर उनकी उदाहरणों समान ही जाती हैं और वे तुलना योग्य बन जाते हैं।

अप्रिकरण को मापन करने की रीतियाँ (Methods of Measuring Dispersion)

अप्रिकरण का प्रयोग दो प्रयोगों में होता है यह बताया जा चुका है। इन दोनों के मापन पर अप्रिकरण मापन करने का दो प्रमुख रीतियाँ हैं। पहला रीति पहल समय के मापन पर और दूसरी रीति दूसरे समय के मापन पर है —

(१) सीमा रीति (Method of Limits)

↳ (क) विस्तार (Range) ↳

(ख) अन्तर चतुर्थक विस्तार (Inter-quartile Range)

(२) औसत माध्य रीति (Method of Averaging Deviations)

↳ (क) चतुर्थक विचलन या अन्तर चतुर्थक विस्तार (Quartile Deviation or Semi Inter-quartile Range)

↳ (ख) माध्य विचलन (Mean Deviation)

↳ (ग) प्रमाण विचलन (Standard Deviation)

विस्तार (Range)

किसी समूह की सीमा में सबसे बड़े मूल्य और सबसे छोटे मूल्य के अन्तर का विस्तार कहते हैं। अर्थात् मूल्य का अन्तर ही विचलन कहते हैं। यदि यह

अन्तर कम है तो श्रेणी नियमित और अधिक है तो श्रेणी अनियमित मानी जायेगी।

इसके लिये निम्न सूत्र प्रयोग किया जाता है :—

$$R = M_1 - M_0$$

Where R represents Range

| | | |
|-------|---|--|
| M_1 | „ | Maximum value or the highest measurement |
| M_0 | „ | Minimum value or the lowest measurement |

Illustration 1.

Given the Net Profit of a business concern in thousands of rupees —

| Year | Net Profit |
|------|------------|
| 1954 | 10 |
| 1955 | 16 |
| 1956 | 15 |
| 1957 | 22 |
| 1958 | 27 |
| 1959 | 19 |
| 1960 | 20 |

Find out the Range and its coefficient

Solution 1

$$R = M_1 - M_0$$

$$= 27 - 10$$

$$= 17 \text{ thousands of rupees}$$

विस्तार का गुणक (Coefficient of Range)—विस्तार निरपेक्ष माप है जिसकी अन्व श्रेणियों से तुलना ठीक प्रकार से नहीं हो सकती। इसकी तुलना योग्य बनाने के लिये सापेक्ष रूप में बदलना पड़ेगा। इस कार्य के लिये विस्तार का गुणक निकाला जायेगा।

विस्तार के गुणक का सूत्र यह है :—

$$\text{Coefficient of Range} = \frac{M_1 - M_0}{M_1 + M_0}$$

M_1 = Maximum value or the highest measurement

M_0 = Minimum value or the lowest measurement

ऊपर के प्रश्न में विस्तार का गुणक इस प्रकार निकाला जायेगा :—

$$\text{Coefficient of Range} = \frac{27 - 10}{27 + 10}$$

$$= \frac{17}{37}$$

ठीक इसी प्रकार विस्तार और उमका गुणाक सल्लिखत (Discrete) और प्रलण्डित (Continuous) श्रेणियों में ही गिनाले जा सकते हैं ।

विस्तार की मुख्य विशेषतायें (Chief Characteristics of Range)

विस्तार की विशेषतायें निम्न हैं :—

- (१) सरल—विस्तार की गिनालना सरलत मरल है ।
- (२) सरलवायी—प्रपत्रिण वा यह एष बहुत प्रसवायी माप है वयावि सरले पसे व शकते छोटे मून्य में सनिष भो परिवर्तन होने पर यह परिवर्तित हो जाता है ।
- (३) सरलमयं—यह श्रेणी वा आकार प्रकट करने में सरलमयं है । केवल परम मून्यों (Extreme values) के अन्तर को ही गण्ट करता है ।

विस्तार के गुण (Merits of Range)

- (१) सरल एवं सुबोध—इमका प्राप्त करना व समझना बहुत सरल एवं सुबोध है । इमके लिये कियो बिसेय ज्ञान की आवश्यकता नहीं होती ।

- (२) वितरण का व्यापक चित्र—यह पदमाता के वितरण का व्यापक चित्र प्रस्तुत करता है और प्रकट करता है कि परिवर्तन किन सीमाओं के अन्तर्गत होते हैं ।

- (३) गुण नियन्त्रण में प्रयोग—उत्पादित वस्तुओं के गुण नियन्त्रण (Quality control) सम्बन्धी जायों में इमका प्रयोग बहुत लाभदायर होगा है ।

विस्तार के गुण

- (१) सरल एवं सुबोध ।
- (२) वितरण का व्यापक चित्र ।
- (३) गुण नियन्त्रण में प्रयोग ।

विस्तार के दोष

- (१) अनिश्चित व भद्दा माप ।
- (२) आकार का ज्ञान नहीं ।
- (३) आवृत्ति वितरण का अनुमान ।

विस्तार के दोष (Demerits of Range)

- (१) अनिश्चित व भद्दा माप—यह विषयक का अनिश्चित व भद्दा माप है जिसमें श्रेणी के केवल दो पदा को ही ध्यान म रगा जाता है ।
- (२) आकार का ज्ञान नहीं—इसमें पदमाता के आकार का ठीक ज्ञान नहीं होता है । यह सम्भव है कि दो पदमाताओं का विस्तार बराबर हो परन्तु सादृति में बहुत अन्तर हो ।
- (३) आवृत्ति वितरण का अनुमान अनुमान—यह अति सीमान्त पदा के आकार पर निर्भरता खाता है । प्रायः अति सीमान्त पर प्रसामान्य होता है । इसलिये आवृत्ति वितरण का अनुमान अनुमान होगा है ।

अन्तर चतुर्थक विस्तार (Inter-quartile Range)

अपवर्णन को मापन करने की यह रीति विस्तार में मिलती-जुलती है। यह तृतीय चतुर्थक और प्रथम चतुर्थक का अन्तर होता है।

इसका निम्न सूत्र है :—

$$\begin{aligned} \text{Inter-quartile Range} &= Q_3 - Q_1 \\ Q_3 &= \text{Upper Quartile} \\ Q_1 &= \text{Lower Quartile} \end{aligned}$$

विशेषतायें

- (१) विस्तार से अर्थ—यह विस्तार की अपेक्षा अधिक प्रतिनिधि होता है क्योंकि इसमें बहुत छोटी या बहुत बड़ी संख्याओं का उतना प्रभाव नहीं पड़ता जितना विस्तार में।
- (२) केवल प्रति सीमान्त पदों पर आधारित नहीं—यह विस्तार की प्रति केवल प्रति सीमान्त पदों का अन्तर नहीं बल्कि समस्त माला में आने वाले ५०% मूल्यों पर निर्भर रहता है।
- (३) सरल—विस्तार की प्रति इसका भी मापन सरल है। यह अर्थ है कि यहाँ प्रथम व तृतीय चतुर्थक निकालने की आवश्यकता होती है।
- (४) प्रति सीमान्त पदों की अनिश्चितता का कम प्रभाव—इस पर प्रति सीमान्त पदों की अनिश्चितता का बहुत कम प्रभाव पड़ता है।

इन विशेषताओं के प्रतिरिक्त इसके मुख्य व दोष विस्तार के ही समान हैं। इसका प्रयोग भी सामान्यतः नहीं होता है।

चतुर्थक विचलन (Quartile Deviation)

चतुर्थक विचलन किसी भी श्रेणी के तृतीय व प्रथम चतुर्थकों के अन्तर का माध्य होता है अर्थात् अन्तर चतुर्थक विस्तार का माध्य होता है। इसीलिये इसे अर्ध अन्तर चतुर्थक विस्तार (Semi Inter-quartile Range) भी कहते हैं। अपवर्णन का यह माप इस सिद्धान्त पर आधारित है कि चूंकि मध्यक श्रेणी को दो भागों में बाँटता है अतः इसके एक ओर अर्धः सभी छोटे मूल्य तथा दूसरी ओर अर्धः सभी बड़े मूल्य होते हैं। प्रथम चतुर्थक छोटे मूल्यों वाले अर्धे भाग का माध्य होता है तथा तृतीय चतुर्थक बड़े मूल्यों वाले अर्धे भाग का माध्य। इसलिये इनका अन्तर पूरे समस्त माला का माध्य विचलन प्रकट करता है।

इसके लिये निम्न सूत्र प्रयोग किया जाता है :—

$$\begin{aligned} \text{Quartile Deviation or } Q \text{ D.} &= \frac{(M - Q_1) + (Q_3 - M)}{2} \\ &= \frac{Q_3 - Q_1}{2} \end{aligned}$$

चतुर्थक विचलन का गुणक (Coefficient of Quartile Deviation)

चतुर्थक विचलन निरपेक्ष मूल्य होता है। अन्य थोड़ियों से तुलना योग्य बनाने के लिये इसका गुणक निकालकर इसे सापेक्ष रूप में बदल देते हैं। इसका सूत्र निम्न है .—

$$\text{Coefficient of Quartile Deviation} = \frac{Q_3 - Q_1}{\frac{Q_3 + Q_1}{2}}$$

$$= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

**व्यक्तिगत श्रेणी में चतुर्थक विचलन का ग्राहणन
(Calculation of Quartile Deviation in Individual Series)**

Illustration 2

15 students of a class obtained the following marks in Statistics
Calculate the Quartile Deviation and its Coefficient

Marks — 15, 20, 20, 21, 22, 22, 24, 25, 28, 28, 29, 30, 32, 33
and 35

Solution 2

Marks put in an ascending order

| Serial No | Marks | Serial No | Marks |
|-----------|-------|-----------|-------|
| 1 | 15 | 9 | 28 |
| 2 | 20 | 10 | 28 |
| 3 | 20 | 11 | 29 |
| 4 | 21 | 12 | 30 |
| 5 | 22 | 13 | 32 |
| 6 | 22 | 14 | 33 |
| 7 | 24 | 15 | 35 |
| 8 | 25 | | |

$Q_1 =$ the size of $\left(\frac{n+1}{4}\right)$ th stem

$=$ „ „ $\left(\frac{15+1}{4}\right)$ th stem

$=$ „ „ 4th stem

$=$ 21 marks

Q_3 = the size of $3\left(\frac{n+1}{4}\right)$ th item

= , , , $3\left(\frac{13+1}{4}\right)$ th item

= , , , 12th item

= 30 marks

Quartile Deviation = $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$

$$= \frac{30 - 21}{2}$$

= 4.5 marks

Coefficient of Quartile Deviation = $\frac{Q_3 - Q_1}{\frac{Q_3 + Q_1}{2}}$

$$= \frac{30 - 21}{\frac{30 + 21}{2}}$$

$$= \frac{30 - 21}{30 + 21}$$

= 17

संज्ञित श्रेणी में चतुर्थक विचलन का मापण

(Calculation of Quartile Deviation in Discrete Series)

Illustration 3

Find the Quartile Deviation and its coefficient from the following data

| Age in year | No of Students |
|-------------|----------------|
| 15 | 4 |
| 16 | 6 |
| 17 | 10 |
| 18 | 15 |
| 19 | 12 |
| 20 | 9 |
| 21 | 4 |

Solution 3

| Age in years (m) | No of Students (f) | Cum frequency |
|---------------------|-----------------------|---------------|
| 15 | 1 | 4 |
| 16 | 6 | 10 |
| 17 | 10 | 20 |
| 18 | 13 | 33 |
| 19 | 12 | 47 |
| 20 | 9 | 56 |
| 21 | 1 | 60 |

$$Q_1 = \text{size of } \left(\frac{n+1}{4} \right) \text{th item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{60+1}{4} \right) \text{th item}$$

$$= \text{size of } 15.25 \text{th item}$$

$$= 17 \text{ years}$$

$$Q_3 = \text{size of } 3 \left(\frac{n+1}{4} \right) \text{th item}$$

$$= \text{size of } 3 \left(\frac{60+1}{4} \right) \text{th item}$$

$$= \text{size of } 45.75 \text{th item}$$

$$= 19 \text{ years}$$

$$\text{Quartile Deviation or Q D} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{19 - 17}{2}$$

$$= 1 \text{ year}$$

$$\text{Coefficient of Q D} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{19 - 17}{19 + 17}$$

$$= 0.53$$

सतत या असतत श्रेणी में चतुर्थक विचलन का मापण

(Calculation of Quartile Deviation in Continuous Series)

Illustration 4.

Calculate Quartile Deviation and its coefficient from the data given in the following table

| Size | Frequency |
|-------|-----------|
| 0-10 | 5 |
| 10-20 | 6 |
| 20-30 | 12 |
| 30-40 | 10 |
| 40-50 | 8 |

Solution 4

| Size | Frequency | Cumulative Frequency |
|-------|-----------|----------------------|
| 0-10 | 5 | 5 |
| 10-20 | 6 | 11 |
| 20-30 | 12 | 23 |
| 30-40 | 10 | 33 |
| 40-50 | 8 | 41 |

$$Q_1 = \text{Size of } \left(\frac{n+1}{4} \right)\text{th item}$$

$$= \text{'' '' } \left(\frac{41+1}{4} \right)\text{th item}$$

$$= \text{'' '' } 10.5\text{th item}$$

$$= L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (Q_1 - c)$$

$$= 10 + \frac{20-10}{6} (10.5-5)$$

$$= 10 + \frac{10}{6} \times 5.5$$

$$= 19.16 \text{ (size)}$$

$$Q_3 = \text{Size of } 3 \left(\frac{n+1}{4} \right)\text{th item}$$

$$= \text{'' '' } 3 \left(\frac{41+1}{4} \right)\text{th item}$$

$$= \text{'' '' } 31.5\text{th item}$$

$$= L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (Q_3 - c)$$

$$= 30 + \frac{40-30}{10} (31.5-23)$$

$$= 30 + \frac{10}{10} \times 85$$

$$= 38.5$$

$$\text{Quartile Deviation or Q D} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{38.5 + 19.16}{2}$$

$$= \frac{19.34}{2} = 9.67 \text{ (size)}$$

$$\text{Coefficient of Quartile Deviation} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$= \frac{38.5 - 19.16}{38.5 + 19.16}$$

$$= 33$$

चतुर्थक विचलन के गुण (Merits of Quartile Deviation)

चतुर्थक विचलन के निम्न प्रमुख गुण हैं :—

(१) गणना सरल—इसका सबसे बड़ा लाभ यह है कि इसकी गणना सरल होती है तथा सभी लोग सरलतापूर्वक समझ लेते हैं।

(२) प्रति सीमान्त मूल्यों का कम प्रभाव—इसे निश्चालने में प्रति-सीमान्त पदों का प्रभाव विस्तार की अपेक्षा कम पड़ता है।

चतुर्थक विचलन के दोष (Demerits of Quartile Deviation)

चतुर्थक विचलन में निम्न दोष

हैं :—

(१) सभी पदों पर विचार नहीं—इसकी निश्चालने में श्रेणियों के सभी पदों पर विचार नहीं किया जाता अतः यह विचलन का ठीक माप नहीं होता।

(२) कीर्तगणितोप विवेचन के सम्भव नहीं।

चतुर्थक विचलन के गुण

(१) गणना सरल।

(२) प्रति सीमान्त मूल्यों का कम प्रभाव।

दोष

(१) सभी पदों पर विचार नहीं।

(२) कीर्तगणितोप विवेचन के अयोग्य।

(३) प्रति सीमान्त पदों को कम महत्त्व।

(४) प्रतिपदिन श्रेणियों में प्रयोग ठीक नहीं।

(५) सदा माप।

(२) अयोग्य—इसका कीर्तगणितोप विवेचन सम्भव नहीं।

- (३) अति सीमान्त पदों को कम महत्व—इस विचलन को निकालते समय अति-सीमान्त पदों को महत्व नहीं दिया जाता । इसलिये जहाँ उनका प्रभाव दिखाना आवश्यक है—यह उचित नहीं ।
- (४) अनियमित श्रेणी में प्रयोग ठीक नहीं—यहाँ दो चतुर्थांशों के बीच के विचलन को ध्यान में नहीं रखा जाता है । इसलिये जब श्रेणी बहुत अनियमित हो तब इसका प्रयोग उपयुक्त नहीं ।
- (५) बड़ा माप—विचलन का यह एक बड़ा माप है और इसके आधार पर तुलना करना ठीक नहीं ।

माध्य विचलन (Mean Deviation)

माध्य विचलन श्रेणी के सभी पदों के विचलनों का माध्य है । यहाँ पदमाला के सभी पदों को ध्यान में रखा जाता है । किसी भी माध्य जैसे समान्तर माध्य, भूयिष्टिक या मध्यका से पदमाला के प्रत्येक पद का विचलन निकाल कर उनका समान्तर माध्य निकालते हैं—यही माध्य विचलन होता है । माध्य विचलन की प्रथम घातु का अपकरण (First Moment of Dispersion) भी कहते हैं ।

इसमें निम्न श्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

- (१) सर्व प्रथम यह निर्दिष्ट करना पड़ता है कि समान्तर माध्य, भूयिष्टिक या मध्यका इनमें से किस माध्य से माध्य विचलन निकालना है । यह निर्दिष्ट करते समय मध्यका (Median) को ही प्रधानता दी जानी चाहिये क्योंकि यह अधिक स्थिर व प्रतिनिधि होता है । समान्तर माध्य से भी विचलन किया जा सकता है । परन्तु भूयिष्टिक का प्रयोग यथामाध्य नहीं करना चाहिये क्योंकि यह बहुत अनिश्चित होता है ।
- (२) निर्दिष्ट किये हुए माध्य से प्रत्येक मूल्य का विचलन निकाल लेते हैं । ऐसा करने समय सभी विचलनों को धनात्मक (Positive) मान लेते हैं । ऋणात्मक (Negative) विचलनों को भी धनात्मक ही मानते हैं ।
- (३) सभी विचलनों को जोड़ लेते हैं ।
- (४) इस योग में पदों की संख्या का भाग दे देते हैं । इस प्रकार प्राप्त प माध्य विचलन होता है ।

माध्य विचलन का सूत्र निम्न है :—

$$\delta = \frac{\sum d}{n}$$

Where δ stands for Mean Deviation

d " , deviation from Median, Arithmetic

Average or Mode z

n stands for Number of items

$$\text{Coefficient of Mean Deviation} = \frac{\delta}{\text{Mean or Mode or Median}}$$

इन सूत्रों को योज्य आवश्यकतानुसार परिवर्तन करके निम्न रूपों में प्रयोग
किए जा सकते हैं —

Individual Discrete or conti-
Series nuous Series

$$\text{Mean Deviation from mean or } \delta_a = \frac{\sum da}{n} \quad \frac{\sum fda}{n}$$

$$\text{Mean Deviation from Median or } \delta_m = \frac{\sum dm}{n} \quad \frac{\sum fdm}{n}$$

$$\text{Mean Deviation from } \delta_z = \frac{\sum dz}{n} \quad \frac{\sum fdz}{n}$$

इस प्रकार जो माध्य विचलन प्राप्त होने के निरपेक्ष (Absolute) हाने। इन्हें सापेक्ष बनाने के लिये विचलनों में प्रत्येक उसी माध्य के भाग देंगे जिनकी सहायता से वे प्राप्त किये गये हैं। इनके लिये निम्न सूत्र प्रयोग किये जायेंगे —

$$\text{Mean Coefficient of Dispersion or } C\delta_a = \frac{\delta_a}{a}$$

$$\text{Median " " or } C\delta_m = \frac{\delta_m}{m}$$

$$\text{Mode " " or } C\delta_z = \frac{\delta_z}{z}$$

माध्य विचलन और उसके गुणक का संगणन
(Calculation of Mean Deviation and its Coefficient)

व्यक्तिगत श्रेणी (Individual Series)

गणना की विधि

(१) उम माध्य को निहातने हैं जिसमें माध्य विचलन निहातने का निरिचल करते हैं। यह मध्यक, मध्यक या भुविच्छिद कोई भी हो सकता है।

- (२) उस माध्य से मूल्या का विचलन निकालेंगे । विचलन निकालते समय सभी विचलनों को घनात्मक मान लेते हैं । ऋणात्मक वालों को भी घनात्मक मान लेते हैं ।
- (३) सभी विचलनों को जोड़ देते हैं ।
- (४) सभी विचलनों के योग में पदा की संख्या का भाग देते हैं और इस प्रकार प्राप्त भजनफल माध्य विचलन होता है ।
- (५) माध्य विचलन में उस माध्य का जिससे विचलन निकाना गया है भाग देने पर भजनफल उसका गुणक होगा ।

Illustration 5

Find out the mean Deviation and its coefficient from the following data

| months | Monthly Expenditure Rs |
|--------|---------------------------|
| 1 | 30 |
| 2 | 32 |
| 3 | 34 |
| 4 | 35 |
| 5 | 36 |
| 6 | 38 |
| 7 | 40 |

Solution 5

| Months | Monthly Expenditure in Rs | Deviations from Median : e 35 (+ and - Signs are ignored) |
|--------|------------------------------|--|
| 1 | 30 | 5 |
| 2 | 32 | 3 |
| 3 | 34 | 1 |
| 4 | 35 | 0 |
| 5 | 36 | 1 |
| 6 | 38 | 3 |
| 7 | 40 | 5 |
| | | $\sum dm = 18$ |

Median or $m =$ The value of $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ th item

$=$ " " $\left(\frac{7+1}{2}\right)$ th item

$=$ " " 4th item

$=$ Rs 35

$$\begin{aligned} \text{Mean Deviation from the Median or } \delta m &= \frac{\sum dm}{n} \\ &= \frac{18}{7} \\ &= \text{Rs } 2.57 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Median Coefficient of Dispersion or } C_{\delta m} &= \frac{\delta m}{M} \\ &= \frac{2.57}{35} \\ &= 0.073 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{The arithmetic average or } a &= \frac{\sum m}{n} \\ &= \frac{245}{7} \\ &= \text{Rs } 35 \end{aligned}$$

It is just equal to Median and hence Mean Deviation from Arithmetic average and its Coefficient of dispersion will be the same as those computed from Median

माध्य विचलन और उसके गुणक का संगणन (Calculation of Mean Deviation and its Coefficient)

गणना की विधि :

- (१) जिस माध्य से माध्य विचलन निकालना होता है, उस माध्य को निकालते हैं। मध्यक, ऋजु (Direct) या संपु (Short-cut) विधि भी रीति से निकाला जा सकता है।
- (२) इस प्रकार निकाले गये माध्य से मूल्यों का विचलन निकालते हैं। विचलन निकालते समय धन व ऋण का विचार नहीं करते। सभी विचलनों की घनात्मक मान लेते हैं।
- (३) प्रत्येक विचलन का उससे सामने वाली घातुति में गुणा करने द्वारा विचलन ज्ञात करते हैं।
- (४) इन गुणनफलों के योग में धना की संख्या या घातुतियों के योग का भाग देने पर माध्य विचलन प्राप्त होता है।
- (५) माध्य विचलन में उस माध्य का भाग देते पर जिससे यह विचलन प्राप्त हुआ है, उसका गुणक प्राप्त होता है।

विच्छिन्न श्रेणी (Discrete series)

Illustration 6.

Find out the Mean Deviation and its Coefficient from the following series -

| Size of items | Frequency |
|---------------|-----------|
| 2 | 3 |
| 3 | 4 |
| 4 | 5 |
| 5 | 8 |
| 6 | 6 |
| 7 | 3 |

Solution 6.

Mean Deviation from Median

| Size of item | Frequency | Cumulative Frequency | Deviation from Median (5) | Total Deviation (Frequency × Deviation) |
|--------------|-----------|----------------------|---------------------------|---|
| 2 | 3 | 3 | 3 | 9 |
| 3 | 4 | 7 | 2 | 8 |
| 4 | 5 | 12 | 1 | 5 |
| 5 | 8 | 20 | 0 | 0 |
| 6 | 6 | 26 | 1 | 6 |
| 7 | 3 | 29 | 2 | 6 |
| n=29 | | | | Σfdm=34 |

Median or M = the value of $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ th item

= the value of $\left(\frac{29+1}{2}\right)$ th item

= " " " 15th item

= 5

Mean Deviation or $\delta_m = \frac{\Sigma fdm}{n}$

$$= \frac{34}{29}$$

$$= 1.17$$

Median Coefficient of Dispersion or $C\delta_m = \frac{\delta_m}{J_n}$

$$= \frac{1.17}{5}$$

$$= .23$$

Ja

Mean Deviation from Arithmetic Average

| Size of the item | Frequency | Product of sizes & frequency | Deviation from $\bar{x}=46$ | Total Deviations i.e. Frequency x Deviation |
|------------------|-----------|------------------------------|-----------------------------|---|
| 2 | 3 | 6 | 26 | 78 |
| 3 | 4 | 12 | 16 | 64 |
| 4 | 5 | 20 | 6 | 30 |
| 5 | 8 | 40 | 1 | 32 |
| 6 | 6 | 36 | 11 | 64 |
| 7 | 3 | 21 | 21 | 72 |
| $n=29$ | | $\sum mf=135$ | | $\sum fda=360$ |

Arithmetic Average or $\bar{x} = \frac{\sum mf}{n}$

$$= \frac{135}{29} = 46.72$$

Mean Deviation or $\delta \bar{x} = \frac{\sum fda}{n}$

$$= \frac{360}{29} = 12.41$$

Mean Coefficient of Dispersion or $C\delta \bar{x} = \frac{\delta \bar{x}}{\bar{x}}$

$$= \frac{12.41}{46} = 27$$

Mean Deviation from Mode

Mode is the size which has got highest frequency. Here by inspection we find that Mode is 5. In this problem it is just equal to Median. Hence the Mean Deviation from Mode and its Coefficient will be the same as those from Median.

अविच्छिन्न श्रेणी में माध्य विचलन और उसके गुणांक का संगणन
(Calculation of Mean Deviation and its Coefficient in Continuous Series)

गणना की विधि

- (1) प्रत्येक वर्ग का माध्य बिंदु (Mid value) पात करके श्रेणी को सज्जत श्रेणी के रूप में परिवर्तित करते हैं।
- (2) त्रिगुण माध्य से माध्य विचलन निहायता होता है—जैसे मध्यमा, मध्यक या भूमिच्छिन्न उसे निहायते हैं। मध्यक निहायते समय चाहे

ऋजुराति (Direct Method) या चाहे लघुरीति (Short cut Method) अपनाई जा सकती है।

- (३) निकाल गये माध्य से वर्ग के मध्य बिंदुओं का विचलन निकालते हैं। विचलन निकालने-समय धन व ऋण का विचार नहीं करते क्योंकि सबको धनात्मक मानते हैं।
- (४) इस प्रकार प्राप्त विचलन का उस पद की आवृत्ति से गुणा करत हैं।
- (५) इन गुणनपना को जोड़कर उसमें पदों की संख्या अर्थात् आवृत्तियों के योग का भाग देने पर माध्य विचलन प्राप्त होता है।
- (६) माध्य विचलन में उस माध्य का भाग देने पर जिससे यह विचलन प्राप्त हुआ है उसका गुणक प्राप्त होता है।

Illustration 7

Compute the Mean Deviation from the mean and from the Median and their coefficient for the following distribution of the scores of 50 College students —

| Scores | Frequency |
|---------|-----------|
| 140—150 | 4 |
| 150—160 | 6 |
| 160—170 | 10 |
| 170—180 | 18 |
| 180—190 | 9 |
| 190—200 | 3 |

Solution 7

Calculating of Mean Deviation and its Coefficient from Mean

| Scores | Mid value | Frequency | Deviation from assumed Mean = Dx | Deviations × Frequency fdx | Deviations from Mean i.e. $\frac{171.2}{n}$ | Deviations × Frequency fda |
|---------|-----------|-----------|----------------------------------|-------------------------------|--|-------------------------------|
| 140—150 | 145 | 4 | -70 | -280 | 26.2 | 104.8 |
| 150—160 | 155 | 6 | -10 | -60 | 16.2 ✓ | 97.2 |
| 160—170 | 165 | 10 | 0 | 0 | 6.2 ✓ | 62 |
| 170—180 | 175 | 18 | +10 | +180 | 38 ✓ | 684 |
| 180—190 | 185 | 9 | +20 | +180 | 13.8 | 124.2 |
| 190—200 | 195 | 3 | +30 | +90 | 23.8 | 71.4 |
| | | n=50 | | ∑fdx = 310 | | ∑fda = 466 |

$$a = x + \frac{\sum fdx}{n}$$

प्रवृत्ति और विषमता

$$= 165 + \frac{310}{50}$$

$$= 171.2 \text{ scores}$$

$$\delta a = \frac{\sum fd_1}{n}$$

$$= \frac{466 + 62}{50}$$

$$= 9.32 \text{ scores}$$

$$\text{Coefficient of } \delta a = \frac{9.32}{171.2}$$

$$= 0.5$$

Calculation of Mean Deviation and its Coefficient from Median

| Scores | Mid Value | Frequency | Cumulative Frequency | Deviation from Median i.e. $ d_m $ | Total Deviations i.e. Deviation \times Frequency $\sum fd_m$ |
|---------|-----------|-----------|----------------------|------------------------------------|--|
| 140-150 | 145 | 4 | 4 | 28 | 112 |
| 150-160 | 155 | 6 | 10 | 18 | 108 |
| 160-170 | 165 | 10 | 20 | 8 | 80 |
| 170-180 | 175 | 18 | 38 | 2 | 36 |
| 180-190 | 185 | 9 | 47 | 12 | 108 |
| 190-200 | 195 | 3 | 50 | 22 | 66 |
| $n=50$ | | | | | $\sum fd_m=510$ |

Median = the size of $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ th item

= " " " $\left(\frac{50+1}{2}\right)$ th item

= " " " 25.5th item

Hence the Median class is 170-180

[For interpretation the following formula shall be applied -

$$M = L_2 + \frac{I_2 - I_1}{i} (m - c)$$

$$= 170 + \frac{180 - 170}{18} (25.5 - 20)$$

$$= 170 + \frac{10}{18} \times 55$$

$$= 170 + \frac{55}{18}$$

$$= 170 + 3.0$$

$$= 173 \text{ scores}$$

$$\delta m = \frac{\sum f dm}{n}$$

$$= \frac{510}{50}$$

$$= 10.2 \text{ Scores}$$

$$\text{Coefficient of } \delta m = \frac{10.2}{173}$$

$$= 0.05$$



मध्यक विचलन निकालने की लघु रीति

(Short-cut Method of Calculating Mean Deviation)

परिचित श्रेणी (Discrete series)

प्रश्न. ऐसा होता है कि मध्यक, मध्यक या भूमिष्टिक पूर्ण संख्याएँ नहीं होती हैं। फलस्वरूप माध्य विचलन निकालने में असुविधा होती है। ऐसी दशा में लघु रीति का प्रयोग किया जा सकता है। इस रीति में निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

- (१) किसी सम्पूर्ण संख्या को माध्य मान लेते हैं और उससे विचलन निकाल कर उनका योग कर लेते हैं।
- (२) वास्तविक माध्य तथा कल्पित माध्य का अन्तर ज्ञात कर लेते हैं।
- (३) वास्तविक माध्य के पहले की तथा वास्तविक माध्य के बाद की धावृत्तियों का अन्तर ज्ञात कर लेते हैं।
- (४) इस प्रकार प्राप्त धावृत्तियों के अन्तर को वास्तविक तथा कल्पित माध्य के अन्तर से गुणा कर देते हैं।
- (५) इस गुणनफल को कल्पित माध्य से निकाले गये विचलनों के योग में जोड़ देते हैं।
- (६) इस प्रकार जो योग प्राप्त होगा उसमें पदों की संख्या का भाग दे देते हैं।

प्राप्त नमनकल माध्य विचयन होगा ।

इसे एक सूत्र के रूप में इस प्रकार लिखेंगे :-

$$\delta = \frac{\sum dx + \text{Total Error}}{n}$$

Where δ = Mean Deviation

dx = deviations from the assumed average (+ and - signs are ignored)

Total Error = Difference of the total frequencies before average and after average multiplied by the difference between Actual average and estimated average
 n = number of items

Illustration 8

Below are given the ages of 20 students of a class Find out Mean Deviation and its coefficients

| Age in years | No of students |
|--------------|----------------|
| 20 | 4 |
| 21 | 5 |
| 22 | 7 |
| 23 | 3 |
| 24 | 1 |

Solution 8

| Age in years | No of students | Deviations from assumed Mean 21 | Total Deviations i.e frequency \times Deviations |
|--------------|----------------|---------------------------------|--|
| 20 | 4 | -1 | -4 |
| 21 | 5 | 0 | 0 |
| 22 | 7 | +1 | +7 |
| 23 | 3 | +2 | +6 |
| 24 | 1 | +3 | +3 |
| | 20 | | +12 |
| | | | $\sum fd = \sum dx = 20^*$ |

$$a = x + \frac{\sum fd}{n}$$

$$= 21 + \frac{12}{20}$$

$$= 21.6 \text{ mean}$$

* Ignoring + and - signs and considering all plus

Difference between Actual Arithmetic Average and estimated
 Arithmetic Average = 21.6 - 21 = 6
 Total Frequencies before Mean = 4 + 5 = 9
 " " after " = 7 + 3 + 1 = 11
 Difference of total frequencies before Mean and After Mean
 = 9 - 11 = -2

$$\text{Mean Deviation from Mean or } \delta a = \frac{\sum dx + \text{Total Error}}{n}$$

$$= \frac{20 + (6 + -2)}{20}$$

$$= \frac{20 + 4}{20}$$

$$= \frac{24}{20}$$

$$= 1.2$$

$$= 9\frac{1}{2} \text{ cars}$$

Coefficient of Mean Deviation from Mean or C_{MD} = $\frac{9\frac{1}{2}}{21.6}$
 = 0.44

इसी प्रकार मध्यक और भूयिष्टिक म भी माध्य विचलन निकाल सकते हैं।
 वैसे ही खण्डित श्रेणी म मध्यक और भूयिष्टिक प्राय पूर्णतः ही होते हैं। इसलिये
 सघु रीति की आवश्यकता ही नहीं पड़ती।

मध्यक विचलन निकालने की सघु रीति

(Short cut Method of Calculating Mean Deviation)

अखण्डित श्रेणी (Continuous series)

Illustration

अखण्डित श्रेणी को खण्डित श्रेणी म परिवर्तित करके माध्य विचलन
 निकालते हैं। अखण्डित श्रेणी को खण्डित म बदलने के नियमों से मध्य बिन्दु प्राप्त
 कर लेते हैं। फिर क्रिया ठीक उसी प्रकार से की जाती है जैसे खण्डित श्रेणी म।

Illustration 9

Calculate Mean Deviation and its Coefficient from the following data —

| | | | | | | |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Height in inches | 40—45 | 45—50 | 50—55 | 55—60 | 60—65 | 65—70 |
| No of Persons | 2 | 10 | 18 | 16 | 11 | 3 |

अपविरण मोर विपगतो

Solution III.

| Height in inches | Mid Value | No. of Persons | Cum. Frequency | Deviation from assumed Median 57.5 | Deviation \times Frequency |
|------------------|-----------|----------------|----------------|------------------------------------|------------------------------|
| 40-45 | 42.5 | 2 | 2 | 15 | 30 |
| 45-50 | 47.5 | 10 | 12 | 10 | 100 |
| 50-55 | 52.5 | 18 | 30 | 5 | 90 |
| 55-60 | 57.5 | 16 | 46 | 0 | 0 |
| 60-65 | 62.5 | 11 | 57 | 5 | 55 |
| 65-70 | 67.5 | 3 | 60 | 10 | 30 |
| | | 60 | | | $\Sigma fdm = 30$ |

Median = the size of $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ th item.

= " " $\left(\frac{60+1}{2}\right)$ th item.

= " " 30.5th item The Median class is 55-60

= $L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$

= $55 + \frac{60 - 55}{16} (30.5 - 30)$

= $55 + \frac{5}{16} \times 0.5$

= $55 + \frac{2.5}{16}$

= 55.15 inches.

Difference between Actual Median and Estimated Median
= $57.5 - 55.15 = 2.35$ ✓

Total frequencies before Median = $2 + 10 + 18 = 30$ ✓

" " after " = $16 + 11 + 3 = 30$ ✓

Difference between total frequencies before Median and after median $30 - 30 = 0$

$\delta m = \frac{\Sigma dx + \text{Total Error}}{n}$

$$= \frac{305 + (2 \cdot 35 \times 0)}{60}$$

$$= \frac{305}{60}$$

$$= 5.08 \text{ inches}$$

$$\text{Coefficient of } \delta m = \frac{5.08}{55.15} \times 100$$

$$= 09$$

माध्य विचलन के गुण (Merits of Mean Deviation)

माध्य विचलन के निम्न गुण अर्थात् लाभ हैं :—

- (१) समस्त मूल्यों पर आधारित—यह विचलन पद माला के सभी मूल्यों पर आधारित होती है। इसलिए यह पदमाला की ग्राह्यता पर पर्याप्त प्रकाश डालता है।
- (२) अति सीमान्त पदों का कम प्रभाव—इस विचलन पर अति सीमान्त (Extreme) पदों का कम प्रभाव पड़ता है।
- (३) गणना सरल—प्रमाप विचलन की तुलना में इसकी गणना की क्रिया सरल होती है।
- (४) किसी भी माध्य से सम्भव—यह विचलन मध्यका, मध्यक या भूविष्टिक किसी भी माध्य से निकाला जा सकता है।
- (५) सभी मूल्यों की सापेक्ष महत्ता—यह विचलन सभी मूल्यों को उनकी सापेक्ष महत्ता प्रदान करता है।
- (६) समझने में सरल—यह विचलन समझने में भी सरल होता है। केवल इतना ही जानना काफी होता है कि किसी भी माध्य से मूल्यों के विचलनों के योग का मध्यक होता है।

माध्य विचलन के दोष (Demerits of Mean Deviation)

माध्य विचलन में निम्न प्रमुख दोष हैं :—

- (१) घन अथवा चिन्हों का परित्याग—इस विचलन का सबसे बड़ा दोष यह है कि यहाँ घन व चिन्हों को छोड़ दिया जाता है अर्थात् सभी पदों को धनात्मक मान लेते हैं। गणित की दृष्टि से यह अशुद्ध है।
- (२) बीजगणितीय प्रयोग नहीं—गणितीय दृष्टि से अशुद्ध होने के कारण इसका प्रयोग बीजगणित में नहीं किया जा सकता।
- (३) अविश्वसनीय—भूविष्टिक के अनिश्चित होने पर भूविष्टिक से यह विचलन भी अनिश्चित होता है।

प्रमाण विचलन (Standard Deviation)

प्रमाण विचलन अपविरण को मापन करने का सबसे अधिक लोकप्रिय और उपयोगी ढंग है। अपविरण को मापन करने के ऊपर तीन ढंग बतलाये जा चुके हैं— विस्तार, घूर्णक विचलन व माध्य विचलन। इन तीनों में कुछ न कुछ दोष हैं और इन दोषों के कारण अपविरण मापन करने के ये ढंग वैज्ञानिक व उपयुक्त नहीं बह जा सकन। प्रमाण विचलन अपविरण मापन करने की एक ऐसी रीति है जिसमें ऊपर बखिण अपविरण मापन करने की रीतिया के दोषों को दूर किया जाता है। माध्य विचलन में सबसे बड़ा दोष यह है कि वहाँ विचलन निकालने समय सभी विचलनों को धनात्मक मान लेते हैं। प्रमाण विचलन निकालने समय ऐसी क्रिया की जाती है कि सभी धर स्वयं धनात्मक हो जाने हैं और नकारात्मक प्रकृति नही रहती। यहाँ (+) व (-) चिन्हों को छाडा नही जाता बखि सभी विचलनों का वर्ग निकाल लेन है। वर्ग करने पर अपन दोष सभी विचलन धनात्मक हो जाते हैं। इन विचलनों के सरल मध्यन का वर्गमूल प्रमाण विचलन होता है।¹

प्रमाण विचलन द्वारा अपविरण का माप मान करने की रीति को प्रयोग म लाने वाले प्रसिद्ध सांख्यिक बाले कियर्सन (Karl Pearson) ने। प्रमाण विचलन को द्वितीय पात का अपविरण (Second Moment of Dispersion) भी कहते हैं। कारण यह है कि यह विचलनों के वर्ग में निराला जा सकता है। इसकी मध्यक-विभ्रम (Mean Error), मध्यक वर्ग विभ्रम (Mean Square Error or Error of Mean Square) या मूल मध्यक वर्ग-विचलन (Root Mean Square Deviation) प्रादि भी कहत हैं।

इन विचलन को प्रमाण विचलन इसलिय कहा जाता है कि नकारात्मक दृष्टि से बहुत कुछ होने के कारण उच्च स्तर के सांख्यिकीय अध्ययनों में इसका प्रयोग किया जाता है।

प्रमाण विचलन निकालने की रीति

(Method of Calculating Standard Deviation)

व्यक्तिगत श्रेणी (Individual series)

व्यक्तिगत श्रेणी में प्रमाण विचलन निकालने की दो रीतियाँ हैं :—

- (१) प्रत्यु रीति (Direct Method)
- (२) लघु रीति (Short-cut Method)

प्रत्यु रीति (Direct Method)

इन रीति से प्रमाण विचलन निकालने समय निम्न क्रियाएँ करनी पडती हैं :—

- (१) समकमाला के मूल्यों का मध्यक (Arithmetic average or Mean) निकाल लेन है।

1 The Standard deviation is the square root of the arithmetic average of the squared deviation measured from the various values of a statistical series

- (२) इस प्राप्त मध्यक से समक माता के विभिन्न मूला का विचलन निकालते हैं ।
- (३) इन विचलनों का वर्ग निकाल कर उनका योग कर लेते हैं ।
- (४) विचलना के वर्गों के योग म पदा की संख्या का भाग दे देते हैं ।
- (५) प्राप्त भजनफल का वर्गमूल निकाल लेते हैं ।

यही वर्गमूल प्रमाप विचलन होता है । इसके लिए निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है :—

$$d = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}$$

Where d represents standard Deviation

d^2 „ square of Deviation

n „ number of items .

प्रमाप विचलन का गुणक (Coefficient of Standard Deviation)—चतुर्थक या माध्य विचलन की ही भाँति प्रमाप विचलन व्यपकिरण का निरपेक्ष (Absolute) मान है । यहाँ भी इसे तुलना योग्य बनाने के लिए इसका गुणक निकाल कर इसे सापक्ष रूप में परिवर्तित करते हैं । प्रमाप विचलन म समानान्तर माध्य का भाग देने से प्रमाप विचलन का गुणक (Coefficient of Standard Deviation) प्राप्त होता है । इसके लिए निम्न सूत्र का प्रयोग होता है :—

$$\text{Coefficient of Standard Deviation} = \frac{d}{a} \checkmark$$

Illustration 10

Find the Standard Deviation of the monthly salaries of 10 persons given below —

| Persons | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Salaries in Rs | 120 | 110 | 115 | 122 | 126 | 140 | 125 | 121 | 120 | 131 |

Also calculate the Coefficient of Standard Deviation

Solution 10

Calculation of Standard Deviation and its coefficient of the Monthly salaries of 10 persons

| Persons | Salaries in Rs | Deviations from Mean (d) | Square of Deviat (d ²) |
|---------|----------------|--------------------------|------------------------------------|
| 1 A | 120 | -3 | 9 |
| 2 B | 110 | -13 | 169 |
| 3 C | 115 | -8 | 64 |
| 4 D | 122 | -1 | 1 |
| 5 E | 126 | +3 | 9 |
| 6 F | 140 | +17 | 289 |
| 7 G | 125 | +2 | 4 |
| 8 H | 121 | -2 | 4 |
| 9 I | 120 | -3 | 9 |
| 10 J | 131 | +8 | 64 |
| n = 10 | | Σm = 1230 | Σd ² = 622 |

$$m = \frac{\sum m}{n}$$

$$= \frac{1230}{10}$$

$$= \text{Rs } 123$$

Standard Deviation of $d = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}$

$$= \sqrt{\frac{622}{10}}$$

$$= \sqrt{62.2}$$

$$= \text{Rs } 7.8$$

Coefficient of Standard Deviation = $\frac{7.8}{123}$

$$= \frac{7.8}{123}$$

$$= 0.06$$

सद्यु रीति (Short-cut Method)

प्रत्य: ऐसा होता है कि समाना सर माध्य पूर्णांक नहीं होता । ऐसी दशा में विषमता भी पूर्णांक नहीं होते । फिर समता सर्व सेना बलिबु बार्ब है । इस अगुविद्या से बचने के लिये सद्यु रीति से प्रमाप विषमता निहाया जाता है ।

गणना विधि—इस राति में प्रमाप विचलन निकालने समय निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

- (१) पद मात्रा के मूल्यों में से किसी मूल्य को समानांतर माध्य मान लेते हैं।
- (२) इस कल्पित माध्य से श्रेणी के प्रत्येक मूल्य का विचलन निकालते हैं। विचलन निकालते समय धन व ऋण चिह्नों का ध्यान में रखा जाता है।
- (३) प्रत्येक विचलन का वर्ग कर लेते हैं।
- (४) इन सभी वर्गों को जोड़ लेते हैं।
- (५) इस जोड़ में पदों की संख्या का भाग दे देते हैं।
- (६) भजन फल में से वास्तविक समानांतर माध्य व अनुमानित समानांतर माध्य के अंतर का वर्ग घटा देते हैं।
- (७) घटाने से जो शेष बचता है, उसका वर्गमूल निकाल लेते हैं। यही प्रमाप विचलन होता है।

इसके लिए निम्न सूत्र प्रयोग किया जाता है —

$$d = \sqrt{\frac{\sum dx^2 - n(a-x)^2}{n}}$$

Or

$$d = \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - (a-x)^2}$$

$$\sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - \left(\frac{\sum dx}{n}\right)^2}$$

Where d — Standard Deviation

d^2 = Square of Deviations

n = Number of items

a = Actual Arithmetic Average

x = Estimated Arithmetic Average.

Illustration 21

Ten students of the B Com class of a college have obtained the following marks in statistics out of 100 marks. Calculate the Standard Deviation by the Short-cut as well as the Direct Method

| Serial No | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Marks | 5 | 10 | 20 | 25 | 40 | 42 | 45 | 48 | 70 | 80 |

Solution 11

Calculation of the Standard Deviation of Marks obtained by 10 students of a college in Statistics

| Serial No | Marks | Deviations from assumed Mean (40) dx | Square of Deviation dx ² | Deviation from actual Mean (38.5) d | Square of Deviations d ² |
|-------------|---------------|--------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 5 | -35 | 1225 | -33.5 | 1122.25 |
| 2 | 10 | -30 | 900 | -28.5 | 812.25 |
| 3 | 20 | -20 | 400 | -18.5 | 342.25 |
| 4 | 25 | -15 | 225 | -13.5 | 182.25 |
| 5 | 40 | 0 | 0 | +1.5 | 2.25 |
| 6 | 42 | +2 | 4 | +3.5 | 12.25 |
| 7 | 45 | +5 | 25 | +6.5 | 42.25 |
| 8 | 48 | +8 | 64 | +9.5 | 90.25 |
| 9 | 70 | +30 | 900 | +31.5 | 992.25 |
| 10 | 80 | +40 | 1600 | +41.5 | 1722.25 |
| n=10 | Σm=385 | | mdx²=5343 | | Σdx²=5320.0 |

$$a = \frac{\Sigma m}{n}$$

$$= \frac{385}{10}$$

$$= 38.5 \text{ marks}$$

Short cut Method

$$d = \sqrt{\frac{\Sigma d^2 x}{n} - (a - \bar{x})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{5343}{10} - (38.5 - 40)^2}$$

$$= \sqrt{534.3 - 2.25}$$

$$= \sqrt{532.05}$$

$$= 23.06 \text{ marks}$$

Direct Method

$$d = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{5320.0}{10}}$$

$$= \sqrt{532.05}$$

$$= 23.06 \text{ marks}$$

खंडित श्रेणी का प्रमाप विचलन निकालना

(Calculation of Standard Deviation of Discrete Series)

ऋजु रीति (Direct Method)

गणना विधि—इस रीति से प्रमाप विचलन निकालते समय निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

- (१) पदमाता का समानान्तर माध्य निकाल लेते हैं।
 - (२) इस समानान्तर माध्य से पदमाता के प्रत्येक मूल्य का विचलन निकालते हैं। विचलन निकालते समय धन व ऋण चिन्हों को ध्यान में रक्खा जाता है।
 - (३) प्रत्येक विचलन का वर्ग कर लेते हैं।
 - (४) प्रत्येक विचलन के वर्ग को उसके सामने वाली आवृत्ति से गुणा करते हैं।
 - (५) विचलन के वर्ग व तत्सम्बन्धी आवृत्ति के गुणनफलों को जोड़ लेते हैं।
 - (६) इस जोड़ में आवृत्तियों की कुल संख्या से भाग दे देते हैं।
 - (७) अंजनफल का वर्गमूल निकाल लेते हैं।
- प्राप्त फल प्रमाप विचलन होता है।

इसके लिये निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है :—

$$d = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n}}$$

Where, fd^2 = Square of Deviations from mean multiplied by corresponding frequency.

n = number of items or total frequency.

Illustration 12.

Find out the Mean and Standard Deviation of the following distribution :—

| | |
|------------------|---|
| No. of accidents | 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. |
|------------------|---|

| | |
|------------------|---|
| Persons involved | 15, 16, 21, 10, 17, 8, 4, 2, 1, 2, 2, 0, 2. |
|------------------|---|

Total 100.

(B. Com., Agra, 1955)

Solution 12

Calculation of the Standard Deviation

| No of students | Persons involved | Product | Deviations from the Mean (j) | Square of Deviations | Frequency & Deviation |
|----------------|------------------|-----------|------------------------------|----------------------|------------------------|
| m | f | mf | d | d ² | fd ² |
| 0 | 15 | 0 | -3 | 9 | 135 |
| 1 | 16 | 16 | -2 | 4 | 64 |
| 2 | 21 | 42 | -1 | 1 | 21 |
| 3 | 10 | 30 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 17 | 68 | +1 | 1 | 17 |
| 5 | 11 | 55 | +2 | 4 | 44 |
| 6 | 1 | 6 | +3 | 9 | 36 |
| 7 | 2 | 14 | +4 | 16 | 32 |
| 8 | 1 | 8 | +5 | 25 | 25 |
| 9 | 2 | 18 | +6 | 36 | 72 |
| 10 | 2 | 20 | +7 | 49 | 71 |
| 11 | 0 | 0 | +8 | 64 | 0 |
| 12 | 2 | 24 | +9 | 81 | 162 |
| n = 100 | | ∑mf = 301 | | | ∑fd ² = 691 |

$$\bar{x} = \frac{\sum mf}{n}$$

$$= \frac{301}{100}$$

$$\bar{x} = 3.01$$

- 3 Approx

$$\text{Standard Deviation} = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{691}{100}}$$

$$= \sqrt{694}$$

$$= 26$$

इसका गुणन इसमें मध्यक का भाग देने पर निकलेगा ।

लघु रीति (Short-cut Method)

गणना विधि—इस रीति से प्रमाप विचलन निकालने समय निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

- (१) पद माला के मूल्यों में से किसी भी मूल्य को माध्य मान लेते हैं ।
- (२) इस कल्पित माध्य से पदमाला के प्रत्येक मूल्य का विचलन निकालते हैं । विचलन निकालते समय धन व ऋण चिन्हों को ध्यान में रखा जाता है ।
- (३) प्रत्येक विचलन का वर्ग कर लेते हैं ।
- (४) प्रत्येक विचलन के वर्ग को उसके सामने वाली आवृत्ति से गुणा कर देने हैं ।
- (५) विचलन के वर्ग और आवृत्ति के गुणनफलों को जोड़ लेते हैं ।
- (६) इस जोड़ में आवृत्तियों की जोड़ का भाग दे देते हैं ।
- (७) भजनफल में से वास्तविक समानान्तर माध्य व अनुमानित समानान्तर माध्य के अन्तर का वर्ग घटा देते हैं ।
- (८) घटाने से जो शेष बचता है उसका वर्गमूल निकाल लेते हैं ।

यही प्रमाप विचलन होता है ।

इसके लिए निम्न सूत्र का प्रयोग करने हैं :—

$$\text{Standard Deviation or } \sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2x - n(a-x)^2}{n}}$$

Or

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2x}{n} - (a-x)^2}$$

Where, fd^2x = Square of Deviations from assumed arithmetic average multiplied by corresponding frequency

अब सभी चिन्ह पढ़ने ही वाले अर्थों में प्रयोग किये जाने हैं । ऊपर के ही हरेण की लघु रीति में यहाँ किया जायेगा ।

Solution 12

| No of accidents | Persons involved | Deviations from assumed Mean (o) dx | Frequency x Deviations fdx | Square of Deviations d ² x | Frequency x Square of Deviations fd ² x |
|-----------------|------------------|---|-------------------------------|--|---|
| 0 | 15 | -6 | -90 | 36 | 540 |
| 1 | 16 | -5 | -80 | 25 | 400 |
| 2 | 21 | -4 | -84 | 16 | 336 |
| 3 | 10 | -3 | -30 | 9 | 90 |
| 4 | 17 | -2 | -34 | 4 | 68 |
| 5 | 8 | -1 | -8 | 1 | 8 |
| 6 | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 2 | +1 | +2 | 1 | 2 |
| 8 | 1 | +2 | +2 | 4 | 4 |
| 9 | 2 | +3 | +6 | 9 | 18 |
| 10 | 2 | +4 | +8 | 16 | 32 |
| 11 | 0 | +5 | 0 | 25 | 0 |
| 12 | 2 | +6 | +12 | 36 | 72 |
| n=100 | | | $\sum fdx = -296$ | | $\sum fd^2x = 1570$ |

$$a - x + \frac{\sum fdx}{n}$$

$$= 6 + \left(\frac{-296}{100} \right)$$

$$= 6 - 2.96$$

$$= 3.04$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2x}{n} - (a - x)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1570}{100} - (3.04 - 6)^2}$$

$$= \sqrt{15.70 - 8.76}$$

$$= \sqrt{6.94}$$

$$= 2.6$$

असंगठित श्रेणी का प्रमाप विचलन निकालना

(Calculation of Standard Deviation of Continuous Series)

असंगठित श्रेणी में प्रमाप विचलन निकालने की रीति ठीक नहीं है जो संगठित श्रेणी में है। पहले असंगठित श्रेणी को उसके वर्गों के मध्य बिन्दुओं की निकालकर संगठित में परिवर्तित कर लेने हैं। इन्हीं मध्य बिन्दुओं को मूल्य को मानकर विचलन निकालते हैं।

इसका सूत्र ठीक वही है जो संगठित श्रेणी का है।

सिध्दु रीति (Direct Method)

Illustration 13.

Calculate the standard deviation of the following data —

| Age in years | Number of Persons |
|--------------|-------------------|
| 0—10 | 15 |
| 10—20 | 15 |
| 20—30 | 23 |
| 30—40 | 22 |
| 40—50 | 25 |
| 50—60 | 10 |
| 60—70 | 5 |
| 70—80 | 10 |

Solution 13.

Calculation of Standard Deviation by Direct Method.

| Age in years | Mid Value | No. of persons | Product | Deviations from Mean | Square of Deviations | Frequency × Square of Deviations |
|--------------|-----------|----------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------------------|
| m | M. V. | f | mf | d | d ² | fd ² |
| 0—10 | 5 | 15 | 75 | -30.16 | 909.6256 | 15,644.3840 |
| 10—20 | 15 | 15 | 225 | -20.16 | 406.4256 | 6,096.3840 |
| 20—30 | 25 | 23 | 575 | -10.16 | 103.2256 | 2,374.1888 |
| 30—40 | 35 | 22 | 770 | -1.16 | 0.256 | 5.632 |
| 40—50 | 45 | 25 | 1125 | 9.84 | 96.8256 | 2,420.6400 |
| 50—60 | 55 | 10 | 550 | 19.84 | 393.6256 | 3,936.2560 |
| 60—70 | 65 | 5 | 325 | 29.84 | 890.4256 | 4,452.1280 |
| 70—80 | 75 | 10 | 750 | 39.84 | 1587.2256 | 15,872.2560 |
| $n=125$ | | | $\Sigma mf=$ 4395 | | | $\Sigma fd^2=$ 48,796.2000 |

$$a = \frac{\sum mf}{n}$$

$$= \frac{4393}{125}$$

$$= 35.16 \text{ years}$$

$$\text{Standard Deviation } (\sigma) = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{48,796.8}{125}}$$

$$= \sqrt{390.37}$$

$$= 19.7 \text{ years}$$

$$\text{Coefficient of Standard Deviation} = \frac{\sigma}{a}$$

$$= \frac{19.7}{35.16}$$

$$= 0.56$$

ऊपर के ही प्रश्न को हम यहाँ लघु रीति से कर रहे हैं।

Calculation of Standard Deviation by Short cut Method

| Age in years | Mid Value | Number of persons | Deviations from assumed Mean (30) | Frequency × Deviation | Square of Deviations | Frequency × Square of Deviations |
|--------------|-----------|-------------------|-----------------------------------|-----------------------|----------------------|----------------------------------|
| m | mx | f | dx | fdx | d ² x | fd ² x |
| 0-10 | 5 | 13 | -30 | -450 | 900 | 13,500 |
| 1-20 | 15 | 15 | -20 | -300 | 400 | 6,000 |
| 2-30 | 25 | 23 | -10 | -230 | 100 | 2,300 |
| 3-40 | 35 | 22 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4-50 | 45 | 25 | +10 | 250 | 100 | 2,500 |
| 5-60 | 55 | 10 | +20 | 200 | 400 | 4,000 |
| 6-70 | 65 | 5 | +30 | 150 | 900 | 4,500 |
| 7-80 | 75 | 10 | +40 | 400 | 1600 | 16,000 |
| | | n = 125 | | ∑fdx = 20 | | ∑ |

$$a = x + \frac{\sum fdx}{n}$$

$$= 35 + \frac{20}{125}$$

$$= 35.16 \text{ years}$$

$$\text{Standard Deviation or } \sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2x}{n} - (a - x)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{48,800}{125} - (35.16 - 35)^2}$$

$$= \sqrt{390.4 - 0.03}$$

$$= \sqrt{390.37}$$

$$= 19.7 \text{ years}$$

$$\text{Coefficient of Standard Deviations} = \frac{\sigma}{a}$$

$$= \frac{19.7}{35.16}$$

$$= 0.56$$

समावेशी श्रेणी का प्रमाण विचलन निकालना

(Calculation of Standard Deviation of Inclusive Series)

Illustration 14.

Compute the Standard Deviation from the following data

| Monthly Expenditure on Food and luxuries | Number of Students |
|---|--------------------|
|---|--------------------|

| | |
|-------|----|
| 28—32 | 1 |
| 33—37 | 2 |
| 38—42 | 4 |
| 43—47 | 7 |
| 48—52 | 9 |
| 53—57 | 13 |
| 58—62 | 17 |
| 63—67 | 12 |
| 68—72 | 7 |
| 73—77 | 6 |
| 78—82 | 3 |

Solution 14

| Monthly Expenditure | Mid Value | No of student | Deviations from assumed Mean (55) | Total Deviations Frequency × Deviations | Square of Deviations | Frequency × Square of Deviations |
|---------------------|-----------|---------------|-----------------------------------|---|----------------------|----------------------------------|
| m | M V | f | dx | f dx | d ² x | f d ² x |
| 28—32 | 30 | 1 | -25 | -25 | 625 | 625 |
| 33—37 | 35 | 2 | -20 | -40 | 400 | 800 |
| 38—42 | 40 | 4 | -15 | -60 | 225 | 900 |
| 43—47 | 45 | 7 | -10 | -70 | 100 | 700 |
| 48—52 | 50 | 9 | -5 | -45 | 25 | 225 |
| 53—57 | 55 | 13 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 58—62 | 60 | 17 | +5 | +85 | 25 | 425 |
| 63—67 | 65 | 12 | +10 | +120 | 100 | 1200 |
| 68—72 | 70 | 7 | +15 | +105 | 225 | 1575 |
| 73—77 | 75 | 6 | +20 | +120 | 400 | 2400 |
| 78—82 | 80 | 3 | +25 | +75 | 625 | 1875 |
| | | n=81 | | Σ f dx = +265 | | Σ f d ² x = 10725 |

$$\bar{x} = a + \frac{\sum f dx}{n}$$

$$= 55 + \frac{265}{81}$$

$$= 55 + 3.27$$

$$= 58.27 \text{ units}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum f d^2 x}{n} - (a - \bar{x})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{10725}{81} - (58.27 - 55)^2}$$

$$= \sqrt{132.4 - 10.69}$$

$$= \sqrt{121.72}$$

$$= 11.03 \text{ units}$$

सामूहिक प्रमाप विचलन (Combined Standard Deviation)

जिस प्रकार विभिन्न मध्यकों के आधार पर सामूहिक मध्यक निवाला जाता है। उसी प्रकार विभिन्न प्रमाप विचलनों के आधार पर सामूहिक प्रमाप विचलन निकाला जाता है। इसके लिये निम्न सूत्र प्रयुक्त होता है।

Combined Standard Deviation

$$\sqrt{\frac{f_1\sigma_1^2 + f_2\sigma_2^2 + f_3\sigma_3^2 + \dots + f_1d_1^2 + f_2d_2^2 + f_3d_3^2}{f_1 + f_2 + f_3}}$$

Where f_1, f_2, f_3 etc represent the number in each group respectively

| | | | |
|------------------------------------|---|---|--|
| $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ etc | “ | “ | Standard Deviation of each group respectively |
| d_1, d_2, d_3 etc | “ | “ | Difference between the arithmetic average of the group and the combined arithmetic average |

Illustration 15

A distribution consists of three components with frequencies of 200, 250 and 300, having means of 25, 10 and 15, and standard deviations of 3, 4 and 5 respectively. Find the mean and the Standard Deviation of the combined distribution.

(M Com Banaras 1954)

Solution 15

$$\begin{aligned} \text{Combined Mean} &= \frac{f_1a_1 + f_2a_2 + f_3a_3}{f_1 + f_2 + f_3} \\ &= \frac{(200 \times 25) + (250 \times 10) + (300 \times 15)}{200 + 250 + 300} \\ &= \frac{12000}{750} \\ &= 16 \text{ units} \end{aligned}$$

Combined Standard Deviation =

$$\sqrt{\frac{f_1\sigma_1^2 + f_2\sigma_2^2 + f_3\sigma_3^2 + f_1d_1^2 + f_2d_2^2 + f_3d_3^2}{f_1 + f_2 + f_3}}$$

$$= \sqrt{\frac{(200 \times 3^2) + (250 \times 4^2) + \{250 \times (10 - 16)^2\} + \{300 \times (15 - 16)^2\}}{200 + 250 + 300}}$$

$$= \sqrt{\frac{1800 + 4000 + 7500 + 16200 + 9000 + 300}{750}}$$

/ 384

$$= 6.19 \text{ units}$$

प्रमाण विचलन पर आधारित अन्य माप

(Other Measures Based on Standard Deviation)

प्रमाण विचलन पर आधारित अपसरण के अन्य निम्न रूप हैं :—

- (१) विचरण गुणक (Coefficient of Variation)
- (२) विचरण मापक (Variance)
- (३) मापक (Modulus)
- (४) सुतथ्यता (Precision)
- (५) उन्नावचन (Fluctuations)

विचरण गुणक (Coefficient of Variation)—प्रमाण विचलन

अपसरण का निरपेक्ष माप है इसके विमी धैर्य के स्वल्प व घटन का अनुमान होता है पर तु दो या अधिक धैर्यो म अपसरण की तुलना करने के लिये विचलन का गुणक निराला जाता है। इसे निरालने के दगो का वर्गन किया जा चुका है। इसके माप धैर्यो के अपसरण तुलना योग्य तो हो जाते हैं परन्तु विचलन गुणक प्राय दलमलव अरु मे घाते हैं इगनिय विचलन के अतर का ठीक अनुमान नहीं हो पाता। इग अनुविधा से वषन के लिये विचरण गुणक का महारा किया जाता है। विचरण गुणक निरालने के लिये प्रमाण विचलन के गुणक को १०० मे गुणा कर देन है। इसके निय निम्न सूत्र प्रयोग म घाता है :—

$$\text{Coefficient of variation or } V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

Illustration 16

From the prices of shares X and Y given below state which share is more stable in value —

| | | | | | | | | | | |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| X | 55, | 51, | 52, | 53, | 56, | 58, | 52 | 50, | 51, | 49 |
| Y | 101, | 107, | 103, | 103, | 106, | 107, | 104, | 107, | 104, | 101 |

Solution 16.

Calculation of Coefficient of Variation

| X-series | | | Y-series | | |
|----------------------|--------------------------------------|--|-----------------------|---------------------------------------|---|
| Size m | Deviations from Mean (53) d | Square of Devi- ations d ² | Size m | Deviations from mean (100) d | Square of Deviations d ² |
| 55 | +2 | 4 | 108 | +3 | 9 |
| 54 | +1 | 1 | 107 | +2 | 4 |
| 52 | -1 | 1 | 105 | 0 | 0 |
| 53 | 0 | 0 | 105 | 0 | 0 |
| 56 | +3 | 9 | 106 | +1 | 1 |
| 58 | +5 | 25 | 107 | +2 | 4 |
| 52 | -1 | 1 | 104 | -1 | 1 |
| 50 | -3 | 9 | 103 | -2 | 4 |
| 51 | -2 | 4 | 104 | -1 | 1 |
| 49 | -4 | 16 | 101 | -4 | 16 |
| $\Sigma m = 530$ | | $\Sigma d^2 = 70$ | $\Sigma m = 1050$ | | $\Sigma d^2 = 40$ |
| $n = \frac{530}{10}$ | | | $n = \frac{1050}{10}$ | | |
| = 53 units | | | = 105 units | | |

X-Series

$$\begin{aligned} \text{Standard Deviation or } \sigma &= \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{70}{10}} \\ &= \sqrt{7} \\ &= 2.64 \end{aligned}$$

Y-series

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n}} \\ &= \sqrt{\frac{40}{10}} \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Coefficient of Variation or } V &= \frac{2.64}{53} \times 100 & \text{Coeff of } V &= \frac{2}{105} \times 100 \\ &= 4.98 & &= 1.90 \end{aligned}$$

Hence the prices of Y-Series are more stable.

विचरण मापांक (Variance)—विचरण मापांक प्रमाप विचलन का वर्ग (σ^2) होता है। इस द्वितीय घात का अपवर्णन भी कहते हैं। इसका प्रयोग उच्च सांख्यिकीय अध्ययन में किया जाता है। इसका सूत्र निम्न है :—

$$\text{Variance} = \sigma^2 \text{ or } \frac{\sum fd^2}{n}$$

मापांक (Modulus)—मापांक द्वितीय अपवर्णन घात पर आधारित अपवर्णन का एक माप है। यदि किसी समूह धरोणी के विचलनों के वर्ग के योग का दुगुना करके उसमें पदा की संख्या से भाग दिया जाय और इस प्रकार प्राप्त भजनफल का वर्गमूल निकाला जाय तो जो परिणाम प्राप्त होगा वह मापांक है। इसका सूत्र निम्न है :—

$$\text{Modulus } (c) = \sqrt{\frac{2\sum fd^2}{n}}$$

सुसम्पत्ता (Precision)—यदि किसी समूह में मापांक का व्युत्क्रम (Reciprocal) निकाला जाय तो प्राप्त परिणाम सुसम्पत्ता कहलायेगा। इसके लिये निम्न सूत्र प्रयोग में आता है :—

$$\text{Precision or } P = 1 - \sqrt{\frac{2\sum fa^2}{n}} \text{ or } \frac{1}{C}$$

उच्चावचन (Fluctuations)—मापांक के वर्ग को उच्चावचन कहते हैं। सूत्र के रूप में इसे निम्न ढंग से व्यक्त करेंगे :—

$$\text{Fluctuations} = \frac{2\sum fd^2}{n}$$

प्रमाप विचलन के गुण (Merits of Standard Deviation)

प्रमाप विचलन के गुण निम्न हैं :—

(१) उच्चतर गणितीय अध्ययन में प्रयोग—गणितीय दृष्टि से पूर्णतया उच्च होने के कारण इसका प्रयोग उच्चतर अध्ययनों में होता है।

(२) समस्त मूल्यों पर आधारित—प्रमाप विचलन पद माला के सभी मूल्यों पर आधारित होता है। इसलिये यह पूर्णतः शुद्ध होता है।

(३) अंगगणितीय नियमों का शासन—विचलनों के वर्गों द्वारा यही अंगगणितीय नियमों का पूर्णतः शासन होता है। अणुगणक विचलन भी वर्ग करने से अनात्मक हो जाते हैं।

(४) आकस्मिक परिवर्तनों का कम प्रभाव—अन्य विचलनों की अपेक्षा प्रमाप विचलन पर आकस्मिक परिवर्तनों का बहुत कम प्रभाव पड़ता है।

(५) निश्चित माप—प्रमाप विचलन विचलन का एक निश्चित माप है। इसे प्रत्येक स्थिति में ज्ञात किया जा सकता है।

(६) न्यायदर्श के घट बढ़ का कम प्रभाव—अपविरण के किसी भी अन्य माप की अपेक्षा इस पर निदर्शन के उच्चावचन का कम प्रभाव पड़ता है।

(७) निर्वचन की सुविधा—इसके द्वारा निर्वचन सम्भव होता है। इसलिये यह घन बटन व माला की घाट्टति को समझने में बहुत सहायक होता है।

प्रमाप विचलन के दोष (Demerits of Standard Deviation)

प्रमाप विचलन के निम्न दोष हैं :—

(१) गणन क्रिया कठिन—इसको गणना करने की क्रिया कठिन होने के कारण सर्व साधारण के लिये अनुविधाजनक है।

(२) समझना कठिन—गणन-क्रिया कठिन होने के कारण इसे जन सामान्य को समझना भी बहुत कठिन है।

(३) अति सीमान्त पदों को अधिक महत्व—यह मध्यक की सहायता से निकाला जाता है इसलिये यह चरम पदों (Extreme items) को अधिक महत्व देता है। फलस्वरूप प्रमाप विचलन बढ़ जाता है।

तृतीय घात का अपविरण (Third Moment of Dispersion)

इस रीति के अनुसार प्रत्येक विचलन का घन (Cube) निकाला जाता है। फिर खंडित और अखंडित श्रेणियों में इस प्रकार निकाले गये प्रत्येक घन से उसके सामने की घाट्टति का गुणा कर देने हैं। इन गुणनफलों के योग में घाट्टतियों की कुछ संख्या का भाग दे देने हैं। व्यक्तिगत श्रेणियों में घाट्टतियाँ नहीं होती इसलिये वहाँ विचलनों के घनों के योग में पदों की संख्या का भाग दे देते हैं। फिर भजनफल का घनमूल (Cube root) निकाल देते हैं। अपविरण के इस प्रकार के माप को घन विचलन रीति (Cubed Deviation Method) भी कहते हैं। इसे मूल के रूप में निम्न ढंग से लिखा जाता है :—

Individuals series :—

$$\text{Third Moment of Dispersion} = 3\sqrt{\frac{\sum d^3}{n}}$$

$$\text{Coefficient of Third Moment of Dispersion} = 3\sqrt{\frac{\sum d^3}{n \cdot \sigma^3}}$$

$$= 3 \sqrt{\frac{\sum fd^3}{n}} \div \delta$$

3. Discrete or Continuous Series :-

$$\text{Third Moment of Dispersion} = 3 \sqrt{\frac{\sum fd^3}{n}}$$

$$\text{Coefficient of Third Moment of Dispersion} = 3 \sqrt{\frac{\sum fd^3}{\frac{n}{\sigma^2}}}$$

$$\text{Or} = 3 \sqrt{\frac{\sum fd^3}{\frac{n}{\delta}}}$$

अपविकरण के विभिन्न मापों के बीच सम्बन्ध

(Relation between Different Measures of Dispersion)

यों तो अपविकरण के विभिन्न मापों में कोई निश्चित सम्बन्ध नहीं होता तो भी उनमें निम्नलिखित सम्बन्ध लगभग ठीक होता है :-

(१) विस्तार (Range) चरम मूल्यों (Extreme items) के अन्तर द्वारा अपविकरण की अधिक से अधिक मापों को प्रकट करता है। इसमें सभी मूल्य आ जाते हैं।

(२) अन्तर चतुर्थक विस्तार (Inter Quartile Range) दोनो चतुर्थकों के बीच के मूल्यों के अपविकरण को प्रकट करता है। इसमें लगभग आधी-आधी मूल्यों का उपयोग नहीं होता।

(३) अर्ध-अन्तर-चतुर्थक-विस्तार (Semi-inter Quartile Range) अथवा चतुर्थक विचलन (Quartile Deviation) एक ऐसी सत्या प्रदान करता है जिसे मध्यका के दोनो ओर रहने पर समस्त पदों के आधे-आधे उपयोग से प्राप्त किया जा सकता है अर्थात् अन्तर चतुर्थक विस्तार का आधा अथवा अर्ध-चतुर्थक विचलन अथवा अर्ध-चतुर्थक विचलन दोनो ओर के बीच आधे-आधे पदों का उपयोग करता है। परन्तु ऐसा समित अथवा अन्तर में ही सम्भव होगा।

(४) चतुर्थक विचलन प्रमाण विचलन का $\frac{3}{4}$ तथा माध्य विचलन का $\frac{1}{2}$ होता है।

(५) सामान्य तथा अल्प सन्तुलित वितरण में माध्य विचलन प्रमाण विचलन का 0.7871 अर्थात् प्रमाण विचलन का $\frac{1}{2}$ होता है। सूत्र के रूप में :-

$$\delta = \frac{1}{2} \sigma$$

(६) विस्तार प्रमाण विचलन का चार गुना से 12 गुना तक होता है।

(७) सामान्य (Normal) वक्रवा अल्प विषम वंटन (Slightly Skewed Distribution) में समानान्तर माध्य के दोनों ओर प्रमाण विचलन को रखा जाय तो उसमें लगभग दो तिहाई पद सम्मिलित होने हैं। अर्थात् $a + \sigma$ और $a - \sigma$ किसी चल में दो तिहाई पदों को सम्मिलित करने हैं। इसी प्रकार $a + 2\sigma$ और $a - 2\sigma$ में किसी चल के लगभग ९५% पदों का तथा $a + 3\sigma$ और $a - 3\sigma$ लगभग ९९% पदों का समावेश होता है।

(८) सामान्य वंटन में संभावित विभ्रम (Probable Error) प्रमाण विचलन का $\cdot 6745$ होता है। समानान्तर माध्य में संभावित विभ्रम (Probable Error) का दूना दोनों ओर रखने पर अर्थात् $a + 2P.E.$ और $a - 2P.E.$ किसी चल के ५०% पदों का ५०% सम्मिलित करते हैं। इसी प्रकार $a + 8P.E.$ और $a - 8P.E.$ किसी चल के ९९% पदों को सम्मिलित करते हैं।

सूत्र के रूप में इन सम्बन्धों को निम्न ढंग से व्यक्त करेंगे :—

$$(१) M \pm Q. D. = 50\% \text{ items}$$

$$(२) Q. D. = \frac{2}{3} \sigma$$

$$(३) Q. D. = \frac{1}{3} \delta$$

$$(४) \delta = 4\sigma$$

$$(५) \text{Range} = 4 \text{ to } 6 \sigma$$

$$(६) a \pm \sigma = 67\% \text{ items}$$

$$(७) a \pm 2\sigma = 95\% \text{ ,,}$$

$$(८) a \pm 3\sigma = 99\% \text{ ,,}$$

$$(९) P.E. = \cdot 6745 \sigma$$

$$(१०) \text{Mean} \pm 2 P.E. = 50\% \text{ items}$$

$$(११) \text{Mean} \pm 8 P. E. = 99\% \text{ ,,}$$

लॉरेंज वक्र (Lorenz Curve)

अपविरण को प्रदर्शित करने के लिये लॉरेंज वक्र (Lorenz Curve) का भी प्रयोग होता है। अपविरण को प्रदर्शित करने की यह एक विन्दुरेखीय रीति (Graphical Method) है। इस वक्र का प्रयोग सर्वप्रथम डा० मैक्स ओ० लॉरेंज (Dr. Max O. Lorenz) ने किया। उन्हीं के नाम पर इस वक्र का नाम लॉरेंज वक्र पड़ा। इस वक्र से अपविरण का प्रदर्शन मान्य होता है। इससे अपविरण का मापन सम्भव नहीं। विन्दुरेखीय पत्र पर लॉरेंज वक्र बनाने की पद्धति निम्न है :—

(१) मूल्यों (Measurements) का संचयी मूल्य (Cumulative Measurement) निकाल लेते हैं। अन्तिम संचयी मूल्य को १०० मानकर शेष सभी संचयी मूल्यों को प्रतिशत में परिवर्तित कर लेते हैं।

(२) ठीक इसी प्रकार आवृत्तियों (Frequency) की संचयी आवृत्ति (Cumulative frequency) निकाल लेते हैं। अन्तिम संचयी आवृत्ति को १०० मानकर शेष सभी आवृत्तियों को प्रतिशत में परिवर्तित कर लेते हैं।

(३) संचयी मूल्यों के प्रतिशत को X अक्षर पर और संचयी आवृत्तियों के प्रतिशत को Y अक्षर पर दिखलाया जाता है।

(४) संचयी मूल्यों के प्रतिशत को १०० से प्रारम्भ करके ० तक और संचयी आवृत्तियों को ० से प्रारम्भ करके १०० तक दिखलाया जाता है। इसके उलटा भी किया जा सकता है।

(५) ० से १०० को एक सीधी रेखा से मिला देते हैं। इस रेखा को समान बंटन की रेखा (Line of Equal Distribution) कहते हैं।

(६) अब संचयी मूल्यों के प्रतिशत और संचयी आवृत्तियों के प्रतिशत को अनुमानित प्राकृत करेंगे। समान बंटन की रेखा के दोनों छोरों से प्राकृत बिन्दुओं को क्रमशः मिलाते हुये एक बना लेंगे। यही लॉरेंज वक्र होगा।

लॉरेंज वक्र के द्वारा अपविक्षण अध्ययन करने की रीति

(The Method to Study Dispersion by Lorenz Curve)

(१) लॉरेंज वक्र समान-बंटन-रेखा (Line of Equal Distribution) के जितना समीप होता है उतना ही कम अपविक्षण होता है अर्थात् वितरण या बंटन उतना ही सम होता है।

(२) इसके विपरीत लॉरेंज वक्र समान-बंटन-रेखा के जितना दूर होता है उतना ही अधिक अपविक्षण होता है अर्थात् वितरण या बंटन उतना ही विषम होता है।

(३) यदि लॉरेंज वक्र समान-बंटन रेखा पर पड़ता है तो इसका अर्थ यह हुआ कि वहाँ अपविक्षण एकदम नहीं है अर्थात् वितरण पूर्ण रूप से सम है।

(४) यदि दो लॉरेंज वक्र हों तो जो समान-बंटन-रेखा के पास होगा— उस लॉरेंज में दूसरे की अपेक्षा कम अपविक्षण होगा।

व्यक्तिगत श्रेणी में लॉरेंज वक्र का बनाना

(Construction of Lorenz Curve in Individual Series)

Illustration 17.

Below are given the net Profits of a business for 5 years.

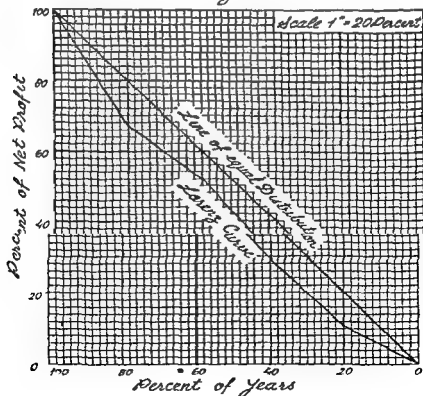
| Year | Net Profit (in Thousand Rupees) |
|------|---------------------------------|
| 1955 | 22 |
| 1956 | 36 |
| 1957 | 45 |
| 1958 | 32 |
| 1959 | 65 |

Draw a graph to show the distribution —

Solution 17.

| Year | Percent | Net Profit (in 000 Rs.) | Cumulative Profit | Percent |
|------|---------|----------------------------|----------------------|---------|
| 1955 | 20 | 22 | 22 | 11 |
| 1956 | 40 | 36 | 58 | 29 |
| 1957 | 60 | 45 | 103 | 31.5 |
| 1958 | 80 | 32 | 135 | 67.5 |
| 1959 | 100 | 65 | 200 | 100 |

Lorenz Curve



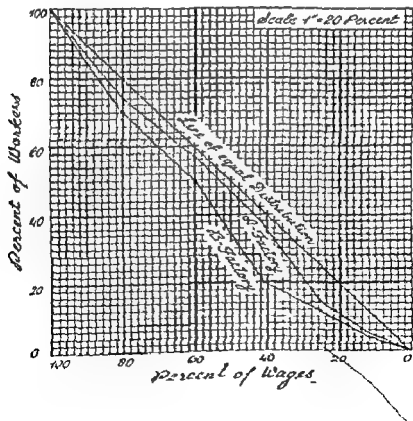
खंडित या विच्छिन्न श्रेणी में लॉरेंज वक्र का बनाना
 (Construction of Lorenz Curve in Discrete Series)

Illustration 18.

From the following data show the extent of Dispersion by means of Lorenz curve —

| Monthly wage in Rs | Number of workers | |
|--------------------|-------------------|-----------|
| | A—Factory | B—Factory |
| 18 | 2 | 2 |
| 36 | 4 | 4 |
| 60 | 9 | 4 |
| 76 | 8 | 15 |
| 80 | 7 | 10 |
| 80 | 10 | 15 |

Solution 18.



| Monthly Wage in Rs | Cumulative Wages | % | A—Factory | | | B—Factory | | |
|--------------------|------------------|-----|----------------|----------------|-----|-----------------|----------------|-----|
| | | | No of work-ers | Cumula-tive No | % | No of work-ers, | Cumula-tive No | % |
| 48 | 48 | 12 | 2 | 2 | 5 | 2 | 2 | 4 |
| 56 | 104 | 26 | 4 | 6 | 15 | 4 | 8 | 12 |
| 60 | 164 | 41 | 9 | 15 | 37 | 4 | 10 | 20 |
| 76 | 240 | 60 | 8 | 23 | 47 | 12 | 22 | 50 |
| 80 | 320 | 80 | 7 | 30 | 75 | 10 | 35 | 70 |
| 80 | 400 | 100 | 10 | 40 | 100 | 12 | 50 | 100 |

अखण्डित या अविच्छिन्न श्रेणी में लॉरेन्ज वक्र का बनाना
(Construction of Lorenz Curve in Continuous Series)

Illustration 19

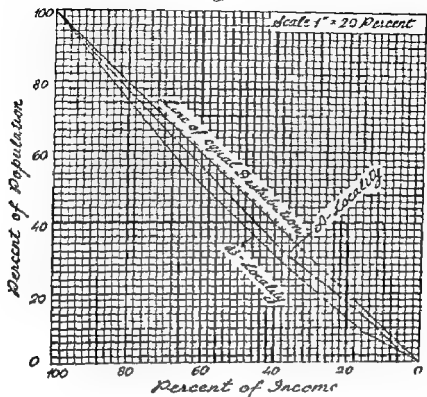
The following table gives the population and weekly earnings of two localities A and B. Represent the data graphically so as to bring out the inequality of the distribution of earnings.

| Weekly earnings in Rs | Number of persons | |
|-----------------------|-------------------|------------|
| | Locality—A | Locality—B |
| 0—20 | 2 | 4 |
| 20—40 | 12 | 10 |
| 40—60 | 16 | 40 |
| 60—80 | 30 | 56 |
| 80—100 | 40 | 90 |

Solution 19

| Weekly earning in Rs | Mid Value | Cumulative Earnings | % | A—Locality | | | B—Locality | | |
|----------------------|-----------|---------------------|-----|---------------|---------------|-----|---------------|---------------|-----|
| | | | | No of persons | Cumulative No | % | No of Persons | Cumulative No | % |
| 0—20 | 10 | 10 | 4 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 | 2 |
| 20—40 | 30 | 40 | 16 | 12 | 14 | 14 | 10 | 14 | 7 |
| 40—60 | 50 | 90 | 36 | 16 | 30 | 30 | 40 | 54 | 27 |
| 60—80 | 70 | 160 | 64 | 30 | 60 | 60 | 56 | 110 | 55 |
| 80—100 | 90 | 250 | 100 | 40 | 100 | 100 | 90 | 200 | 100 |

Lorenz Curve



लॉरेन्ज वक्र के गुण (Merits of Lorenz Curve)

लॉरेन्ज वक्र के निम्न गुण हैं :-

- (१) वित्ताकर्षक—वि-दुरेच्छीय रीति से प्रदर्शित होने के कारण भारत के विकास को प्रदर्शित करने का यह एक बहुत प्रभावशाली व वित्ताकर्षक सगता है।
- (२) सुसंगत समझ—दो या अधिक मात्राओं में तुलना इन वक्रों की सहायता से बनी सरलता से की जा सकती है।
- (३) समझने में सरल—इसके निर्माण में संकीर्ण व अपेक्षाकृत कम प्रयोग होता है इसलिए इसका समझना सरल होता है।
- (४) वर्गान्तरों का समान होना आवश्यक नहीं—इन वक्रों के निर्माण के लिये समस्त वर्गों व वर्गान्तरों का समान होना आवश्यक नहीं।

लॉरेन्ज वक्र के दोष (Demerits of Lorenz Curve)

इन वक्रों का सबसे बड़ा दोष यह है कि इसमें भारत के गंभीर विकास का पता नहीं लगाया जा सकता।

विषमता (Skewness)

हम यह देख चुके हैं कि माध्य समक माला की केन्द्रीय प्रवृत्ति की प्रकट करता है और घणकितरण के माप समक माला के आवृत्ति वितरण व आकार की प्रकट करते हैं और यह बतलाते हैं कि माध्य से चल मूल्यों का विचलन कितना है। इन दोनों प्रकार के मापों अर्थात् माध्य और घणकितरण के माप से हम यह अनुमान नहीं लगा सकते कि समक श्रेणी समित (Symmetrical) है या असमित (Asymmetrical)। इसका पता लगाने के लिये विषमता के माप (Measures of Skewness) का सहारा लेना पड़ता है।

किसी वक्र की विषमता समिति (Symmetry) का अभाव है। विषमता का माप (Measure of Skewness) एक ऐसा मन्दात्मक माप होना है जो किसी समक माला के असमितत्व की प्रकट करता है। पूर्णतः समित वितरण केवल भौतिक विज्ञानों में ही सम्भव हो सकता है विषमता किसी समक माला के आवृत्ति वितरण की वक्र रेखा की बनावट में मन्दात्मक होती है।

आवृत्ति-वितरण के प्रकार (Types of Frequency Distribution)

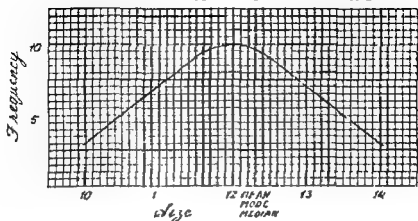
सामान्यतः आवृत्ति वितरण निम्न प्रकार के हो सकते हैं :—

सामान्य वितरण—(Normal Distribution)—इसके वक्र की सामान्य वक्र (Normal Curve) या सामान्य-विभ्रम-वक्र (Normal Curve of Error) कहते हैं। प्रायः यह देखने में आता है कि प्रारम्भ में मूल्यों की आवृत्तियाँ कम होती हैं। धीरे-धीरे आवृत्तियाँ बढ़ती जाती हैं और अन्त में फिर कम हो जाती हैं। यदि इन आवृत्तियों को बिन्दुरेखीय पत्र पर प्रदर्शित किया जाय तो घण्टी के आकार का वक्र (Bell shaped Curve) बनेगा। इस वक्र को यदि ठीक बीच में मोड़ दिया जाय तो मोड़ के एक ओर का वक्र दूसरी ओर के वक्र को पूर्ण रूप में आच्छादित कर लेता। यहाँ पर पूर्ण समिति होगी और विषमता का अभाव होगा।

उदाहरण

| Size | Frequency |
|------|-----------|
| 10 | 3 |
| 11 | 7 |
| 12 | 10 |
| 13 | 7 |
| 14 | 3 |

Normal Distribution Curve

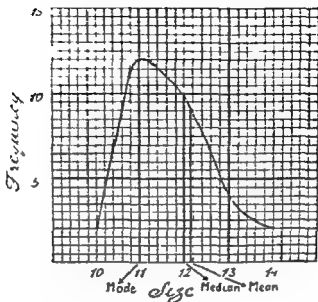


(२) विषम वितरण (Asymmetrical Distribution)—इस प्रकार के आवृत्ति वितरण में आवृत्तियों भूमिष्ठक की एक ओर अधिक तथा दूसरी ओर कम होती हैं। यहाँ मध्यक, भूमिष्ठक और समानांतर माध्य सभी एक बिंदु पर नहीं होते। इस प्रकार की श्रेणी विषम श्रेणी (Skewed Series) कहलाती है और उसमें विषमता (Skewness) होती है। यह विषमता भी दो प्रकार की हो सकती है :—

(क) धनात्मक (Positive)—यदि मध्यक का मूल्य मध्यक या भूमिष्ठक से अधिक है तो विषमता धनात्मक (+) होगी। दूसरे शब्दों में यदि एक बाहिनी ओर अधिक भुजा है तो विषमता धनात्मक होगी। धनात्मक विषमता को अनुलोम विषमता भी कहते हैं। ऐसी श्रेणी की यदि विदुरेयीय-पत्र की सहायता से प्रदर्शित किया जाय तो वक्र का लम्बा सिरा अधिक मूल्य वाले स्थानों को जाता है। धनात्मक विषमता में पहले भूमिष्ठक, फिर मध्यक और फिर मध्यक आते हैं। यह निम्न चित्र में प्रदर्शित किया गया है :—

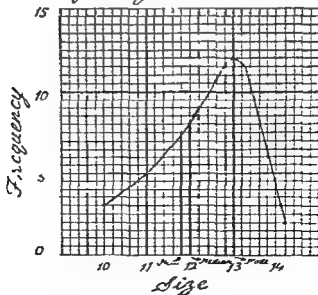
| Size | Frequency |
|------|-----------|
| 10 | 2 |
| 11 | 12 |
| 12 | 10 |
| 13 | 4 |
| 14 | 2 |

Positively skewed Curve



(क) ऋणात्मक (Negative)—यक ऋणात्मक रूप से भी विषम (Negatively Skewed) हो सकता है। यदि मध्यक का मूल्य मध्यका या मूल्यांक से

Negatively skewed Curve,



कम है तो विषमता अणुात्मक (—) होगी। ऐसी दशा में वक्र बायीं ओर झुका हुआ होता है। अणुात्मक विषमता का विलोम विषमता भी कहते हैं। यदि ऐसी श्रेणी को बिन्दुरेख द्वारा प्रदर्शित किया जाय तो वक्र का सम्बन्ध मिरा कम मून्स वाले स्थानों को जाता है। अणुात्मक विषमता में पहल पहल मध्यम, फिर मध्यम और मरके पहलान् मूविष्ठक आता है। यह ऊपर के चित्र में प्रदर्शित किया गया है :—

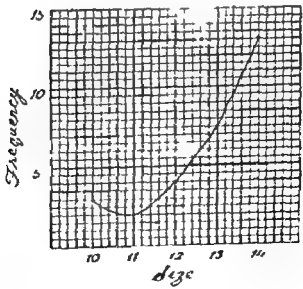
| Size | Frequency |
|------|-----------|
| 10 | 3 |
| 11 | 5 |
| 12 | 8 |
| 13 | 12 |
| 14 | 2 |

(३) 'जे' के आकार का वितरण (J-Shaped distribution)—इस प्रकार के वितरण में आवृत्तियाँ लगभग एक रूप से घटती हैं या बढ़ती हैं। इस रूप का आकार संक्षेप 'जे' (J) के लगभग समान होता है। यह नीचे प्रदर्शित है।

उदाहरण :—

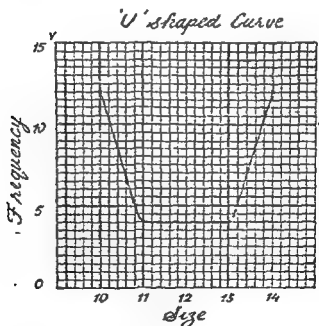
| Size | Frequency |
|------|-----------|
| 10 | 3 |
| 11 | 2 |
| 12 | 4 |
| 13 | 8 |
| 14 | 13 |

J Shaped Curve



(४) 'यू' के आकार का वितरण—(U-Shaped distribution)—इस प्रकार के आवृत्ति वितरण में प्रारम्भ में आवृत्तियाँ अधिक होती हैं और बीच में आवृत्तियाँ बहुत कम हो जाती हैं और अन्त में फिर आवृत्तियाँ अधिक हो जाती हैं। इस प्रकार जो आवृत्ति वक्र बनता है उसकी आवृत्ति अंग्रेजी के 'यू' (U) अक्षर के समान होती है। इसे हम नीचे प्रदर्शित करेंगे :—

| Size | Frequency |
|------|-----------|
| 10 | 12 |
| 11 | 4 |
| 12 | 4 |
| 13 | 4 |
| 14 | 12 |



विषमता की जाँच (Tests of Skewness)

इस बात की जाँच करने के लिये कि किसी श्रेणी में विषमता है या नहीं निम्न मापदर हैं :—

(१) यदि किसी श्रेणी में मध्यक, मध्यक और शून्यपट्टक का मूल्य समान होता है तो वहाँ विषमता नहीं होती। इन तीनों मापदरों के मूल्यों में बितना अधिक अन्तर होगा, वहाँ विषमता उतनी ही अधिक होगी। श्रेणी के घनात्मक रूप से

विषम (Positively Skewed) होने पर पहले भूयिष्क, फिर मध्यका और फिर मध्यक आन हैं। धोखी के ऋणात्मक रूप से विषम होने पर पहले मध्यक, फिर मध्यका और अंत में भूयिष्क आता है।

(२) यदि मध्यक मध्यका या भूयिष्क से नये मय धनात्मक (+) विचलना योग के या योग ऋणात्मक (-) विचलना के बराबर आता है तो विषमता नही होती।

(३) यदि भूयिष्क के दोनों ओर की आवृत्तियाँ बराबर हों तो विषमता नही होती।

(४) यदि मध्यका में प्रथम चतुर्धक (Q₁) और तृतीय चतुर्धक (Q₃) का अंतर बराबर हो तो विषमता नही होती।

(५) यदि वक्रमय या घतमय के आक मध्यका से समान दूरी पर हों तो विषमता नही होती।

(६) यदि समान माता की वक्र द्वारा प्रदर्शित किया जाय तो सामान्य वक्र (Normal Curve) बन और यदि बीच में उग वक्र की मोड़ दिया जाय तो एक भाग दूसरे की पूर्ण रूप से आच्छादित करल ता विषमता नही होगी।

जहाँ उपर्युक्त परिस्थितियाँ जितने मनों में नही होगी, वहाँ विषमता उतने ही मनों में होगी।

विषमता के माप (Measures of Skewness)

विषमता निकालने की निम्न रीतियाँ हैं —

(१) विषमता का प्रथम माप (First Measure of Skewness)

(२) " " द्वितीय " (Second " " " ")

(३) " " तृतीय " (Third " " " ")

विषमता का प्रथम माप (First Measure of Skewness) यह स्पष्ट किया जा चुका है कि जब किसी श्रेणी में मध्यक, मध्यका और भूयिष्क का मूल्य समान होता है तो विषमता होती है। इनमें अंतर जितना अधिक होगा विषमता उतनी ही अधिक होगी। यह धनात्मक या ऋणात्मक कुछ भी हो सकती है। अतः विभिन्न मध्यका का अंतर ही विषमता का माप होता है। इनके मूल निम्नलिखित हैं —

$$(1) \text{ Measure of skewness (sk)} = \text{Median} - \text{Mode} \\ = M - Z$$

$$\text{Coefficient of skewness or } J = \frac{\text{Median} - \text{Mode}}{\text{Mean Deviation from the mode}} \\ = \frac{M - Z}{\delta Z}$$

(२) जहाँ भूविच्छेद स्पष्ट न हो अर्थात् निश्चित रूप से न निकाला जा सके तो निम्न सूत्र प्रयुक्त होगा:—

$$\text{Measure of skewness (sk)} = \text{Mean} - \text{Median} \\ = a - M$$

$$\text{Coefficient of skewness or } J = \frac{\text{Mean} - \text{Median}}{\text{Mean Deviation from the Median}}$$

$$\text{or } = \frac{a - M}{\delta m}$$

))

$$\text{or } = \frac{a - M}{\delta a}$$

(३) मध्यका तथा भूविच्छेद के अंतर से भी इसे निकाला जा सकता है:—

$$\text{Measure of skewness (sk)} = \text{Median} - \text{Mode} \\ = M - Z$$

$$\text{Coefficient of skewness or } J = \frac{\text{Median} - \text{Mode}}{\text{Mean Deviation from the Mode}}$$

$$= \frac{M - Z}{\delta z}$$

$$\text{or } = \frac{M - Z}{\delta m}$$

(४) कार्ल पियर्सन ने निम्न सूत्र का प्रयोग किया है:—

$$\text{Measure of skewness (sk)} = \text{Mean} - \text{Mode} \\ = a - Z$$

$$\text{Coefficient of skewness or } J = \frac{\text{Mean} - \text{Mode}}{\text{Standard Deviation}}$$

$$= \frac{a - Z}{\sigma}$$

(५) डॉ. अरूणशंकर शर्मा, न. व्ही. मो. कार्ल. पियर्सन ने निम्न सूत्र का प्रयोग बताया है:—

$$\text{Mode} = \text{Mean} - 3(\text{Mean} - \text{Median})$$

$$\text{Measure of Skewness} = 3(\text{Mean} - \text{Median})$$

$$\text{Coefficient of skewness or } J = \frac{3(\text{Mean} - \text{Median})}{\text{Standard Deviation}}$$

$$= \frac{3(a - M)}{\sigma}$$

अपकृष्टता और विषमता

इन सभी सूत्रों में कार्न विपर्ययन का सूत्र सर्वश्रेष्ठ माना जाता है। इसीलिए यह सर्वाधिक प्रचलित है। इस सूत्र के आधार पर हम एक उदाहरण लेंगे :—

Illustration 19

From the following data find out the Karl Pearson's coefficient of skewness —

| | | | | | | |
|-------------|----|----|----|----|----|----|
| Measurement | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Frequency | 2 | 1 | 10 | 8 | 5 | 1 |

Solution 19.

| Measurement (m) | Frequency (F) | Deviation from assumed mean (dx) | Product of f & D (fdx) | Square of Deviation (d ² x) | Product of f & D (fd ² x) |
|-----------------|---------------|----------------------------------|------------------------|--|--------------------------------------|
| 10 | 2 | -2 | -4 | 4 | 8 |
| 11 | 1 | -1 | -1 | 1 | 1 |
| 12 | 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 13 | 8 | +1 | +8 | 1 | 8 |
| 14 | 5 | +2 | +10 | 4 | 20 |
| 15 | 1 | +3 | +3 | 9 | 9 |
| | | | $\Sigma fdx = +13$ | | $\Sigma fd^2x = 49$ |

$$\text{Arithmetic Average (a)} = x + \frac{\Sigma fdx}{n}$$

$$= 12 + \frac{13}{30}$$

$$= 12 + 43$$

$$= 12.43$$

By inspection we find that the Mode is 12.

$$\text{Standard Deviation } (\sigma) = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2x - n(a-x)^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{49 - 30(12.43 - 12)^2}{30}}$$

$$= \sqrt{\frac{49 - 5.3}{30}}$$

$$= \sqrt{1.43}$$

$$= 1.2$$

$$\begin{aligned}\text{Measure of skewness} &= a - z \\ &= 12.43 - 12 \\ &= .43\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Coefficient of skewness} &= \frac{12.43 - 12}{1.2} \\ &= \frac{.43}{1.2} \\ &= .358\end{aligned}$$

कार्ल पियर्सन के दूसरे सूत्र का प्रयोग करते हुये उदाहरण :-

Illustration 20.

Calculate Karl Pearson's coefficient of skewness from the following data :-

| Marks | Number of students |
|---------|--------------------|
| Above 0 | 150 |
| „ 10 | 140 |
| „ 20 | 100 |
| „ 30 | 80 |
| „ 40 | 80 |
| „ 50 | 70 |
| „ 60 | 30 |
| „ 70 | 14 |
| „ 80 | 0 |

(M. A. Rajputana, 1956)

Solution 20.

First we change the cumulative frequencies into ordinary ones :

| Marks | Number of students |
|---------------|--------------------|
| 0—10 | 10 |
| 10—20 | 40 |
| 20—30 | 20 |
| 30—40 | 0 |
| 40—50 | 10 |
| 50—60 | 40 |
| 60—70 | 16 |
| 70—80 | 14 |
| 80 and above. | 0 |

| Measurement (m) | Frequency (f) | Mid-Value (M V) | C T | Deviation from assumed Mean (35) (dx) | Product of frequency & deviations (fdx) | Square of Deviations (d ² x) | Product of f & D Squares (fd ² x) |
|--------------------|------------------|--------------------|-----|--|--|--|---|
| 0-10 | 10 | 5 | 10 | -30 | -300 | 900 | 9,000 |
| 10-20 | 40 | 15 | 50 | -20 | -800 | 400 | 16,000 |
| 20-30 | 20 | 25 | 70 | -10 | -200 | 100 | 2,000 |
| 30-40 | 7 | 35 | 70 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 40-50 | 10 | 45 | 80 | +10 | +100 | 100 | 1,000 |
| 50-60 | 40 | 55 | 120 | +20 | +800 | 400 | 16,000 |
| 60-70 | 16 | 65 | 136 | +30 | +480 | 900 | 14,400 |
| 70-80 | 14 | 75 | 150 | +40 | +560 | 1600 | 22,400 |
| 80 & above | 0 | 85 | 150 | +50 | 0 | 0 | 0 |
| | | | | $\Sigma fdx = +640$ | | $\Sigma fd^2x = 80,800$ | |

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\Sigma fdx}{n} \\ &= \frac{640}{150} \\ &= 4.27 \\ &= 35 + 4.27 \\ &= 39.27 \text{ marks} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Median} &= \text{size of } \left(\frac{n+1}{2} \right) \text{th item} \\ &= \text{size of } \left(\frac{150+1}{2} \right) \text{th item} \\ &= \text{size of } 75.5 \text{th item} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Median} &= I_1 + \frac{I_2 - I_1}{f} \cdot (m - c) \\ &= 40 + \frac{70 - 40}{10} \cdot (75.5 - 70) \\ &= 40 + \frac{10}{10} \times 5.5 \\ &= 45.5 \text{ marks} \end{aligned}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2x - n(\bar{x} - x)^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{80,800 - 150(39.27 - 35)^2}{150}}$$

$$= \sqrt{\frac{80,800 - 2734.5}{150}}$$

$$= 22.8 \text{ marks.}$$

$$\text{Coefficient of Skewness} = \frac{3(a - M)}{\sigma}$$

$$= \frac{3(39.27 - 45.5)}{22.8}$$

$$= \frac{-18.69}{22.8}$$

$$= -0.82$$

विषमता का द्वितीय माप

(Second Measure of Skewness)

यह हम देख चुके हैं कि एक समित प्रावृत्ति वितरण में प्रथम चतुर्थक और तृतीय चतुर्थक मध्यका से समान दूरी पर होते हैं। यदि विषमता होती है तो यह दूरी असमान होती है। जितनी ही यह असमानता अधिक होती है, विषमता उतनी ही अधिक होती है। इस आधार पर विषमता तथा उसका गुणक निकालने के सूत्र निम्न हैं—

$$\begin{aligned} \text{Skewness} &= (Q_3 - M) - (M - Q_1) \\ &= Q_3 + Q_1 - 2M \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Coefficient of Skewness} &= \frac{(Q_3 - M) - (M - Q_1)}{(Q_3 - M) + (M - Q_1)} \\ &= \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1} \end{aligned}$$

Illustration 21.

Find the coefficient of skewness of the two groups given below and point out which distribution is more skewed :

| Marks | Group A | Group B |
|-------|---------|---------|
| 55-58 | 12 | 20 |
| 58-61 | 17 | 22 |
| 61-64 | 23 | 25 |
| 64-67 | 18 | 13 |
| 67-70 | 11 | 7 |

(Agra M. A. 1954)

solution 21

| Marks | Group A | | | Group B | |
|-------|---------|---|----|---------|----|
| | f | i | cf | f | cf |
| 55-58 | 12 | | 12 | 20 | 20 |
| 58-61 | 17 | | 29 | 22 | 42 |
| 61-64 | 23 | | 52 | 23 | 67 |
| 64-67 | 18 | | 70 | 13 | 80 |
| 67-70 | 11 | | 81 | 7 | 87 |

Quartile Coefficient of Skewness

up A

First Quartile—size of $\left(\frac{n+1}{4}\right)$ th item

$$= \frac{81+1}{4} \text{ " "}$$

= " 20.5th item

First Quartile or $Q_1 = I_2 + \frac{I_3 - I_2}{f} (Q_1 - c)$

$$= 58 + \frac{61 - 58}{17} (20.5 - 12)$$

$$= 58 + \frac{3}{17} \times 8$$

= 59.3 marks

Third Quartile size of $3 \left(\frac{n+1}{4}\right)$ th item

$$\text{" " } 3 \left(\frac{81+1}{4}\right) \text{th item}$$

" " 61.5th item

Third Quartile or $Q_3 = I_3 + \frac{I_4 - I_3}{f} (Q_3 - c)$

$$= 61 + \frac{67 - 61}{18} (61.5 - 52)$$

= 65.6 marks

Median—Size of $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ th item.

$$= \text{“ “ } \left(\frac{81+1}{2} \right) \text{th stem}$$

$$= \text{“ “ } 41 \text{th stem}$$

$$\text{Median} = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (m - c)$$

$$= 61 + \frac{64 - 61}{23} (41 - 29)$$

$$= 61 + \frac{3}{23} \times 12$$

$$= 61 + 1.6$$

$$= 62.6$$

$$\text{Coefficient of Skewness or } J = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1}$$

$$= \frac{65.6 + 59.5 - 2 \times 62.6}{65.6 - 59.5}$$

$$= \frac{125.1 - 125.2}{6.1}$$

$$= \frac{-0.1}{6.1}$$

$$= -0.016$$

Group B

$$\text{First Quartile} = \text{the size of } \left(\frac{n+1}{4} \right) \text{th stem}$$

$$= \text{“ “ } \frac{87+1}{4} \text{ “ “}$$

= the size of 22nd stem

$$\text{First quartile or } Q_1 = L_1 + \frac{L_2 - L_1}{f} (Q_1 - C)$$

$$= 58 + \frac{61 - 58}{22} (22 - 20)$$

$$= 58 + \frac{3}{22} \times 2$$

$$= 58.3 \text{ app}$$

निर्देशांक

(Index Number)

परिवर्तन प्रकृति का नियम है और यह नियम इस समार पर भी व्यापक रूप से लागू होता है। वास्तव में हम प्रतिदिन देखते हैं कि समार में अनेक परिवर्तन हुआ करते हैं कभी किसी वस्तु का मूल्य घट जाता है और कभी बढ़ जाता है। कभी किसी वस्तु का उत्पादन बढ़ जाता है तो कभी कम हो जाता है। इसी प्रकार मजदूर की मजदूरी, मुद्रा की त्रय-शक्ति, आयात-निर्वाह, कभी घटाव कभी बढ़ाव सर्बदा होता रहता है। प्रायः यह भी देखा जाता है कि कुछ वस्तुओं का मूल्य घट रहा है और साथ-साथ कुछ का बढ़ रहा है और यह घटाव व बढ़ाव भी सबसे एक प्रकार का नहीं—कहीं कम है तो कहीं अधिक। इन परिवर्तितियों में इन परिवर्तना का मापन बिना किसी विशेष युक्ति के बहुत ही कठिन है। निर्देशांक की सहायता से यह कार्य सरल हो जाता है।

हमें प्रायः यह सुनने को मिलता है कि 'मंहगाई बहुत है', 'उत्पादन बढ़ गया है', 'निर्वाह घट गया है' आदि। ये तथ्य किसी माध्यम पर कहे जाने हैं और सापेक्ष होने हैं अर्थात् किसी तुलनात्मक माध्यम पर कहे जाने हैं और वे सामान्य रूप से सच होते हैं। जब यह कहा जा रहा है कि 'मंहगाई बहुत है' तो इसका अर्थ यह कदापि नहीं कि सभी चीजें बहुत मंहगी हैं। यह सम्भव है कि कुछ वस्तुओं सस्ती हों या कम मंहगी हों पर अधिकतर वस्तुओं के अधिक मंहगी होने के कारण यह एक सामान्य तथ्य है कि 'मंहगाई बहुत है।' इस प्रकार निर्देशांक विशेष प्रकार के माध्यम होने हैं जिसकी सहायता से काल श्रेणी (Time Series) और स्थान श्रेणी (Spatial Series) की केन्द्रीय प्रवृत्ति का मापन किया जाता है। ये सापेक्ष परिवर्तन को प्रकट करते हैं।

परिभाषा (Definition)

निर्देशांक की सर्वमान्य परिभाषा देना कठिन कार्य है क्योंकि इन्हे प्राप्त करने की कई विधियाँ हैं। और सभी विधियों का समावेश करती हुई परिभाषा बनाना दुष्कर है। परन्तु फिर भी इनकी मूल प्रवृत्ति को ध्यान में रखते हुए परिभाषायें दी जाती हैं।

होरसेसोप्राइस्ट के अनुसार "निर्देशांक ग्रंथों की एक शृङ्खला है जिसके द्वारा किसी भी क्षण के समय-समय के या स्थान-स्थान के परिवर्तनों का मापन किया जाता है।

क्रॉवस्टन एवं काउडेन के अनुसार "निर्देशांक सम्बन्धित चल-मूल्यों के परिमाण में होने वाले अंतरों को मापन करने की युक्तियाँ हैं।"¹

व्हेयर के शब्दों में "निर्देशांक एक विशिष्ट प्रकार के माध्य हैं।"²

वाउले के मतानुसार "निर्देशांकों की एक श्रेणी एक ऐसी श्रेणी है जो अपने भ्रूकाय और उच्चावचनों के द्वारा इस परिमाण के परिवर्तनों को प्रदर्शित करती है, जिससे वह सम्बन्धित है।"³

वॉडिंगटन ने इसकी परिभाषा निम्न प्रकार में दी है, "जैसा कि नाम से पता चलता है निर्देशांक संख्याओं के किसी समूह की सामान्य प्रवृत्ति का द्योतक है।"⁴

इन परिभाषाओं की देखने के उपरान्त हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि निर्देशांक बाल श्रेणी प्रथम स्थान श्रेणी में होने वाले घीसत परिवर्तन को सापेक्ष रूप से प्रस्तुत करते हैं। ये परिवर्तन को केन्द्रीय प्रवृत्ति को प्रकट करते हैं।

निर्देशांकों की मुख्य विशेषतायें (Chief Characteristics of Index Numbers)

निर्देशांकों की प्रमुख विशेषतायें निम्न हैं :-

(१) संख्या द्वारा व्यक्त—निर्देशांक सदैव संख्या में व्यक्त किये जाते हैं।

किसी भी प्रकार के परिवर्तन को केवल शब्दों में व्यक्त किया जा सकता है। जैसे उत्पादन बढ़ गया है, मूल्य गिर गये हैं आदि। परन्तु परिवर्तन की इस दिशा को यहाँ संख्या में व्यक्त किया जाता है।

(२) माध्य के रूप में प्रस्तुत—निर्देशांक परिवर्तन की दिशा को माध्य के रूप में प्रकट करते हैं। यहाँ किसी एक वस्तु या कुछ वस्तुओं की परिवर्तन की दिशा का मापन नहीं होता बल्कि सामान्य रूप से परिवर्तन की दिशा व मात्रा का मापन होता है। उदाहरणार्थ यदि वस्तुओं के मूल्य बढ़ रहे हैं तो सम्भव है कि कुछ के न बढ़ रहे हों परन्तु सभी वस्तुओं के मूल्य की वृद्धि का औसत लिया जायेगा और परिणाम माध्य के रूप में होगा।

४. "Index numbers are devices for measuring differences in the magnitude of a group of related variables" —Croxtan and Cowden

2. "Index Numbers are a specialized type of average." —Blair

3. "A series of index numbers is a series which reflects in its trend and fluctuations the movements of some quantity to which it is related." —Boule

4. "An index number is, as its name suggests, an indicator of the general trend of a set of figures." —Bodding on

(३) तुलना का आधार समय क्यथा स्थान—तुलना या तो समय के आधार पर की जाती है या स्थान के आधार पर। समय की आधार मानते समय किसी विशेष वर्ष महीना या अथवा दिनों के अंग को आधार मानते हैं। स्थान की आधार मानते समय किसी विशेष स्थान या भूभाग को आधार मानते हैं। परिवर्तन की मात्रा का मापन करते हैं। व्यावहारिक रूप से तुलना प्रायः समय के आधार पर की जाती है।

(४) सापेक्ष रूप से—निर्देशांक सदैव सापेक्ष रूप में होते हैं। परिवर्तन की मात्रा निरपेक्ष रूप में नहीं प्रकट की जाती क्योंकि उस दशा में वह तुलना योग्य नहीं होती। इसलिए उक्त तुलना योग्य बनाने के लिये सापेक्ष बनाया जाता है। इस कार्य के लिये उक्त आधार को १०० मानकर प्रतिशत में व्यक्त किया जाता है।

(५) सायभौम उपयोगिता—निर्देशांक की सायभौम उपयोगिता है। केवल इतना ही कहना पर्याप्त नहीं कि महंगाई बहुत है। यह एक अस्पष्ट भाव है तथा महंगाई कितनी है इसका स्पष्ट बोध नहीं होता। यदि इसी बात को याद करें कि वर्ष १९४५ को आधार मानकर जीवन निराह व्यय निर्देशांक ३५० है तो विचारों में स्पष्टता आती है। आज के योजना युग में विभिन्न प्रकार के निर्देशांक योजना के आधार में प्राप्त हैं।

निर्देशांक का प्रारम्भ (Origin of Index Numbers)—निर्देशांक का रचना का प्रारम्भ लगभग १८ वीं शताब्दी के मध्य में हुआ। इसका श्रेय इटली के निवासी श्री कार्लो (Carli) को है। उसी अमेरिका के अर्थशास्त्रज्ञ का इटली के आग, लेल और गाराज पर प्रभाव मापन करने का प्रयास किया। उसने मुद्रा की अर्थशक्ति का अनुमान लगाने के लिये अत्यन्त साधारण निर्देशांक बनाये। वर्ष १५०० ई० को उक्त आधार वर्ष और वर्ष १७०४ को बानु वर्ष के रूप में माना। १९ वीं शताब्दी के लगभग अर्थशास्त्रज्ञ जेवन्स (Jevons) ने निर्देशांक की महत्ता से मूल्य स्तरों का अध्ययन किया और तीन के मूल्य में गिरावट की ओर गन्तव्य किया। प्रतिष्ठित अर्थशास्त्री मार्शल (Marshall), इरविंग फिशर (Irving Fisher) आदि के भी प्राथमिक समस्याओं के अध्ययन के लिये निर्देशांक की रचना की। कालांतर में विभिन्न प्रकार की समस्याओं के तुलनात्मक अध्ययन के लिये निर्देशांक बनाये जाने लगे और इनका उपयोग व्यापक रूप से होने लगा।

निर्देशांक के उद्देश्य—निर्देशांक के निर्माण से मुख्यतः निम्न दो उद्देश्यों की पूर्ति होती है—

(१) मूल्य में सामान्य परिवर्तन का मापन।

(२) मनुष्यों के विभिन्न वर्गों पर परिवर्तनों का प्रभाव—यदि निर्देशांक पहले

उद्देश्य की पूर्ति के लिये बनाये जाते हैं तो पूरा क्षेत्र को आच्छादित करते हुए पुनः उक्त मनुष्यों को सूची की सहायता से संभार किये जाते हैं। और जो दूसरे उद्देश्य

की सूति के लिये तैयार किये जाते हैं वे उन वस्तुओं में तैयार किये जाते हैं जिनके मूल्य परिवर्तन का प्रभाव बर्ष विशेष पर पड़ता है।

निर्देशांकों का महत्व एवं उपयोगिता (Importance & Utility of Index Numbers)—निर्देशांक आर्थिक वायुमापक (Economic Barometers) कहे जाते हैं। यह कथन पूर्ण रूप से सत्य है। जिस प्रकार वायुमापक यंत्र के द्वारा वायु का दबाव व मौसम की स्थिति के विषय में अध्ययन किया जाता है और उस विषय में पूर्वानुमान लगाया जाता है उसी प्रकार निर्देशांक से भी आर्थिक परिस्थितियों का अध्ययन किया जाता है तथा भविष्य की गति के विषय में पूर्वानुमान किया जाता है। निर्देशांक अनुसंधान की विषय-सामग्री में हुए परिवर्तन की मात्रा व प्रकृति को व्यक्त करने के लिये प्रयोग में लाये जाते हैं। इनका प्रयोग ऐसी घटनाओं को व्यक्त करने के लिये होता है जो मन्त्रालय में व्यक्त किये जाने योग्य नहीं हैं। आर्थिक व सामाजिक परिवर्तनों के तुलनात्मक अध्ययन के लिये निर्देशांक बहुत उपयुक्त माध्यम प्रस्तुत करते हैं। व्यावसायिक समृद्धि या भ्रवसाह का अस्तित्व एवं परिमाण मापन करना पड़ता है। समय-समय पर बहुत से तत्वा को ध्यान में रखते हुये निर्देशांकों की सहायता से यह कार्य सरलतापूर्वक हो जाता है। परिवर्तन सदा सापेक्षिक होता है और निर्देशांक उसके मापन करने के बहुत उपयुक्त साधन हैं। व्यवसाय में इनका महत्व श्री ब्लेपर महोदय के इन शब्दों में स्पष्ट है—“निर्देशांक व्यवसाय के पथ पर बिन्दु और पथ-प्रदर्शक-स्तंभ हैं जो व्यवसायी को अपने विषयों के सवालन या प्रबंध का ढंग बताते हैं।”¹

निर्देशांक की प्रमुख उपयोगितायें निम्न हैं :—

(१) कठिन तथ्यों को सरल बनाते हैं—निर्देशांकों की सहायता से कभी कभी ऐसे तथ्यों के परिवर्तन का मापन होता है जो अन्य किसी साधन से सम्भव नहीं। बहुत से भावात्मक (Abstract) तथ्यों की इन्हों की सहायता से ठोस रूप दिया जाता है और वे जन सामान्य के सम्मुख सरल व समझने योग्य हो पाते हैं।

(२) तुलनात्मक अध्ययन को सरल बनाते हैं—निर्देशांकों की सहायता से तुलनात्मक अध्ययन बहुत सरल हो जाता है। इसका कारण यह है कि वे सापेक्षिक रूप में परिवर्तन को प्रकट करते हैं। इसलिए तुलना करने में तनिक भी भ्रतुविधा नहीं होती। यदि केवल यह कहा जाय कि सन् १९५४ में किसी स्थान पर गेहूँ ११ रु० मन था और १९६० में २१ रु० मन और उसी स्थान पर सन् १९५४ में सरसों का तेल ७० रु० मन था और १९६० में ८५ रु० मन तो केवल इन समकों से दोनों की तुलना अत्यन्त कठिन है। पर यदि निर्देशांकों के रूप में उन्हें प्रकट कर दिया जाय तो वे छोटता व सरलता से तुलनीय हो जायेंगे।

1 “They are the signs and guide posts along the business high way that indicate to the businessman how he should drive or manage his affairs”
—Blair.

(३) सामान्य मूल्यों में परिवर्तनों का अध्ययन सम्भव—मूल्य निर्देशाव की रचना करके सामान्य मूल्यों में परिवर्तन का अध्ययन किया जा सकता है। इसके माध्यम पर व्यवसायों व उपभोक्ता अपनी क्रियाओं को संचालित करते हैं तथा उनके इस कार्य में मूल्य-स्तर में स्थिरता आती है।

(४) भावी आर्थिक प्रवृत्ति की ओर संकेत—निर्देशाव केवल वर्तमान दशाओं की ही नहीं प्रवृत्ति करत बल्कि इनके माध्यम पर भविष्य के बारे में भी महत्वपूर्ण निष्कर्ष निकाले जा सकते हैं और इस प्रकार इच्छित परिणाम पर पहुँचने के लिये वर्तमान क्रियाओं की नियंत्रित व संचालित किया जा सकता है।

(५) सरकार द्वारा आवश्यक नियंत्रण सम्भव—विभिन्न आर्थिक शक्तियों के परिवर्तनों को जानकर सरकार उन पर आवश्यक नियंत्रण रख सकती है। उदाहरणार्थ यदि सामान्य मूल्य अस्थिर बढ़ रहे हैं तो सरकार अनेक विधियों से उन्ट रोकने का प्रयास करेगी या यदि घट रहे हैं तो सरकार उन्हें बढ़ाने का प्रयास करेगी ताकि उनमें एक स्थिरता रहे। इसी प्रकार यदि किसी वस्तु का उत्पादन बहुत बढ़ रहा हो और उतना अपेक्षित न हो तो सरकार उसे नियंत्रित करेगी। यदि निर्यात घट रहा हो तो सरकार उसे बढ़ाने का प्रयत्न करेगी।

(६) विभिन्न देशों के विषय में सूचनाएँ सम्भव—निर्देशाव की सहायता से विभिन्न देशों के मूल्यों के स्थायित्व, उनकी कृषि-शक्ति, कृषि उत्पादन, औद्योगिक उत्पादन, प्रादि सम्बन्धी अनेक सूचनाएँ प्राप्त की जा सकती हैं जो अपने देश के आर्थिक नियोजन के लिये बहुत ही आवश्यक हैं।

(७) वेतन, मंहगाई अन्त आदि निर्दिष्ट करने में सहायक—निर्वाह-व्यय निर्देशाव की सहायता से वास्तविक मजदूरी में परिवर्तन का अध्ययन होता है। इससे किसी वर्ग विशेष का श्रेष्ठतम वेतन, मंहगाई अन्त आदि निर्दिष्ट करने में सरलता होती है।

(८) राष्ट्रीय आय के परिवर्तन का अनुमान—निर्देशाव की सहायता से वास्तविक राष्ट्रीय आय में होने वाले परिवर्तनों का अनुमान होता है और इसके माध्यम पर योजनाएँ बनाई जाती हैं।

(९) जन सामान्य की लाभ—विभिन्न प्रकार के निर्देशावों से जन सामान्य की लाभ होता है। उन्हें अनेक प्रकार की सूचनाएँ प्राप्त होती हैं। इनके माध्यम पर सट्टेबाज अपने अनुमान लगाते हैं, बीमा कम्पनियाँ प्रभावों की दर निर्दिष्ट करती हैं, बैंक व्याज की दर निर्दिष्ट करते हैं, रेलवे भाड़े का दर निर्दिष्ट करती हैं।

निर्देशावों की परिसीमाएँ—निर्देशावों की उपयोगिताएँ बहुत हैं परन्तु इनकी कुछ परिसीमाएँ भी हैं। इनकी रचना करने और अध्ययन करने में यदि इन परिसीमाओं को ध्यान में रखा गया तो परिणाम धम उत्पन्न करने वाले हो सकते हैं। ये परिसीमाएँ निम्नलिखित हैं :—

(१) सामान्य रूप से सत्य—प्रायः निर्देशक सामान्य रूप से सत्य होते हैं। ये समस्त इकाइयों पर औसत के रूप में लागू होते हैं। इसलिये ये व्यक्तिगत इकाइयों को ध्यान में नहीं रखते। उदाहरणार्थ निर्वाह-व्यय निर्देशक सामान्य रूप से सम्बन्धित वर्ग पर लागू होंगे। हो सकता है कि कुछ ऐसे व्यक्ति उम्र वर्ग में हो जिन पर वे लागू नहीं होतें हों। इसी प्रकार सामान्य मूल्य निर्देशक की भी दशा है। वे एक सामान्य परिवर्तन की ओर निर्देश करते हैं। हो सकता है कि उनमें सम्मिलित किसी वस्तु के मूल्य में उतना परिवर्तन न हो जितना कि वे प्रदर्शित करते हों।

(२) पूर्ण शुद्ध नहीं—प्रायः निर्देशक न्यादर्श (Sample) के आधार पर बनाये जाते हैं। इसलिये न्यादर्श जितना ही अधिक हो और जिनकी उचित रीति में लिया गया हो परिणाम उतना ही अधिक शुद्धता के निकट होगा। कई प्रकार के निर्देशक बनाने समय सभी इकाइयाँ नहीं सम्मिलित की जा सकती। जैसे सामान्य मूल्य निर्देशक बनाते समय सभी वस्तुयें सम्मिलित करना असम्भव है। इसलिये परिणाम पूर्ण शुद्ध या विरलसन्ध नहीं होते।

(३) मूल्य या उत्पादन के निर्देशकों को ज्ञात करने में वस्तु के गुण (Quality) के परिवर्तन में विचार नहीं—प्रायः सामान्य मूल्य या उत्पादन के निर्देशक की रचना करते समय पदार्थ के गुण की ध्यान में नहीं रखा जाता। हो सकता है पदार्थ के गुण में सुधार कर देने से मूल्य बढ़ गया हो या उत्पादन कम हो गया हो। पर निर्देशक में इसका स्पष्टीकरण कहीं भी नहीं होगा और परिणाम यह होगा कि वस्तुओं के मूल्य बढ़ गये हैं या उत्पादन कम हो गया है। इस प्रकार हमारा निष्कर्ष अनोत्पादक होगा।

(४) निर्देशक लगभग सकेतक होते हैं—ये परिवर्तन की दिशा व औसत की ओर संकेत मात्र करते हैं। वास्तविक स्थिति का ज्ञान इनसे सम्भव नहीं क्योंकि ये आधार वर्ष के चुनाव, सम्मिलित की जाने वाली वस्तुओं के चुनाव, मूल्यों की प्राप्ति करने की रीति तथा भार देने आदि पर निर्भर रहते हैं। इन कारणों में तनिक भी अन्तर आ जाने पर परिणाम में अन्तर आ जाता है।

(५) जीवन-निर्वाह-व्यय निर्देशक से वास्तविक तुलना सम्भव नहीं—विभिन्न स्थानों पर व्यक्तियों के खान-पान व रहन-सहन का ढंग विभिन्न होता है। और तो और एक ही स्थान पर एक ही वर्ग के लोगों के रहने सहने का ढंग भ्रम-भ्रम होता है। कोई पढ़ाई लिखाई पर अधिक ध्यान करता है तो कोई सिनेमा, भूखाना या शराब पर। ऐसी दशा में निर्देशक सबके लिये एक से तथा तुलनीय किस प्रकार हो सकते हैं।

(६) आधार वर्ष के ठीक चुनाव न होने से असुद्ध परिणाम—शुद्धता के लिये निर्देशक आधार वर्ष पर निर्भर करते हैं। यदि आधार वर्ष के चुनाव में तनिक भी

प्रसुविधा हुई तो परिणाम भ्रमपूर्ण होवे। सामान्य मूल्य निर्देशांक की रचना करते समय यदि आधार वर्ष ऐसा है जिसमें बाकी संसती रही हो तो निर्देशांक उतनी मंहगाई प्रदर्शित करेंगे सम्भवतः जितनी न हो। या इसी प्रकार यदि आधार वर्ष में भी मंहगाई रही हो तो बाकी मंहगाई रहने पर भी निर्देशांक उतनी मंहगाई नहीं प्रदर्शित करेंगे। इस प्रकार हम इस परिणाम पर पहुँचे हैं कि आधार वर्ष के चुनाव पर ही हमारा परिणाम धारण है।

(७) गुणात्मक तथ्यों को सत्या में प्रकट करने में गुण का कम महत्व— निर्देशांक की सहायता से बहुत से गुणात्मक तथ्यों को सत्या में व्यक्त किया जाता है। परिणाम गहका म होने में उनके गुणों का महत्व कम हो जाता है।

(८) परिस्थितियों का स्पष्टीकरण नहीं—निर्देशांक से परिस्थितियों का स्पष्टीकरण नहीं हो पाता। इसलिये कभी कभी बिना स्पष्टीकरण के महत्व के निष्कर्ष भ्रम उत्पन्न करने वाले हो जाते हैं।

(९) विभिन्न रीतियों से विभिन्न निष्कर्ष—निर्देशांक विभिन्न रीतियों से निकाले जाते हैं। विभिन्न रीतियों से निर्देशांक भी अलग अलग निकलते हैं। इसलिये इन्हीं संदेह की दृष्टि से देता जाता है।

निर्देशांकों की रचना (Construction of Index Numbers)— निर्देशांक की रचना करने से पूर्व बहुत सी समस्याएँ सम्मुख आती हैं। उन समस्याओं का ठीक समाधान आवश्यक है। प्रमुख समस्याएँ निम्न हैं :—

- (१) निर्देशांक का उद्देश्य (Purpose of Index Number)
- (२) आधार काल का चुनाव (Selection of the Base Period)
- (३) वस्तुओं का चुनाव (Selection of the Commodities)
- (४) वस्तुओं की संख्या का निर्धारण (Determination of Number of Commodities)
- (५) वस्तुओं का वर्गीकरण (Classification of Commodities)
- (६) प्रतिनिधि मूल्यों का चुनाव (Selection of Representative Prices)
- (७) माध्य का चुनाव (Selection of the Average)
- (८) भार देने का ढंग (System of Weighting)

(१) निर्देशांक का उद्देश्य (Purpose of Index Number)— सर्वप्रथम निर्देशांक रचना का उद्देश्य स्पष्ट रूप में जान लेना आवश्यक है। इसी का ध्यान में रखा जाए हम आगे बढ़ सकेगे। जैसे यदि हमें सामान्य मूल्य स्तर का निर्देशांक की रचना करनी है तो पहले ही यह निर्दिष्ट होना चाहिये कि वह छारे देन, प्रात या किसी विशेष भू भाग के लिए बनाना है क्योंकि उसी के अनुसार वस्तुओं का चुनाव

होगा तथा मूल्यों को लिया जायेगा। नारे देश के लिये सामान्य मूल्य निर्देशांक प्राप्त करते समय हमें बहुत सी वस्तुओं सेनी पड़ेगी। लगभग सभी प्रकार की वस्तुएँ सेनी पड़ेगी। परन्तु एक विशेष सू-भाग का सामान्य मूल्य स्तर निर्देशांक की रचना करते समय हम उही वस्तुओं को अपने अध्ययन में सम्मिलित करेंगे, जो उस सू-भाग में प्रचलित हैं।

(२) आधार काल का चुनाव (Selection of Base Period)—आधार काल का चुनाव निर्देशांक रचना में सबसे महत्वपूर्ण कार्य है। इसी पर नारा परिणाम आधारित है। जैसा कि नाम से ही स्पष्ट है—इसकी नींव पर निर्देशांक का भवन भवन निर्मित किया जाता है। इसीलिये आवश्यक है कि इसका चुनाव करते समय पूर्ण सावधानी का प्रयोग किया जाय। आधार के चुनाव की दो रीतियाँ प्रचलित हैं :—

(क) स्थिर आधार रीति (Fixed Base Method)

(ख) गृह्यना आधार रीति (Chain Base Method)

(क) स्थिर आधार रीति (Fixed Base Method)—इस रीति में आधार काल स्थिर रहता है। किसी एक निश्चित काल को आधार मान लेते हैं और उसे १०० मान कर अग्रेष्ठ वर्ष या वर्षों में परिवर्तन को प्रतिशत में प्रकट करते हैं। स्थिर आधार भी दो प्रकार से लिये जा सकते हैं :—

(i) निश्चित समय या एक वर्षीय आधार,

(ii) माध्य के रूप में या बहुवर्षीय आधार,

निश्चित समय या एक वर्षीय आधार—इस प्रकार के आधार में किसी पूर्व निश्चित समय को जो अधिकारतः वर्षों में होता है आधार के रूप में ले लिया जाता है। उस वर्ष के तथ्यों को १०० मानकर परिवर्तन को प्रतिशत में प्रकट करते हैं। किसी निश्चित वर्ष को आधार के रूप में लेने में अशुद्धि की सम्भावना रहती है। हो सकता है कि उत्पादन, लड़ाई, जगडे, महामारी, मूल्य नियंत्रण, आयात या निर्यात आदि कारणों से वह वर्ष असामान्य रहा हो। ऐसी दशा में हम अशुद्ध निष्कर्ष पर पहुँचेंगे। फिर भी यदि सामान्य वर्ष चुना गया हो तो इसे स्वीकार करने में कोई आश्चर्य की बात नहीं है।

इस रीति के अनुसार आधार वर्ष के माध्यों को प्रतिशत में प्रकट करते हैं। इन्हें मूल्यानुपात (Price Relatives) कहते हैं।

जैसे
$$\frac{\text{चालू वर्ष में मूल्य}}{\text{आधार वर्ष में मूल्य}} \times 100$$

अथवा
$$\frac{P_1}{P_0} \times 100$$

Where P_t = Price in the current year (वर्तमान वर्ष में मूल्य)

P_o = " " = Base " (आधार वर्ष में मूल्य)

Illustration 1

Calculate Index Numbers for different years taking the price of 1949 as base.

| Year | Average Annual wholesale Price in Rs |
|------|--------------------------------------|
| 1949 | 120 |
| 1950 | 160 |
| 1951 | 150 |
| 1952 | 180 |
| 1953 | 120 |
| 1954 | 100 |

Solution 1.

Calculation of Index Numbers taking 1949 as Base

| Year | Average Annual Wholesale Price in Rs | Index Number |
|------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1949 | 120 | 100 |
| 1950 | 160 | $\frac{160}{120} \times 100 = 133.3$ |
| 1951 | 150 | $\frac{150}{120} \times 100 = 125$ |
| 1952 | 180 | $\frac{180}{120} \times 100 = 150$ |
| 1953 | 120 | $\frac{120}{120} \times 100 = 100$ |
| 1954 | 100 | $\frac{100}{120} \times 100 = 83.3$ |

(ii) माध्य के रूप में या बहुवर्षीय आधार—एक वर्ष को आधार मानने में यह आगेवा है कि यदि वह वर्ष आधारगत हुआ तो निर्देशांक वास्तविक स्थिति को नहीं प्रकट करेंगे। फिर कौन सा वर्ष आधारगत है और कौन सा आधारगत समय भी अनिश्चित हो सकता है। ऐसी दशा में अधिक सन्तुष्टा यही है कि आधार कई वर्षों का माध्य ले लिया जाए। तीन वर्षों या पाँच वर्षों का माध्य प्रायः आधार के रूप में

ले लिया जाता है। इस औसत को १०० मान कर चालू वर्ष के लिये मूल्यानुपात निकालते हैं। इसके लिए भी वही सूत्र प्रयुक्त होता है जो ऊपर हो चुका है।

Illustration 2

Prepare index numbers of prices of three years with average price as base —

| | Rate per rupee | | |
|----------|----------------|---------|---------|
| | Wheat | Cotton | Oil |
| 1st year | 10 Seers | 4 Seers | 3 Seers |
| 2nd " | 9 " | 3½ " | 3 " |
| 3rd " | 9 " | 3 " | 2½ " |

(Agra, B. Com, 1958)

Solution 2.

सर्वप्रथम मूल्यों को प्रति मन में परिवर्तित करेंगे और उनका औसत निकालकर उसे आधार मानेंगे।

| Commodities | Units | Average Price = 100 | I Year | | II Year | | III Year | |
|------------------------|----------|---------------------|--------|----------|---------|----------|----------|----------|
| | | | Price | Relative | Price | Relative | Price | Relative |
| Wheat ✓ | Per md ✓ | 43 | 4 | 93 | 44 | 102 | 44 | 102 |
| Cotton ✓ | " ✓ | 116 | 10 | 86 | 114 | 98 | 133 | 115 |
| Oil ✓ | " ✓ | 142 | 133 | 94 | 133 | 94 | 16 | 113 |
| Total of relatives | | 301 | 273 | 273 | | 294 | | 330 |
| Average of relatives = | | | | 91 | | 98 | | 110 |

(२) श्रृंखला आधार रीति (Chain Base Method)—इस रीति में आधार काल परिवर्तित होता रहता है। यदि आधार वर्ष में है तो प्रत्येक चालू वर्ष के लिये आधार उससे पिछला वर्ष होता है। आधार वर्ष को १०० मानकर चालू वर्ष के मूल्यों का मूल्यानुपात निकालते हैं।

इस रीति की विशेषताएँ निम्न हैं :—

(१) इस रीति में आधार वर्ष सदैव परिवर्तित होता रहता है।

(२) इस रीति में पिछले वर्ष की तुलना में परिवर्तन की दिशा व मात्रा का ज्ञान होता है। इसलिये तत्कालीन परिवर्तन का पता चलता रहता है।

(३) इस रीति में नये पदों को सम्मिलित कर सकते हैं तथा पुराने पदों का परिचय कर सकते हैं।

(४) तत्कालीन परिवर्तन का ज्ञान प्राप्त करने के लिये उपयुक्त है।

(५) दीर्घकालीन परिवर्तन का अध्ययन करने के लिये यह रीति ठीक नहीं है।

Illustration 3.

From the prices of Wheat given below, calculate the Chain Index Numbers —

| Year | Price (Per mnd in Rs) |
|------|-----------------------|
| 1951 | 15 |
| 1952 | 12 |
| 1953 | 12 |
| 1954 | 10 |
| 1955 | 12 |
| 1956 | 16 |
| 1957 | 18 |
| 1958 | 20 |

Solution 3

Calculation of Chain Index Numbers

| Year | Price (per Mfd in Rs) | Relatives or Index Numbers |
|------|-----------------------|------------------------------------|
| 1951 | 15 | = 100 |
| 1952 | 12 | $\frac{12}{15} \times 100 = 80$ |
| 1953 | 12 | $\frac{12}{12} \times 100 = 100$ |
| 1954 | 10 | $\frac{10}{12} \times 100 = 83.3$ |
| 1955 | 12 | $\frac{12}{10} \times 100 = 120$ |
| 1956 | 16 | $\frac{16}{12} \times 100 = 133.3$ |
| 1957 | 18 | $\frac{18}{16} \times 100 = 112.5$ |
| 1958 | 20 | $\frac{20}{18} \times 100 = 111.1$ |

स्थिर आधार वाले शृंखला मूल्यानुपात (Chain Relatives with a Fixed Base)

शृंखला मूल्यानुपातों (Relatives) को किसी एक ही स्थिर वर्ष पर आधारित करके निर्देशांक निवाले जा सकते हैं। इन्हें स्थिर आधार वाले शृंखला मूल्यानुपात कहते हैं।

शृंखला मूल्यानुपातों का सगरान (Computing Link Relatives)—इसमें निम्न कार्य करने पड़ते हैं.—

(१) प्रथम अवधि के मूल्यों को आधार मानकर द्वितीय अवधि के मूल्यानुपातों को निकालते हैं।

(२) फिर द्वितीय अवधि के मूल्यों को आधार मानकर तृतीय अवधि के मूल्यानुपातों को निकालते हैं और इसी प्रकार अन्तिम अवधि तक क्रम चलता रहता है।

$$\text{मर्पांश} = \frac{\text{आतू अवधि का मूल्य}}{\text{पिछली अवधि का मूल्य}} \times 100$$

(३) सभी शृंखला मूल्यानुपातों को जोड़ कर वस्तुओं की संख्या का भाग देने से मध्यक निकलता है।

(४) ये मूल्यानुपात केवल दो अवधियों के बीच प्रतिशत अनुपात को प्रकट करेंगे। सभी शृंखला मूल्यानुपातों के बीच सम्बन्ध स्थापित करने के लिये तथा एक शृंखला बनाने के लिये सभी शृंखला मूल्यानुपातों को प्रथम अवधि से सम्बन्धित करना पड़ता है।

Illustration 4.

From the following annual average prices of three commodities given in Rs per unit, find chain index numbers based on 1950

| Commodity | 1950 | 1951 | 1952 | 1953 | 1954 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| x | 8 | 10 | 12 | 15 | 12 |
| y | 10 | 12 | 15 | 18 | 20 |
| z | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |

शृंखला आधार के गुण :

(१) इसकी सहायता से पास-पास के दो वर्षों के बीच तुलना बहुत सरल हो जाती है।

(२) व्यापारियों के लिये यह बहुत उपयोगी है क्योंकि उन्हें प्रति वर्ष के परिवर्तन का ज्ञान होता रहता है।

(३) अनावश्यक पदों को छोड़कर आवश्यक को सम्मिलित करने की सुविधा प्रतिवर्ष रहती है।

शृंखला आधार के दोष :

(१) इसका सबसे बड़ा दोष यह है कि निर्देशांक रचना कठिन हो जाती है।

(२) यदि एक स्थान पर अशुद्धि हो जाय तो भाग नों होती जाती है।

Solution 4.

Calculation of Chain Base Index Numbers

Relatives (or Link Relatives) based on preceding year

| Commodity | 1900 | | 1901 | | 1902 | | 1903 | | 1904 | |
|--------------------------|---------------|----------|---------------|----------|---------------|----------|---------------|----------|---------------|----------|
| | Price in (Rs) | Relative | Price in (Rs) | Relative | Price in (Rs) | Relative | Price in (Rs) | Relative | Price in (Rs) | Relative |
| x | 8 | 100 ✓ | 10 ✓ | 125 ✓ | 12 | 120 | 15 | 120 | 12 | 80 |
| y | 10 | 100 | 12 ✓ | 120 | 15 | 120 | 18 | 120 | 20 | 111.1 |
| z | 6 | 100 | 9 ✓ | 150 | 12 | 133.3 | 13 | 133.3 | 18 | 120 |
| Total of Relatives | | 300 | | 393 | | 378.3 | | 378.3 | | 311.1 |
| Average | | 100 | | 131.6 | | 126.1 | | 126.1 | | 109.7 |
| Chain indices (1900=100) | | 100 | | 131.6 | | 165.9 | | 209.2 | | 229.5 |

शुद्धता आधार निर्देशांक निकालने का सूत्र निम्न है —

$$\text{Chain Index of the Previous year} \times \text{Average Link Relative of Present Year}$$

$$\text{Index No} = \frac{\quad}{100}$$

इस प्रश्न में शुद्धता निर्देशांक इस प्रकार निकाले जायेंगे —

| Year | Link Relative | Link Relatives chained to 1900 | Chain indices 1900=100 |
|------|---------------|----------------------------------|------------------------|
| 1900 | 100 | | 100 |
| 1901 | 131.6 | $\frac{100}{100} \times 131.6$ ✓ | 131.6 |
| 1902 | 126.1 | $\frac{131.6}{100} \times 126.1$ | 165.9 |
| 1903 | 126.1 | $\frac{165.9}{100} \times 126.1$ | 209.2 |
| 1904 | 109.7 | $\frac{209.2}{100} \times 109.7$ | 229.5 |

एक अच्छे आधार में निम्न गुण प्रपेक्षित हैं :—

(क) सामान्य—बहु सामान्य काल हो । जिस विषय का निर्देशक बनाया जा रहा हो, उस विषय में उस काल में कोई प्रसाधारण परिवर्तन न हुआ हो । जैसे कृषि उत्पादन निर्देशांक बनाते समय आधार वर्ष ऐसा होना चाहिये जब न तो उत्पादन बहुत हुआ हो या न बहुत कम हुआ हो बल्कि सामान्य हो ।

(ख) वास्तविक—आधार काल वास्तविक होना चाहिये काल्पनिक नहीं । काल्पनिक आधार में विषय सम्बन्धी तथ्यों के बारे में कल्पनायें करली जाती हैं ।

(ग) समस्त सूचनायें उपलब्ध—आधार काल ऐसा होना चाहिये जिसके विषय में सभी प्रकार की सूचनायें सरलता से उपलब्ध हो सकें क्योंकि विषय की ठीक प्रकार से समझने के लिये यह आवश्यक हो सकता है ।

(घ) बहुत पुराना नहीं—आधार काल बहुत पुराना नहीं होना चाहिये । क्योंकि आज के युग में जबकि मानव बड़ी तीव्र गति से प्रगति कर रहा है; लोगों की रीति, छान-गान, रीति-रिवाज, सामाजिक व आर्थिक ऋत्तवर्ग सभी में महान परिवर्तन होते जा रहे हैं इसलिये आधार बहुत पुराना हो तो प्राचीन व अर्वाचीन तथ्यों में काफी अंतर हो जाने के कारण उस आधार पर प्राप्त निर्देशांक उतने उपयोगी नहीं होंगे ।

(ङ) सामान्य प्रकार—आधार काल प्रकार की दृष्टि से न तो बहुत सम्बन्धी होना चाहिये न बहुत छोटा । यदि आधार काल सम्बन्धी हुआ तो परिवर्तन का लक्षित होना कठिन हो जायेगा और यदि बहुत छोटा हुआ तो बहुत परिवर्तन दृष्टि-गोचर होगा और निष्कर्ष भ्रामक होंगे ।

(३) वस्तुओं का चुनाव (Selection of Commodities)— निर्देशांक वस्तुओं की सहायता से ही निर्मित किये जाते हैं । वास्तव में परिवर्तन वस्तुओं में ही होता है । इसलिये वस्तुओं का चुनाव बहुत महत्वपूर्ण है । सभी वस्तुओं को सम्मिलित करना संभव नहीं । सभी वस्तुओं को सम्मिलित करने से कोई विशेष लाभ भी नहीं । इस सम्बन्ध में निम्न प्रश्न उठते हैं जिनका निश्चित उत्तर पहले ही जान लेना आवश्यक है :—

(१) निर्देशांक में कौन-कौनसी वस्तुयें सम्मिलित की जायें ?

(२) कुनी हुई वस्तुओं का प्रकार क्या हो ?

कुनी गई वस्तुओं में निम्न गुण आवश्यक हैं :—

(प्र) प्रतिनिधि—वे ऐसी हो कि अपने वर्ग का सच्चे अर्थों में प्रतिनिधित्व कर सकें अर्थात् उनकी भादतो, रीति-रिवाजों एवं रीति के अनुसार हो । उदाहरणार्थ कृषि पदार्थ मूल्य निर्देशांक की रचना करते समय हमें उन वस्तुओं की चुनना चाहिये जो कृषि पदार्थ की मुख्य वस्तुयें हो जैसे गेहूँ, चावल, आदि ।

(घ) पहचानी जाने योग्य—चुनी हुई वस्तुयें ऐसी होने चाहिये जो सरलता से पहचानी जा सकें और उनके विषय में किसी प्रकार के संदेह की गुंजाइश न हो। उदाहरण के लिये 'गस्ता' शब्द का प्रयोग वांछनीय नहीं क्योंकि इसमें विभिन्न प्रकार के नाजों का बोध होता है जैसे चावल, गेहूँ, बाजरा, मटर आदि। इसलिये अलग-अलग नाजों का नाम लिखने के स्थान पर कोई 'गस्ता' शब्द लिख दे तो विभिन्न व्यक्ति उसमें विभिन्न प्रकार के बाज सम्मिलित करेंगे।

(ङ) गुण में समानता—यथासाध्य यह प्रयत्न होना चाहिये कि चुनी हुई वस्तुओं के गुण में कोई अंतर न हो। यद्यपि यह कार्य कठिन है क्योंकि समय के साथ-साथ वस्तुओं के गुण में परिवर्तन अवश्य-भावी है। पर ध्यान यही रखना चाहिये कि परिवर्तन ऐसा न हो कि हमारे परिणाम को प्रभुत्व बना दे।

(च) लोकप्रिय—वस्तुयें ऐसी प्रकार की होनी चाहिये जो उस स्थान या क्षेत्र में बहुत लोकप्रिय हों और अदिकाश लोग उनका प्रयोग करते हों या में बहुत प्रचलित हों। जैसे यदि किसी क्षेत्र के मजदूरों का जीवन निर्वाह व्यय निर्देशांक बनाने समय यह ध्यान रखना आवश्यक है कि सधारणतः वे किस प्रकार का गेहूँ खाते हैं—जैसे सफ़ेद या लाल और उनमें भी किस बोट का—प्रथम, द्वितीय या तृतीय। ऊपर के दोनों प्रश्नों का उत्तर चुनी गई वस्तुओं के गुणों का विवेचन करने में भली-भाँति दिया जा चुका है।

(छ) वस्तुओं की संख्या का निर्धारण (Determination of Number of Commodities)—वस्तुओं की संख्या के लिये कोई निश्चित नियम नहीं। परन्तु यह सर्वमान्य सत्य है कि वस्तुओं की संख्या जितनी ही अधिक होगी—निष्कर्ष उतना ही अधिक विश्वसनीय होगा। परन्तु इसमें अधिक समय लगेगा, परिष्करण श्रम करना पड़ेगा तथा प्रबंध में भी प्रभुविधा होगी। इसलिये वस्तुओं की संख्या का निर्धारण निम्न बातों के आधार पर करना चाहिये—

(१) प्राप्त समय

(२) प्राप्त धन

(३) निश्चित विद्या द्वारा शुद्धता का स्तर

(४) समस्या से सम्बन्धित विशेष परिस्थितियाँ।

संयुक्त राज्य अमेरिका धर्म समंज केन्द्र द्वारा विभिन्न धोखे मूल्य निर्देशांक (U. S Bureau of Labour Statistics Index of Wholesale Prices) की रचना के लिये ४५० वस्तुयें चुनी जाती हैं। भारत संरक्षक ने प्राथमिक मन्त्रालय के प्रति परिवर्तनशील मूल्यों के निर्देशांक (Sensitive Price Index) में कुल ६३ वस्तुओं को सम्मिलित किया जाता है और सामान्य उद्देश्य वाले धोखे मूल्य निर्देशांक (General Purpose Index of Wholesale Prices) की रचना में ३८ वस्तुयें सम्मिलित की जाती हैं। इंग्लैंड का व्यापार बोर्ड (Board of Trade) २००

वस्तुओं को सम्मिलित करता है और अमेरिका का प्रमुख केन्द्र (Bureau of Labour Statistics) २००० वस्तुओं को सम्मिलित करता है।

(५) वस्तुओं का वर्गीकरण (Classification of Commodities)—

यदि विभिन्न प्रकार की वस्तुओं के मूल्य के परिवर्तनों का अलग-अलग अनुमान लगाना हो तो उनका वर्गीकरण आवश्यक होता है। विशेषतः ऐसे समय जबकि वस्तुओं की संख्या अधिक है। ऐसी दशा में परिवर्तन की दिशा व मात्रा का अनुमान वर्ग के अनुसार किया जायेगा। इस प्रकार प्रत्येक वर्ग के विषय में विशेष जानकारी प्राप्त की जा सकेगी। भारत सरकार के आर्थिक सलाहकार के सामान्य उद्देश्य वाले थोक मूल्य निर्देशांक (Economic Adviser's General Purpose Index of Wholesale Prices) में सम्मिलित की जाने वाली वस्तुओं का वर्गीकरण इस प्रकार है—

- (क) खाद्य पदार्थ (i) अन्न
(ii) दाल
(iii) अन्य

(ख) औद्योगिक बच्चा माल

(ग) मर्द निर्मित माल

(घ) पूर्ण निर्मित माल

(ङ) विविध

(६) प्रतिनिधि मूल्यों का चुनाव (Selection of Representative Prices)—मूल्य निर्देशांकी की रचना के लिये मूल्यों का चुनाव बहुत महत्वपूर्ण है। मूल्य निर्देशांकी को बनाने समय मूल्यों का उचित रीति से चुनाव बहुत ही आवश्यक है। परिवर्तन की मात्रा इन्हीं के आधार पर नापी जाती है। इनके चुनाव में यदि तनिक भी असावधानी की गई तो निष्कर्ष अशुद्ध होगा। इस विषय में निम्न बातों की ठीक प्रकार से जान लेना बहुत आवश्यक है :—

(क) मूल्य का प्रकार—सर्व प्रथम यह निश्चित कर लेना होगा कि मूल्य किस प्रकार का हो अर्थात् थोक मूल्य हो या फुटकर मूल्य। प्रायः फुटकर मूल्यों में स्थान स्थान पर बहुत अन्तर होता है। बल्कि एक ही स्थान पर फुटकर मूल्यों में अन्तर मिलता है। ऐसी दशा में फुटकर मूल्यों को लेना ठीक नहीं। थोक मूल्यों में भी अन्तर हो सकता है पर इतना नहीं। वहाँ अन्तर बहुत कम होता है। इसलिये थोक मूल्यों का लेना अधिक अच्छा है। पर यह बहुत कुछ निर्देशांक के प्रकार पर भी निर्भर करता है। यदि निर्वाह व्यय निर्देशांक (Cost of Living Index Number) बनाये जा रहे हों, तो फुटकर मूल्यों को ही लेना ठीक रहेगा।

(ख) मूल्य प्राप्त करने के स्थान—फिर प्रश्न यह उठता है कि मूल्य कहाँ से लिये जायँ ? यह निर्देशांक के प्रकार पर निर्भर करता है। जैसे किसी स्थान के लोगों का निर्वाह व्यय निर्देशांक बनाते समय उसी स्थान के मूल्यों को लेना पड़ेगा।

परन्तु यदि सामान्य मूल्य निर्देशांक बनाया जा रहा हो तो विभिन्न प्रकार की वस्तुओं के विभिन्न प्रसिद्ध और प्रच्ये स्तर के बाजारों व मॉडियों से मूल्य लेना पड़ेगा। निर्णय (Price Quotations) उच्च कोटि की पत्रिकाओं, मरकाठी प्रकाशनों, एवं प्रतिनिधि केन्द्रों के व्यापारियों से प्राप्त करने चाहिये।

(ग) मूल्य प्राप्त करने के साधन—फिर प्रश्न यह उठता है कि मूल्यों सम्बन्धी सूचनाओं के प्राप्त करने के क्या साधन हैं ? इस विषय में ठीक प्रकार के संगठन की आवश्यकता है तार्किक ढींग प्रकार से सभी स्थानों से सूचनाएँ प्राप्त हों। सूचना देने वाला बुद्धिमान, प्रशिक्षित, अध्ययनयोग्य तथा निष्पक्ष भाव एवं लगन से सूचनाएँ दे। सूचनाएँ प्राप्त करने के निम्न साधन हो सकते हैं :—

(i) अपना प्रतिनिधि—हृष्ट अपने व्यक्ति जो अपनी ओर से इस कार्य के लिये नियुक्त हो।

(ii) स्थानीय व्यापारी—स्थानीय व्यापारी, जो विद्यमान व योग्य व्यक्ति हैं—सूचनाएँ भेज सकते हैं।

(iii) सरकारी या अर्द्धसरकारी सूत्र—इन सूत्रों से भी मूल्य सम्बन्धी सूचनाएँ प्राप्त की जा सकती हैं।

(iv) ऊँचे स्तर के पत्र-पत्रिकाएँ—राज्यकल पत्र-पत्रिकाओं में भी मूल्य सम्बन्धी सूचनाएँ रहती हैं पर उनका प्रयोग उनकी विश्वसनीयता की जाँच के उपरान्त ही करना चाहिये।

(v) रेडियो—रेडियो से भी भाव सम्बन्धी बहुत सी सूचनाएँ प्रसारित होती हैं। उनका उपयोग किया जा सकता है।

(घ) मूल्य प्राप्त करने की आवृत्ति—फिर यह प्रश्न उठता है कि मूल्य कितने-कितने समय के अन्तर से प्राप्त किये जाय जैसे प्रतिदिन वा, या प्रति सप्ताह वा मास्य, या प्रतिमाह वा मास्य। यह बहुत कुछ निर्देशांक के प्रकार पर निर्भर करता है कि निर्देशांक माह के लिये बना रहे हैं या वर्ष के लिये या अन्य किसी समय की इकाई के लिये। यदि माह के लिये बना रहे हो तो प्रतिदिन या प्रति-सप्ताह ठीक रहेगा। यह निर्दिष्ट करना निम्न बातों पर निर्भर करता है :—

(१) निर्देशांक का समय—पर्याप्त वह विम काग के लिये बनाया जा रहा है। यदि अधिक समय के लिये है तो आवृत्ति अधिक होगी।

(२) आर्थिक स्थिति—यदि बहुत अच्छी है तो मूल्यों को प्राप्त करने की आवृत्ति अधिक हो सकती है अन्यथा कम।

(३) समय—यदि समय कम है तो आवृत्ति कम होगी अन्यथा अधिक होगी।

(४) शुद्धता का स्तर—यदि ऊँचा है तो आवृत्ति अधिक होगी अन्यथा कम होगी।

(६) मूल्य एकत्रित करने का रूप—मूल्य किस रूप में एकत्रित किया जाय ? जैसे ५ रुपये मन या १ रुपये का ८ सेर ? मूल्य द्रव्य के रूप में व्यक्त करना ही ठीक है जैसे ५ रुपये मन ।

(७) माध्य का चुनाव (Selection of the Average)—स्थिर तथा श्रृंखला आधार द्वारा निकाले गये मूल्यानुपातों का माध्य निकालना भी निर्देशांक रचना का एक महत्वपूर्ण कार्य है। इससे अब यह प्रश्न उठता है कि किस माध्य का प्रयोग किया जाय ? सामान्यतः माध्य के रूप में समानान्तर माध्य का अधिक प्रयोग होता है। इसका कारण यह है कि यह गणना में सरल और सरलता से समझा जाने योग्य होने के कारण बहुत लोकप्रिय है। गुणोत्तर माध्य, मध्यक और हरात्मक माध्य का भी प्रयोग होता है।

माध्यों का तुलनात्मक अध्ययन

समानान्तर माध्य (Arithmetic Average)—गणना की सरलता और समझने में सरल होने के कारण यह माध्य अधिक लोकप्रिय है और प्रयोग में आता है। सामान्य जीवन में भी माध्य या औसत का आशय सदा इसी माध्य से लगाते हैं। परन्तु जैसा कि हम पहले देख चुके हैं यह माध्य अति सीमान्त पदों को अधिक महत्व देता है। फलस्वरूप परिणाम में दोष आ जाता है। इस माध्य में उत्क्राम्यता (reversibility) का भी गुण नहीं मिलता, जो बहुत आवश्यक है।

गुणोत्तर माध्य (Geometric Average)—अनुपातिक मूल्यों का माध्य निकालने के लिये गुणोत्तर माध्य सबसे उपयुक्त माना जाता है क्योंकि यह माध्य परिवर्तन के समान अनुपातों को समान महत्व देता है। इस माध्य में छोटे पदों को अधिक और बड़े पदों का कम महत्व दिया जाता है। इसके द्वारा ज्ञाप्ये गये निर्देशांक उत्क्राम्य होते हैं। इन्हीं सब कारणों से इसका उपयोग अधिक होना है। परन्तु इसमें सबसे बड़ा दोष यह है कि एक तो इसकी गणना कठिन है और दूसरे ज्यों-ज्यों वर्ष बीतते जाते हैं परिणाम में अशुद्धि आती-जाती है और दीर्घकालीन निर्देशांक अशुद्ध हो जाते हैं।

मध्यक (Median)—इस माध्य का प्रयोग बहुत कम होता है। यों तो इसकी गणना सरल है और यहाँ अतिसीमान्त पदों को अधिक महत्व नहीं मिलता फिर भी अनिश्चित होने तथा उत्क्राम्य न होने के कारण इसका प्रयोग अधिक नहीं होता।

हरात्मक माध्य (Harmonic Mean)—यह माध्य भी निर्देशांक रचना में अप्रचलित सा है। एक तो गणना करने और समझने में यह माध्य कठिन है। दूसरे यह छोटे पदों को अधिक महत्व देता है अर्थात् अल्पकालीन परिवर्तन को यह अधिक महत्व देता है। फलस्वरूप इसमें प्राप्त परिणाम दीर्घकाल तक के लिये ठीक नहीं रहते।

इस तुलनात्मक अध्ययन के उपरान्त हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि गुणोत्तर माध्य और विशेषतः भारित गुणोत्तर माध्य का प्रयोग निर्देशांक रचना के लिये सबसे उपयुक्त है। इसके प्रमुख कारण निम्न हैं—

- (१) अनुपातिक मूल्यों का माध्य निकालने के लिये विशेष उपयुक्त है।
- (२) प्रतिगीमान्त पदों से बहुत नहीं प्रभावित होता है।
- (३) इस माध्य में उत्क्राम्यता होती है।

निर्देशांक रचना में विद्वानों ने इस माध्य को सबसे अधिक प्रधानता दी है और इसका प्रयोग सर्वाधिक होता है।

Illustration 5.

Find out the index numbers for 1958, 1959 and 1960 based on 1957, using Arithmetic Mean, Median, Geometric Mean and Harmonic Mean —

| Commodity | Price in | | | |
|-----------|----------|------|------|------|
| | 1957 | 1958 | 1959 | 1960 |
| A | 4 | 5 | 6 | 7 |
| B | 6 | 8 | 9 | 12 |
| C | 3 | 4.5 | 6 | 7.5 |

Solution 5.

Calculation of Index Numbers for 1958, 1959 and 1960

| Commodity | 1957 | | 1958 | | 1959 | | 1960 | |
|---------------------------------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|
| | Price | Relative | Price | Relative | Price | Relative | Price | Relative |
| A | 4 | 100 | 5 | 125 | 6 | 150 | 7 | 175 |
| B | 6 | 100 | 8 | 133.3 | 9 | 150 | 12 | 200 |
| C | 3 | 100 | 4.5 | 150 | 6 | 200 | 7.5 | 250 |
| Total of relatives | | 300 | | 408.3 | | 500 | | 625 |
| Arithmetic Average of relatives | | 100 | | 136.1 | | 166.6 | | 203.3 |
| Median of relatives | | 100 | | 133.3 | | 150 | | 200 |
| G M of Relatives | | 100 | | 135.7 | | 163.1 | | 206.0 |
| H M of Relatives | | 100 | | 137.0 | | 151.5 | | 201.1 |

(८) भार देने का ढंग (System of Weighting)—निर्देशांक रचना में प्रयोग की गई वस्तुओं को उनके महत्व के अनुसार भार देना पड़ता है क्योंकि यदि ऐसा न किया जाय तो सभी वस्तुओं का महत्व समान हो जाय जो ठीक नहीं। निर्देशांक रचना में विभिन्न प्रकार की वस्तुएँ समान मात्रा में प्रयोग की जाय तब तो सबको समान महत्व दिया जा सकता है परन्तु व्यावहारिक जीवन में ऐसा कभी नहीं मिलता। इसलिये निर्देशांक रचना करते समय वस्तुओं को उनके महत्व के अनुसार भारित करना पड़ता है। जैसे निर्वाह व्यय निर्देशांक की रचना में गहूँ का प्रयोग किया जाता है और नमक का। पर गहूँ मूल्य के मात्रा के विचार से नमक की अपेक्षा बहुत अधिक महत्व रखता है।

नीचे हम भारित निर्देशांक रचना का एक उदाहरण लेंगे —

The following table gives group index numbers and their weights relating to family budget of an average Indian Labourer

Prepare the cost of living index number

| Groups | Index No | Weights |
|--------------------|----------|---------|
| 1 Food | 302 | 48 |
| 2 Fuels & Lighting | 220 | 10 |
| 3 Clothing | 230 | 8 |
| 4 Rent | 160 | 12 |
| 5 Misc. | 190 | 15 |

(Agra B Com 1957)

Solution 5

| Groups | Index No | Weights | Weighted Relatives |
|-----------------|----------|---------|--------------------|
| Food | 302 | 48 | 16896 |
| Fuel & Lighting | 220 | 10 | 2200 |
| Clothing | 230 | 8 | 1840 |
| Rent | 160 | 12 | 1920 |
| Misc. | 190 | 15 | 2850 |
| Total | | 93 | 25706 |

$$\text{Cost of Living Index Number} = \frac{\Sigma \text{Weighted Relatives}}{\Sigma \text{Weights}}$$

$$= \frac{25706}{93}$$

$$= 276.4$$

भार की आवश्यकता

भार की सार्वभौम उपयोगिता है इसलिय निर्देशांक रचना में लगभग सभी स्थानों पर भार देने की आवश्यकता पड़ती है।

थोक भव्य निर्देशांक के निर्माण में—इसकी रचना में बहुत-सी वस्तुय सम्मिलित की जाती हैं। उसमें कुछ वस्तुयें अधिक महत्व रखती हैं और कुछ कम। जिन वस्तुयों का मूल्य हमारे सामान्य जीवन को अधिक प्रभावित करता है उसे अधिक महत्व देना नितांत आवश्यक है।

निर्वाह व्यव निर्देशांकों की रचना में—यहाँ भी कुछ वस्तुयें एसी होती हैं जिनका प्रयोग अधिक करने हैं और जिन पर हम अपनी आय का एक महत्वपूर्ण भाग व्यय करते हैं। इसलिय निर्देशांक रचना में इस तरह की ध्यान में रचना सुद्धता के निकट पहुँचने के लिय अत्यन्त आवश्यक है। यदि सभी वस्तुयों को समान महत्व दिया गया तो परिणाम भ्रमपूर्ण हुये।

सामान्य फुटकर मूल्य निर्देशांक की रचना में—ठीक इसी प्रकार सामान्य फुटकर मूल्य निर्देशांकों की रचना करते समय खुनी गई वस्तुयों को उनके महत्व के अनुसार भार देना पड़ेगा। जैसे मान लीजिये इसमें गेहूँ और ट्राजिस्टर सेट दो वस्तुयें सम्मिलित हैं। गेहूँ सारे देश के लिय अधिक महत्वपूर्ण है इसको अधिक भार देना आवश्यक है।

प्रत्येक प्रकार के निर्देशांक रचना में आवश्यक—इस प्रकार हम यह देना है कि भार देना लगभग प्रत्येक प्रकार की निर्देशांक रचना में आवश्यक है। उदाहरण स्वरूप यदि हम निम्न माल के उत्पादन का निर्देशांक बना रहे हा तो जूट के मात्र के उत्पादन और फाउन्टेन पेन की रसाही के उत्पादन को समान महत्व देना उचित नहीं समझेंगे क्योंकि जूट के मात्र का उत्पादन हमारे देश को आर्थिक व्यवस्था में बहुत अधिक महत्व रखता है। यही मान लीजिये जूट के मात्र का उत्पादन २५% कम हो गया और फाउन्टेन पेन की रसाही का उत्पादन २५% बढ़ गया यदि हम दोनों को समान-अलग भार न दे तो परिणाम यह होगा कि कुल उत्पादन में वृद्धि न पड़े। इस प्रकार हम बहुत अनुद्ध निष्कर्ष पर पहुँचेंगे क्योंकि जूट के उत्पादन और रसाही के उत्पादन में कोई तुलना नहीं।

उचित भार का चुनाव (Selection of Proper Weights)

उचित भार का चुनाव एक महत्वपूर्ण समस्या है क्योंकि उन्को पर सारे निष्कर्ष आधारित होते हैं। यदि इनके चुनाव या निश्चिन करने में तदिक भी भ्रमावधानी हुई तो परिणाम भ्रमोत्पादक हो जायेंगे।

उचित भार के चुनाव के विषय में विज्ञाना में मतभेद है। डॉ० वाउने का

मत है कि आधार वर्ष का चुनाव प्रशुद्ध होने पर या जब मूल्य बहुत अनियमित दम से घट-बढ़ रहे हों, तब उचित भार का चुनाव बहुत अधिक महत्त्व रखता है।*

अधिकतम विद्वान इस विचार के हैं कि भार देने की तर्कपूर्ण प्रणाली अपनाई जा सकती है। परिणाम: लगभग समान होंगे।

भार निर्दिष्ट करने की रीति—सामान्यतः भार निम्न दो रीतियों में निर्दिष्ट किया जाता है :—

(१) परिमाण भार (Quantity Weights)

(२) मूल्य भार (Value Weights)

परिमाण भार—परिमाण भार में भार परिमाण के आधार पर दिया जाता है। परन्तु दोष यह है कि इकाई अलग-अलग होने के कारण अनुपयुक्त होता है।

मूल्य भार—मूल्यों के आधार पर भार दिया जाता है। यदि मूल्यों की इकाई समान हो तो इसमें कोई दोष नहीं और यह अधिक उपयुक्त है।

भार दो प्रकार के हो सकते हैं :—

(१) प्रत्यक्ष भार (Explicit)—प्रत्यक्ष भार उन्हें कहा जाता है, जो प्रकी के रूप में दिये जाते हैं जैसे आधार वर्ष में उस वस्तु के उपभोग की मात्रा प्रथम उस पर किया जाने वाला व्यय। उदाहरणार्थ यदि भोजन पर ४० रुपये, वस्त्र पर २० रुपये, किराये पर १० रुपये और ईंधन पर १० ६० खर्च होते हैं तो मूल्य के आधार पर भार क्रमशः ४, २, १, १, होंगे।

(२) अप्रत्यक्ष भार (Implicit)—जब किसी वस्तु के विभिन्न प्रकारों की निर्देशक रचना में सम्मिलित कर देते हैं तो उस वस्तु को अप्रत्यक्ष रूप से भारित करना कहते हैं। जैसे यदि गूड के तीन प्रकार हैं और तीनों को निर्देशक रचना में सम्मिलित कर दिया जाय तो इसे अप्रत्यक्ष रूप से भारित करेंगे।

स्थिरता की दृष्टि से भार निम्न प्रकार के हो सकते हैं :—

(क) स्थायी—जो भार सदा स्थिर रहते हैं वे स्थायी कहलाते हैं। ऐसी दशा में भार एक बार निर्दिष्ट कर दिये जाते हैं और वे बिना बदले हुये चलते रहते हैं इनकी गणना में सरलता रहती है।

(ख) परिवर्तनशील—परिवर्तनशील भार वे हैं जो समय-व-व-परिस्थितियों के अनुसार परिवर्तित होते रहते हैं। इसका कारण यह है कि समय के साथ-साथ वस्तुओं के महत्त्व में कमी या अधिकता होती रहती है। परिवर्तनशील भार के द्वारा उन्हें ठीक प्रकार से दिखाया जा सकता है और इस प्रकार उन्हें शुद्ध

* "Since errors in weights have under ordinary circumstances but little effect, it is only when a quite abnormal base year is chosen, or prices are moving very irregularly, that this consideration becomes important."

बनाया जा सकता है। स्वाभाविक है कि समय के साथ साथ वस्तुओं के महत्व में भी घट-बढ़ हो। परिवर्तनशील भार इसको प्रकट करते हैं।

निर्देशांकों के प्रकार (Kinds of Index Numbers)

निर्देशांक को मुख्यतः निम्न वर्गों में बाँटा जा सकता है :—

(क) मूल्यों के निर्देशांक (Index Numbers of Prices)

(i) थोक मूल्यों के निर्देशांक (Index Numbers of Wholesale Prices)

(ii) निर्वाह-व्यय निर्देशांक (Cost of Living Index Numbers)

(ख) भौतिक मात्राओं के निर्देशांक (Index Numbers of Physical Quantity)

थोक मूल्यों के निर्देशांक (Index Numbers of Wholesale Prices)

ये निर्देशांक थोक मूल्यों के परिवर्तन को प्रकट करने के लिये बनाये जाते हैं। ये दो प्रकार के होते हैं —

(क) अति परिवर्तनशील मूल्यों के निर्देशांक (Sensitive Price Index Numbers)—इस प्रकार के निर्देशांक रचना में ऐसी वस्तुएँ सम्मिलित की जाती हैं जिनके मूल्यों पर बाह्य परिस्थितियाँ का शीघ्र प्रभाव पड़ता है अर्थात् जिनके मूल्य शीघ्र बढ़ते हैं या घटते हैं।

(ख) सामान्य उद्देश्यीय थोक मूल्य निर्देशांक (General Purpose Wholesale Price Index Numbers)—इस प्रकार के निर्देशांक का उद्देश्य सामान्य मूल्यों में होने वाले परिवर्तन को प्रदर्शित करना होता है।

रचना विधि—सामान्य रूप से निर्देशांक रचनाविधि विस्तारपूर्वक बताई जा चुकी है। उन्हीं आधार पर सभी प्रकार के निर्देशांकों की रचना होती है। कुछ विशेष प्रकार के निर्देशांकों की रचना में विशेष प्रकार के दृग् या क्रियाएँ अपनाई जा सकती हैं।

निर्वाह-व्यय निर्देशांक

(Cost of Living Index Numbers)

निर्वाह-व्यय निर्देशांक किसी स्थान विशेष या वर्ग विशेष या दोनों के व्यक्तियों के निर्वाह व्यय में होने वाले परिवर्तन को दिखाने व मापने को प्रकट करते हैं। या तो जब वस्तुओं का मूल्य बढ़ता है तो सभी वर्गों के व्यक्तियों का निर्वाह-व्यय बढ़ जाता है और जब मूल्य घटता है तब सभी का निर्वाह-व्यय घट जाता है। परन्तु यह घट-बढ़ सभी के लिये बराबर नहीं रहता। किसी के लिये अधिक होता है और किसी के लिये कम। इसका मुख्य कारण यह है कि विभिन्न व्यक्ति विभिन्न वस्तुओं का प्रयोग करते हैं और सब वस्तुओं के मूल्यों के परिवर्तन अलग-अलग रहते हैं। इसलिए

इसकी रचना से स्थान विशेष या दोनो के व्यक्तियों के निर्वाह-व्यय में हुये परिवर्तन की मात्रा का अनुमान लगाया जा सकता है।

उपयोगिता—निर्वाह-व्यय निर्देशांक को उपभोक्ता मूल्य निर्देशांक भी कहते हैं। इसकी उपयोगिताये निम्न हैं—

(१) इसकी सहायता से उस वर्ग पर होने वाले व्यय के परिवर्तन की मात्रा का अनुमान किया जा सकता है।

(२) व्यय के परिवर्तन का अनुमान होने पर आवश्यकता के अनुसार मूल्यों को नियमित किया जा सकता है अर्थात् यदि अधिक हैं तो कम किया जा सकता है और यदि कम है तो बढ़ाया जा सकता है।

(३) निर्वाह-व्यय के परिवर्तन का अनुमान करके भंडगाई भत्ता, या न्यूनतम वेतन आदि निर्दिष्ट किया जा सकता है।

(४) इसीके आधार पर राजस्व व्यवस्था चालू की जा सकती है और उचित मूल्यों की दृष्टानों खोनी जा सकती हैं।

मान्यतायें (Assumptions)—निर्वाह व्यय निर्देशांक कुछ मान्यताओं पर आधारित होने हैं। वे निम्न हैं :—

(१) आवश्यकतायें समान—सर्व प्रथम मान्यता यह है कि जिस वर्ग का निर्देशांक बनाया जा रहा है उसकी आवश्यकतायें समान हैं। अगर यह मानकर न चला जाय तो प्रत्येक वर्ग, फिर प्रत्येक परिवार और फिर प्रत्येक व्यक्ति का निर्वाह व्यय निर्देशांक अलग-अलग बनेंगे।

(२) वस्तुयें समान—उपभोग की जाने वाली वस्तुयें भी आधार वर्ष व चालू वर्ष में समान हैं।

(३) वस्तुओं की मात्रा समान—सामान्यतः एक यह भी मान्यता लेकर चलना पड़ता है कि आधार वर्ष और चालू वर्ष में उपभोग की जाने वाली वस्तुओं की मात्रा में कोई परिवर्तन नहीं हुआ है।

(४) विभिन्न स्थानों पर एक ही भाव—यदि निर्देशांक विभिन्न स्थानों के लिये हैं तो यह मान्यता है कि सभी स्थानों पर लगभग वही भाव है। उनमें कोई उल्लेखनीय अंतर नहीं।

(५) औसत रूप से सत्य—निर्देशांक प्रत्येक व्यक्ति या परिवार के लिये रूप से सत्य नहीं होते बल्कि औसत रूप से सत्य होते हैं।

(६) वस्तुयें प्रतिनिधि—साम्प्रतिक की जाने वाली वस्तुयें प्रतिनिधि अर्थात् उस वर्ग में सामान्यतः बड़ी वस्तुयें प्रयोग की जाती हैं।

रचना में कठिनाइयाँ

निर्वाह-व्यय निर्देशांक रचना में प्रायः निम्न कठिनाइयाँ आती हैं :—

(१) मनुष्य के रहन-सहन का स्तर प्रायः एव पेशों के अनुसार भिन्न-भिन्न होता

है। इसलिये मिश्र-मिश्र भाव व पेशे के लोगों के लिये मिश्र-मिश्र निर्देशांक रचना करने की आवश्यकता होती है।

(२) निर्देशांक रचना में प्रायः थोक मूल्य को लिया जाता है जबकि उप-भोक्ता फुटकर भाव से उस वस्तु को खरीदता है इसलिये वे उतने शुद्ध नहीं होते।

(३) कुछ वस्तुयें ऐसी होती हैं जिनके मूल्यों में स्थान-स्थान पर बड़ा अंतर होता है। जैसे मकान के किराया में अन्वई और इसाहावाद में बहुत अंतर है। ऐसी बातों में यदि एक स्थान का निर्वाह व्यय निर्देशांक बनाकर दूसरे के लिये भी लागू किया जाय तो परिणाम भ्रम उत्पन्न करता है।

(४) एक ही वर्ग के लोग एक ही समय में अपनी भावों को एक ही ढंग से नहीं व्यय करते। यह बहुत कुछ आर्थ, समय, रुचि और परिस्थितियों पर निर्भर करता है। इसलिये एक निर्देशांक पूरे वर्ग के लिये ठीक होगा—यह सोचना ठीक नहीं।

(५) फुटकर भावों में स्थान-स्थान पर बड़ा अंतर होता है इसलिये भाव बना रखा जाय जो प्रतिनिधि हो यह एक समस्या है।

(६) प्रायः प्रयोग में लाई जाने वाली वस्तुओं में मूल्यों में बड़ी शीघ्रता से परिवर्तन होता है—इसलिए निर्देशांक ठीक स्थिति को नहीं प्रकट कर पाते।

निर्वाह-व्यय निर्देशांक की रचना (Construction of Cost of Living Index Numbers)

निर्वाह-व्यय निर्देशांक की रचना में निम्न प्रमुख कार्य करने पड़ते हैं :—

(१) सजातीय वर्ग का चुनाव (Selection of Homogeneous Group)—किसी विशेष भूभाग में निर्वाह-व्यय निर्देशांक की रचना का सर्वप्रथम कार्य सजातीय वर्ग का चुनाव होता है। यह कार्य कठिन है। सजातीय वर्ग का चुनाव मुख्यतः निम्न दो आधारों पर किया जाता है :—

(अ) आय की समानता

(ब) पेशे की समानता

परन्तु इसके अतिरिक्त सामान्य परिस्थितियों का अध्ययन भी आवश्यक है। सजातीय वर्ग का चुनाव में नएक का अनुभव एवं सामान्य ज्ञान का प्रमुख हाथ रहता है।

(२) वस्तुओं का चुनाव (Selection of Commodities)—विभिन्न वर्गों के लोग विभिन्न प्रकार की वस्तुओं का प्रयोग करते हैं। इसलिये निर्वाह व्यय निर्देशांक बनाने के लिये वस्तुयें वही होनी चाहिये जिनका उपयोग उक्त वर्ग के लोग करते हो, जिनके विषय में निर्देशांक बनाये जा रहे हैं। इसके लिये उनके प्राय-व्यय के गृह्य विवरण का ज्ञान बहुत आवश्यक है।

इससे निम्न सूचकांश प्राप्त होती हैं :—

- (१) वर्ग की औसत भाय ।
- (२) प्रत्येक परिवार में सदस्यों की औसत संख्या ।
- (३) विभिन्न वस्तुओं की मात्रा ।
- (४) विभिन्न वस्तुओं पर खर्च किया जाने वाला भाय का भाग ।

वस्तुओं की मुख्यतः निम्न वर्गों में बाँट लेते हैं :—(क) खाद्य पदार्थ, (ख) वस्त्र, (ग) ईंधन तथा प्रकाश, (घ) मकान किराया; (ङ) अन्य ।

(३) मूल्य विवरण (Price Quotations)—प्रायः खुदी हुई वस्तुओं के फुटकर मूल्य प्राप्त करने पड़ते हैं । ये मूल्य उस स्थान के बाजार मूल्य होने चाहिये जहाँ से वह वर्ग उन वस्तुओं को खरीदता है । भाव उस स्थान की उच्च कोटि की परिवारों, सरकारी या अर्द्ध सरकारी प्रशासकों, व्यापार परिषदों या प्रसिद्ध व्यापारियों की सहायता से प्राप्त करने चाहिये ।

(४) भार (Weights)—वस्तुओं को उनके महत्व के अनुसार भारित करना चाहिये । सभी वस्तुओं बराबर महत्व की नहीं होतीं । भार निम्न दो प्रकारों में से किसी एक ढंग से दिये जा सकते हैं :—

(क) बाजार बर्ष में उपभोग की गई वस्तु के परिमाण के अनुपात में—इस रीति से बाजार बर्ष में उपभोग की गई वस्तु की मात्रा के अनुसार भार दिया जाता है । इसका विस्तृत विवरण व उदाहरण समस्त व्यय रीति (The Aggregate Expenditure Method) द्वारा निर्देशांक रचना का विवेचन करते समय प्रागे किया जायेगा ।

(ख) बाजार बर्ष में प्रत्येक वस्तु पर किये गये व्यय के अनुपात में—इस रीति में बाजार बर्ष में उपभोग की गई वस्तु के मूल्य के अनुसार भार दिया जाता है । इसका विपद् विवेचन परिवारिक भाय-व्ययक रीति (Family Budget Method) के रूप में प्रागे किया जायेगा ।

निर्वाह-व्यय निर्देशांक बनाने में विभ्रम (Errors in Construction of Cost of Living Index Numbers)

इस प्रकार के निर्देशांक रचना में निम्न अशुद्धियाँ हो जाने की सम्भावना रहती है :—

(१) वस्तु की माँग व मूल्य में होने वाले परिवर्तन की तनिक भी उपेक्षा करने पर निर्देशांक दोषपूर्ण हो जाते हैं ।

(२) मनुष्यों का वर्गीकरण बहुत कठिन है और इसमें अशुद्धि हो जाने की पूर्ण सम्भावना रहती है ।

(३) वस्तुओं का चुनाव कठिन कार्य है—इसमें भी अशुद्धि हो जाने की सम्भावना होती है ।

(४) निर्देशांक रचना में गणने प्रणाली को सम्मिलित करना चाहिये जो प्रतिनिधि हो। इस चुनाव में प्रायः त्रुटि रह जाती है।

(५) परिवारा का व्यय समान हो सकता है परन्तु यह बहुत कठिन है कि वे प्रत्येक वस्तु पर समान अनुपात में व्यय करते हो। इसलिये निर्देशांक मन्त्र के लिये साक्षु होगा—शोधपूर्ण विचार है।

(६) प्रायः यह देखा जाता है कि बहुत सी वस्तुओं को आधार वर्ग में प्रयोग होती थी, चात्र वर्ग में नहीं हो रही हैं और जो चात्र वर्ग में हा रही है वे आधार वर्ग में नहीं होती थी। इस कारण भी त्रुटि हो जाती है।

(७) जीवन-निर्वाह निर्देशांक यह मानकर बनाये जाते हैं कि वस्तु की मात्रा आधार व चात्र दोनों वर्गों में समान है। परन्तु व्यावहारिक जीवन में ऐसा नहीं मिलता। इसमें भी त्रुटि हो जाती है।

(८) मात्र के गुण में मानव की प्रावश्यकताओं इतनी घन त हो गई हैं और वह इतनी प्रकार की वस्तुओं में प्रयोग करता है कि सभी वस्तुओं को निर्देशांक रचना में सम्मिलित करना असम्भव है। इसलिये कुछ न कुछ त्रुटि अवश्य रह जाने की सम्भावना रहती है।

भौतिक मात्राओं के निर्देशांक (Index Numbers of Physical Quantities)

इस प्रकार के निर्देशांक सूचियों से सम्बन्धित नहीं होने और भौतिक मात्राओं की त्रुटि या कमी को दिखाने के लिये बनाये जाते हैं। प्रायः इनकी रचना उत्पादन में कमी या अधिकता के अनुनात्मक अर्थान के लिये की जाती है।

इसकी रचना में भी वही समस्याएँ उपस्थित होती हैं। जैसे,—

(१) वस्तु या वर्ग का चुनाव—सर्वप्रथम यह निश्चित करना पड़ता है कि कौन सी वस्तु या निर्देशांक बनाना है। वस्तु एक हो सकती है जैसे गेहूँ का उत्पादन या एक वर्ग हो सकता है जैसे साधारण का उत्पादन। यदि वर्ग है तो उसमें प्रतिनिधि वस्तुओं को ठीक प्रकार से चुन कर सम्मिलित करना पड़ेगा।

(२) परिवर्तन का विवरण—वस्तु या वस्तुओं के वर्ग का निश्चित करने के उपरान्त उन वस्तुओं की मात्रा के परिवर्तन की मात्रा व दिशा का ठीक प्रकार से विवरण पाना आवश्यक है। ऐसे साधन प्रयोग करने पड़ेगे जिससे इसका ठीक ज्ञान हो सके। इसके लिये प्रायः निम्न साधन हो सकते हैं :—

(क) सरकारी या अर्द्ध-सरकारी प्रकाशन।

(ख) पत्र-पत्रिकाएँ या अन्य प्रकाशन।

(ग) व्यापार परिवर्तों द्वारा।

(घ) विश्वविद्यालयों या अन्य अनुसंधान संस्थाओं द्वारा।

(ङ) अन्य साधनों द्वारा।

(३) अध्ययन का क्षेत्र—यह भी निर्दिष्ट करना पड़ेगा कि हमारे अध्ययन का क्षेत्र क्या होगा अर्थात् जो निर्देशांक बनेगा वह किसने क्षेत्र के लिये लागू होगा जैसे सारे देश के लिये या सारे प्रान्त के लिये या अथवा किसी भू-भाग के लिये। इसी के अनुसार सूचना प्राप्त करने के स्थान चुनने पड़े गे।

(४) समय का निर्धारण—यह भी प्रारम्भ में ही निर्दिष्ट कर लेना पड़ेगा कि परिवर्तन की दिशा व मात्रा का अध्ययन किस समय के लिये हो रहा है जैसे वार्षिक, पट्मासिक, त्रैमासिक, मासिक, पक्षीय या साप्ताहिक। इसी पर सूचना की प्रावृत्ति निर्भर करती है। फिर सभी का औसत लेना पड़ेगा।

Illustration 6

The production of food grains for a particular area in two different years are given below. Prepare index number for the food productions taking 1950 as base —

| Commodity | Production in 1950 (in lakh tons) | Production in 1960 (in lakh tons) |
|-----------|---|---|
| Wheat | 10 | 12 |
| Rice | 12 | 16 |
| Pulses | 8 | 10 |
| Others | 10 | 12 |

Solution II

| Commodity | Production | | Relatives |
|-----------|--------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|
| | Base year (in lakh tons) | Current year (in lakh tons) | |
| Wheat | 10 | 12 | $\frac{12}{10} \times 100 = 120$ |
| Rice | 12 | 16 | $\frac{16}{12} \times 100 = 133.3$ |
| Pulses | 8 | 10 | $\frac{10}{8} \times 100 = 125$ |
| Others | 10 | 12 | $\frac{12}{10} \times 100 = 120$ |
| Total | | | 498.3 |

$$\text{Index Number} = \frac{498.3}{4} \\ = 124.5$$

मुख्य-निर्देशांकों के प्रमुख प्रकार (Principal Types of Price Index Numbers)

मुख्य निर्देशांकों के प्रमुख प्रकार निम्न हैं :—

(१) साधारण सपल्ल मुख्य निर्देशांक (The Simple Aggregative Price Index)—इसमें चुनी हुई विभिन्न वस्तुओं के मूल्य प्रति इकाई में दिये होते हैं। साधारण वर्ष और पात्र वर्ष की सभी वस्तुओं के मूल्यों का प्रत्यक्ष-प्रत्यक्ष योग कर लेते हैं। साधारण वर्ष के मूल्यों के योग को १०० मानकर पात्र वर्ष के मूल्यों को प्रतिशत में प्रकट करते हैं।

बोध :

इस रीति के प्रमुख दोष निम्न हैं :—

- (१) सभी वस्तुओं को समान भार प्रदान किया जाता है और उनकी महत्ता पर नहीं ध्यान दिया जाता।
- (२) इस प्रकार प्राप्त निर्देशांक प्रारम्भ में इकाई के रूप में होते हैं जो तुलनीय नहीं होते।
- (३) वस्तुओं की मात्रा का कोई विचार नहीं किया जाता।

Illustration 7

Find out Simple Aggregative Price Index from the following data —

| Articles | unit | Price in base year (1951) | Price in current year (1960) |
|------------|-----------|---------------------------|------------------------------|
| Wheat | Per Md | 10 | 15 |
| Rice | " | 15 | 20 |
| Gram | " | 8 | 10 |
| Pulses | " | 8 | 15 |
| Ghee | Per seer | 3 | 5 |
| Sugar | " | 5 | 1 |
| Firewood | Per Md. | 1.4 | 2.2 |
| House Rent | Per house | 10 | 15 |

Solution 7

| Article | Unit | Price in base year (1951) | Price in current year (1960) |
|------------|-----------|---------------------------|------------------------------|
| Wheat | Per Md. | 10 | 15 |
| Rice | " | 15 | 20 |
| Gram | " | 8 | 10 |
| Pulses | " | 8 | 15 |
| Ghee | Per Seer | 3 | 5 |
| Sugar | " | 5 | 1 |
| Firewood | Per Md. | 1.4 | 2.2 |
| House Rent | Per House | 10 | 15 |
| Total | | 59.9 | 83.2 |

$$\begin{aligned} \text{Index Number} &= \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100 \\ &= \frac{832}{559} \times 100 \\ &= 148.8 \end{aligned}$$

(२) मूलानुपात निर्देशकों का सरल माध्य (The Simple Average of Relatives of Price Index)—इस प्रकार के निर्देशक की रचना करते समय सर्वप्रथम प्रत्येक वस्तु के चालू वर्ष के मूल्य में आधार वर्ष के मूल्य का भाग लेकर भजनफल में १०० का गुणा कर देते हैं। इन मूलानुपातों को जोड़कर योग में सख्या का भाग दे देते हैं। इस प्रकार प्राप्त फल निर्देशक होता है।

दोष—इस रीति में निम्न दोष हैं :—

(१) सभी वस्तुओं को बराबर महत्व दिया जाता है और समान भार दिया जाता है।

(२) वस्तुओं की मात्रा को कोई स्थान नहीं दिया जाता।

उदाहरण—ऊपर वाले प्रश्न को इस रीति से इस प्रकार करेंगे :—

Solution 7.

| Article | Unit | Price in Base year (1954) P_0 | Price in Current year (1960) P_1 | Relatives R |
|------------|-----------|------------------------------------|---------------------------------------|------------------------------------|
| Wheat | Per Md | 10 | 15 | $\frac{15}{10} \times 100 = 150$ |
| Rice | " | 15 | 20 | $\frac{20}{15} \times 100 = 133.3$ |
| Gram | " | 8 | 10 | $\frac{10}{8} \times 100 = 125$ |
| Pulses | " | 8 | 15 | $\frac{15}{8} \times 100 = 187.5$ |
| Ghee | Per Seer | 3 | 5 | $\frac{5}{3} \times 100 = 166.6$ |
| Sugar | " | 5 | 1 | $\frac{1}{5} \times 100 = 20$ |
| Firewood | Per Md | 14 | 22 | $\frac{22}{14} \times 100 = 157.1$ |
| House Rent | Per House | 10 | 15 | $\frac{15}{10} \times 100 = 150$ |
| | | | | $\sum R = 1269.5$ |

$$\begin{aligned} \text{Index No} &= \frac{\Sigma R}{n} \\ &= \frac{12695}{8} \\ &= 1587 \end{aligned}$$

(३) भारित समस्त मूल्य निर्देशांक (The Weighted Aggregative Price Index)—इस रीति में वस्तुओं के आधार वर्ष की मात्रा को भार के रूप में प्रयोग करते हैं। इसमें निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं —

(१) प्रत्येक वस्तु के-आधु वर्ग के मूल्य में आधार वर्ष की मात्रा का गुणा करते हैं। ($P_1 Q_0$)।

(२) प्रत्येक वस्तु के आधार वर्ष के मूल्य में आधार वर्ष की मात्रा का गुणा करते हैं। ($P_0 Q_0$)।

(३) दोनों वर्षों के गुणनफल को प्रत्येक प्रत्येक जोड़ लेते हैं।

(४) आधु वर्ग के गुणनफल के योग में आधार वर्ष के गुणनफल के योग का भाग दे देते हैं।

(५) प्राप्त अंशफल में १०० का गुणा कर देते हैं।

यही निर्देशांक होता है।

निर्वाह भव्य निर्देशांक निहालने की यह एक प्रमुख विधि है जिसे समस्त भव्य रीति (The Aggregate Expenditure Method) कहते हैं।

इस का सूत्र निम्न है —

$$\text{Index No} = \frac{\Sigma P_1 Q_1}{\Sigma P_0 Q_0} \times 100$$

Where

$P_1 Q_1$ = Price of the current year \times Quantity of the Base year

$P_0 Q_0$ = Price of the Base year \times Quantity of the Base year

Illustration 8

From the following figures prepare the cost of Living Index Numbers by Aggregative or Aggregate Expenditure Method —

| Article | Quantity Consumed in Base year Q_0 | Unit | Price in Base year (1951) P_0 | Price in Current year (1960) P_1 |
|------------|---|----------|------------------------------------|---------------------------------------|
| Wheat | 1 md | Per Md | 10 | 15 |
| Rice | 4 mds | " | 15 | 20 |
| Gram | 1 " | " | 8 | 10 |
| Pulses | 2 " | " | 8 | 15 |
| Ghee | 4 Seers | Per Seer | 3 | 5 |
| Sugar | 4 " | " | 3 | 4 |
| Firewood | 5 Mds | Per Md | 11 | 22 |
| House Rent | 1 House | House | 10 | 15 |

Solution 8

Construction of Cost of Living Index Number by the Aggregate Expenditure or Aggregative Method

| Article | Quantity Consumed in Base year | Unit | Price in Base year (1954) | Price in Current year (1960) | Aggregate Expenditure in Base year (col 2 x col. 4) | Aggregate Expenditure in Current year (col 2 x col 5) |
|------------|--------------------------------|-----------|---------------------------|------------------------------|---|---|
| | q_0 | | P_0 | P_1 | $P_0 q_0$ | $P_1 q_0$ |
| Wheat | 1 md | Per Md | Rs 10 | Rs 15 | 10 | 15 |
| Rice | 4 mds | " | 15 | 20 | 60 | 10 |
| Gram | 1 md | " | 8 | 10 | 8 | 30 |
| Pulses | 2 mds | " | 8 | 15 | 16 | 20 |
| Ghee | 4 Seers | Per Seer | 3 | 5 | 12 | 4 |
| Sugar | 4 Seers | " | 5 | 1 | 2 | 11 |
| Firewood | 5 mds | Per Md | 14 | 22 | 7 | 15 |
| House Rent | 1 House | Per House | 10 | 15 | 10 | |
| Total | | | | | $\Sigma P_0 q_0 = 125$ | $\Sigma P_1 q_0 = 185$ |

$$\begin{aligned} \text{Index No for the current year (1960)} &= \frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} \times 100 \\ &= \frac{185}{125} \times 100 \\ &= 148 \end{aligned}$$

(४) मूल्यानुपात निर्देशांक का भारित माध्य (The Weighted Average of Relatives Price Index)—यहाँ मूल्यानुपात निर्देशांक के योग का साधारण माध्य न निकालकर एक सुनिश्चित योजना के अनुसार भारित माध्य निकालते हैं।

इस रीति से निर्देशांक रचना करने में निम्न क्रियाएँ करनी पड़ती हैं :—

(१) प्रत्येक वस्तु के मूल्य का मूल्यानुपात निकालते हैं। $\left(\frac{P_1}{P_0} \times 100 \right)$

(२) प्रत्येक वस्तु के आधार वर्ष के मूल्य और आधार वर्ष में उपभोग की गई मात्रा का गुणा करते हैं। यही गुणनफल प्रत्येक वस्तु के लिये भार मान लिया जाता है। ($P_0 q_0$ or W)

निर्देशांक

(३) प्रत्येक मूल्यानुपात वा उससे भार Σ गुणा करत है। (RW)

(४) इन गुणनफलों को जोड़ लेते हैं। (ΣRW)

(५) भारों का योग निकाल लेते हैं। (ΣW)

(६) गुणनफलों के योग में भारों के योग का भाग दे देते हैं। $\left(\frac{\Sigma RW}{\Sigma W} \right)$

प्राप्त भजनफल निर्देशांक होता है।

निर्वाह व्यय निर्देशांक रचना की यह दूसरी प्रमुख रीति है जिसे पारिवारिक भयन रीति (Family Budget or Weighted Relatives Method) कहा है।

इसका सूत्र निम्न है —

$$\text{Index Number} = \frac{\Sigma RW}{\Sigma W}$$

Where RW = Relatives \times Weight

ऊपर के उदाहरण की हम इस रीति से करेंगे —

Solution II

Construction of Cost of Living Index Number by the Family Budget or Weighted Relatives Method

| Article | Quantity Consumed in Base Year (1954) | Unit | Price in Base Year (1954) | Price in Current Year (1960) | Price Relatives for Current year $\frac{P_1}{P_0} \times 100$ | Weights—value Consumed in Base Year | Product of Relatives & Weights |
|------------|---------------------------------------|-----------|---------------------------|------------------------------|---|-------------------------------------|--------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | P_0 | P_1 | R | W | RW |
| Wheat | 1 md | Per md | 10 | 15 | 150 | 10 | 1,500 |
| Rice | 4 mds | , | 15 | 20 | 133.3 | 60 | 7,998 |
| Gram | 1 md | " | 10 | 10 | 125 | 11 | 1,000 |
| Pulses | 2 mds | | 8 | 15 | 187.5 | 16 | 3,000 |
| Ghee | 1 Seers | Per Seer | 3 | 5 | 166.6 | 12 | 1,999.2 |
| Sugar | 4 " | , | 5 | 1 | 200 | 2 | 400 |
| Firewood | 5 mds | Per md | 14 | 2.2 | 157.1 | 7 | 1,099.7 |
| House-Rent | 1 House | Per House | 10 | 15 | 150 | 10 | 1,500 |
| | | | | | | $\Sigma W = 125$ | $\Sigma RW = 18,496.9$ |

$$\begin{aligned} \text{Index No} &= \frac{\Sigma RW}{\Sigma W} \\ &= \frac{18496.9}{125} \\ &= 147.97 \end{aligned}$$

फिशर का आदर्श निर्देशांक (Fisher's Ideal Index Number)

हम पहले देग चुके हैं कि आधार वर्ष की मात्रा को ही चालू वर्ष के लिये प्रयोग किया जाता है। निर्देशांक रचना का यह भारी दोष है। आधार वर्ष और चालू वर्ष की मात्रा में सदा साम्य रहे यह व्यावहारिक नहीं। मानव की आवश्यकताएँ निरन्तर घटती बढ़ती रहती हैं और शिक्षा, आय, धार्मिक प्रभाव, स्थान आदि के प्रभाव स्वरूप उनमें बहुत परिवर्तन होने रहते हैं इसलिये आधार वर्ष और चालू वर्ष को समान भार प्रदान करना ठीक नहीं। इन अशुद्धि को दूर करने के लिये प्रो० इरविंग फिशर (Irving Fisher) ने एन आदर्श सूत्र बनाया है जिसके अनुसार आधार वर्ष के मूल्यों को आधार वर्ष के भार से और चालू वर्ष के मूल्यों को चालू वर्ष के भार से भारित किया जाता है।

फिशर का आदर्श सूत्र निम्न है :—

$$\text{Index Number} = \sqrt{\frac{\Sigma P_1 Q_0}{\Sigma P_0 Q_0} \times \frac{\Sigma P_1 Q_1}{\Sigma P_0 Q_1}} \times 100$$

Where

P_1 = Price of the Current year

P_0 = " " Base year

Q_1 = quantity of the current year

Q_0 " " Base year

इसकी रचना क्रिया निम्न है :—

- (१) प्रत्येक वस्तु के आधार वर्ष के मूल्य को आधार वर्ष की मात्रा से गुणा करते हैं। ($P_0 Q_0$)
- (२) प्रत्येक वर्ष के चालू वर्ष के मूल्य को आधार वर्ष की मात्रा से गुणा करते हैं। ($P_1 Q_0$)।
- (३) प्रत्येक वस्तु के चालू वर्ष के मूल्य और चालू वर्ष की मात्रा से गुणा करते हैं। ($P_1 Q_1$)
- (४) प्रत्येक वस्तु के आधार वर्ष के मूल्य और चालू वर्ष की मात्रा का गुणा करते हैं। ($P_0 Q_1$)
- (५) इन चारों प्रकार के गुणनफलों का अलग-अलग योग ज्ञान करते हैं।
- (६) अब चालू वर्ष के मूल्य और आधार वर्ष की मात्रा के गुणनफलों के योग में आधार वर्ष के मूल्य और आधार वर्ष की मात्रा के गुणनफलों के योग का भाग देने हैं।

(७) इसी प्रकार चातू वर्ष के मूल्य और चातू वर्ष की मात्रा के गुणनफल के योग में आधार वर्ष के मूल्य और चातू वर्ष की मात्रा के गुणनफल के योग का भाग दे देन हैं।

(८) इस प्रकार प्राप्त दोनों भवनफल को घातन में गुणा करत हैं।

(९) प्राप्त गुणनफल का वर्गमूल निकाल लेते हैं।

(१०) वर्गमूल में १०० का गुणा कर देन हैं।

Illustration 9

Construct with the help of data given below Fisher's Ideal Index Number —

| Articles | Estimated total produce in thousand ton's in district Saran | | Harvest price per maund in district Saran | |
|-------------|---|---------|---|---------|
| | 1931-32 | 1932-33 | 1931-32 | 1932-33 |
| Winter Rice | 71 | 26 | Rs 56 | Rs 50 |
| Barley | 107 | 83 | 3 8 | 3 2 |
| Maize | 62 | 48 | 2 0 | 1 14 |
| | | | 2 9 | 1 12 |

Solution 9.

Computation of Fisher's Ideal Index Number (Base Year 1931-32)

| Articles | Base Year (1931-32) | | Current Year (1932-33) | | P_0q_0 | P_1q_1 | P_1q_0 | P_0q_1 |
|-------------|-------------------------|-------------------|---------------------------|-------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| | Price in annas P_0 | Quantity q_0 | Price in annas P_1 | Quantity q_1 | | | | |
| Winter Rice | 56 | 71 | 50 | 26 | 3976 | 1300 | 3500 | 1456 |
| Barley | 32 | 107 | 30 | 83 | 3424 | 2190 | 3210 | 2656 |
| Maize | 41 | 62 | 28 | 48 | 2512 | 1311 | 1736 | 1908 |
| Total | | | | | $\Sigma P_0q_0 = 9912$ | $\Sigma P_1q_1 = 5134$ | $\Sigma P_1q_0 = 8196$ | $\Sigma P_0q_1 = 6030$ |

$$\text{Fisher's Ideal Index No} = \sqrt{\frac{\Sigma P_1q_1}{\Sigma P_0q_0} \times \frac{\Sigma P_1q_0}{\Sigma P_0q_1}} \times 100$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{8496}{9942} \div \frac{5134}{6080}} \times 100 \\
 &= \sqrt{7218} \times 100 \\
 &= 85 \times 100 \\
 &= 85
 \end{aligned}$$

उत्क्राम्यता परीक्षा (Reversibility Test)

यथास्थान हम यह कह चुके हैं कि एक अच्छे निर्देशक के लिये यह भी आवश्यक है कि वह उत्क्राम्यता परीक्षा के अनुसार ठीक हो। उत्क्राम्यता दो प्रकार की हो सकती है :—

- (१) समय उत्क्राम्यता (Time Reversibility)
- (२) तत्व उत्क्राम्यता (Factor Reversibility)

समय उत्क्राम्यता—इसे स्पष्ट करते हुये प्रो० फिशर ने लिखा है, “(उत्क्रम निर्देशक की) परीक्षा यह है कि हमें ज्ञात करने का सूत्र ऐसा होना चाहिये कि एक प्रकार की तुलना में जो अनुपात हो, दूसरे प्रकार के तुलना में भी वही अनुपात हो—चाहे उसमें से कोई भी आधार माना जाय।”¹ कहने का भावय यह है कि यदि किसी वर्ष को आधार वर्ष मानकर किसी अन्य वर्ष का मूल्य निर्देशक निकाल जाय और फिर उसी रीति में दूसरे वर्ष को आधार वर्ष मानकर पहले वर्ष का निर्देशक तो दोनों निर्देशक एक दूसरे के व्युत्क्रम (Reciprocal) होने चाहिये अर्थात् यदि दोनों को गुणा किया जाय तो गुणनफल १ होगा।

इसे सूत्र के रूप में इस प्रकार प्रकट करेंगे :—

$$P_{01} \times P_{10} = 1$$

Where

P_{01} = Index number for current year taking Base year as Base.

P_{10} = Index Number for Base year, taking Current year as Base

तत्व उत्क्राम्यता—तत्व उत्क्राम्यता के विषय में प्रो० फिशर ने लिखा है “जिस प्रकार प्रत्येक सूत्र के अनुसार यह सम्भव होना चाहिये कि दो पदों के समूहों के आपस के परिवर्तन से अनियमित फल न प्राप्त हो उसी प्रकार यह भी सम्भव होना चाहिये कि मूल्य तथा मात्राओं के प्रतिस्थापन करने पर भी अनियमित फल न प्राप्त हो अर्थात् दोनों परिवर्तनों को आपस में गुणा करने पर वास्तविक मूल्य अनुपात

“The test is that the formula for calculating an index number should be such that it will give the same ratio between one point of comparison and the other, no matter which of the two is taken as base.”
—Fisher

(True value ratio) प्राप्त हो।¹ अधिक स्पष्ट शब्दों में यह कि मूल्य और मात्रा में परस्पर परिवर्तन करें अर्थात् मूल्य के स्थान पर मात्रा और मात्रा के स्थान पर मूल्य रखकर निर्देशांक बनाये तो दोनों निर्देशांकों का गुणनफल चालू वर्ष के कुल मूल्य ($\sum P_1 Q_1$) तथा आधार वर्ष के कुल मूल्य ($\sum P_0 Q_0$) के अनुपात के बराबर होगा। मूल्य में इसे निम्न ढंग से प्रस्तुत करेंगे :—

$$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0}$$

Where

P_{01} = Index number of price for current year taking Base year as Base

Q_{01} = Index number of Quantity for current year taking base year as base.

$P_1 Q_1$ = Price of the current year \times quantity of the current year

$P_0 Q_0$ = Price of the base year \times quantity of the base year

अब हम ऊपर दिये अंश में समय तथा तत्त्व उल्टाव्यता की जाँच करेंगे :—

समय उल्टाव्यता परीक्षा (Time Reversal Test)—यूँकि १०० वाँ होता और गुणा होता है इसलिये सरलता के लिये हम १०० को छोड़ देने हैं। पिछर के सूत्र के अनुसार :—

$$P_{01} \times P_{10} = 1$$

$$\text{or } \sqrt{\frac{8496}{9942}} \times \frac{5134}{6080} \times \sqrt{\frac{9942}{8196}} \times \frac{6080}{5134} = 1$$

$$\text{or } \sqrt{7218} \times \sqrt{139} = 1$$

$$\text{or } 85 \times 116 = 1$$

इस प्रकार इस परीक्षा से यह निर्देशांक ठीक है।

तत्व उल्टाव्यता परीक्षा (Factor Reversal Test)—इसका सूत्र निम्न है —

$$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0}$$

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0}} \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}$$

1 "Just as each formula should permit interchange of two items without giving inconsistent results, so it ought to permit interchanging the price and quantities without giving inconsistent results i.e. two results multiplied together should give true value ratio
—Fisher

$$I_{01} = \sqrt{\frac{\sum P_0 Q_1}{\sum P_0 Q_0}} \times \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_1 Q_0}}$$

Now substituting the values in the formula

$$\sqrt{\frac{\sum P_2 Q_0}{\sum P_0 Q_0}} \times \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}} \times \sqrt{\frac{\sum P_0 Q_1}{\sum P_0 Q_0}} \times \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_1 Q_0}} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0}$$

$$I_{01} = \sqrt{\frac{8496}{9942}} \times \sqrt{\frac{5134}{6080}} \times \sqrt{\frac{6080}{9942}} \times \sqrt{\frac{5134}{8496}} = \frac{5134}{9942}$$

$$\text{or } \sqrt{\frac{5134 \times 5134}{9942 \times 9942}} = \frac{5134}{9942}$$

$$\text{or } \frac{5134}{9942} = \frac{5134}{9942}$$

इस प्रकार तब उत्क्रमण परीक्षा के अनुसार भी यह ठीक है।

आधार परिवर्तन (Base Shifting)

निर्देशांक का प्रयोग करते समय तब आधार परिवर्तन की आवश्यकता होती है। जब दो श्रेणियों की तुलना की जा रही हो या निर्देशांक का अन्य गणनामा के लिये प्रयोग किया जा रहा हो। कारण यह है कि निर्देशांक जब भिन्न भिन्न वर्षों पर आधारित होते हैं तो तुलनीय नहीं होते। तुलना योग्य बनाने के लिये उन्हें एक आधार पर लाना होता है।

आधार वर्ष में परिवर्तन की दो रीतियाँ हैं :—

(1) संक्षिप्त रीति

(2) पुनर्निर्माण रीति।

संक्षिप्त रीति—यह रीति सरल एवं संक्षिप्त है और इसका प्रयोग बड़ा होता है जहाँ गुणोत्तर माध्य की सहायता से निर्देशांक निकाले गये हों। यह रीति स्थिर तथा श्रद्धालु आधार निर्देशांक दोनों में समान रीति से उपयोग होता है। इसका सूत्र निम्न है :—

$$\text{New Index No} = \frac{\text{Old Index No of the Current year}}{\text{Old Index No of the New Base year}} \times 100$$

Illustration 10

| Year | Index No 19०2 as base | New Index Nos 19०4 as base |
|------|--------------------------|--------------------------------------|
| 19०2 | 100 | $\frac{100}{120} \times 100 = 83.3$ |
| 19०3 | 120 | $\frac{120}{1.0} \times 100 = 100$ |
| 19०4 | 120 | $\frac{120}{120} \times 100 = 100$ |
| 19०5 | 150 | $\frac{150}{120} \times 100 = 125$ |
| 19०6 | 200 | $\frac{200}{120} \times 100 = 166.6$ |

पुनर्निर्माण रीति—इस रीति में नये वर्ष को आधार मानकर निर्देशांक की नये सिरे से रचना होती है। यह रीति वहाँ प्रयोग होती है जहाँ निर्देशांक रचना में माध्यक प्रथमा समानांतर माध्य का प्रयोग किया गया हो।

Standard Questions

1. What is an index number? Why is it constructed? Explain the utility of various index numbers.
2. What are index numbers? Mention the different types of index numbers and their use.
3. What is an index number? Explain the purpose of constructing index number.
4. What is an index number? Describe briefly the problems involved in the construction of index number of prices.
5. What is an index number? Discuss the problems that arise while constructing an index number of profits.
6. What is an index number? What are its uses and limitations? What are the chief considerations that one has to bear in mind in constructions of index number? Illustrate your answer with reference to any particular index number published in India.
7. What is the purpose of Index Number? Explain clearly how they are prepared and used?
8. It is desired to find the difference in the cost of living in the years 1929 and 1938 in the case of (i) clerks and (ii) labourers in a big town. Explain the necessary procedure to be adopted.
9. 'Index numbers are the economic barometers'. Explain the statement and mention what precautions should be taken in

making use of the published index numbers Show with the help of an example how would you convert the index numbers from one basic period to another

- 10 Explain the use of Index numbers Describe the procedure followed in the preparation of general and the cost of living index numbers
- 11 What points should be taken into consideration in choosing the base and determining the weights in the preparation of cost of living index number ?
- 12 Discuss the Ideal Formula for preparing index numbers given by Fisher
(Agra M Com, 1957)
- 13 Explain the meaning of 'Economic Barometers' How are such barometers constructed and how far have they been used successfully in forecasting economic events ?
(Raj M A, 1956)
- 14 'Index Numbers are devices for measuring differences in the magnitude of a group of related variables' Elucidate Also discuss the important uses of Index Numbers
(Raj M Com 1956)
- 15 Explain how cost of living index numbers are prepared What points are considered in the selection of the base year, prices and weights
- 16 Discuss briefly problems involved in the construction of price index numbers
(Agra B Com, 1954)
- 17 What is an index number ? How is it constructed ? What purpose does it serve ? Do you agree with the view that weighting of an index number is necessary If not why ?
(Raj B Com, 1950)
- 18 What is an index number ? What purpose does it serve ? Suggest how you would proceed in constructing either an index of wholesale prices or an index of industrial production
(Raj B Com, 1953)
- 19 Distinguish between 'Fixed Base' and 'Chain Base' method, of constructing Index Numbers Discuss the relative merits of each method
(Raj B Com, 1951)
- 20 Explain the importance of weighting in the construction of Index Numbers How would you determine the weights in computing an
 - (a) Index number of wholesale prices
 - (b) Index number of cost of living
 - (c) Index number of Industrial Production
(Agra M A, 1949)
- 21 What are the main sources of errors in the cost of living Index Number ? How can these errors be avoided ?
(Allahabad B Com, 1953)

- 22 Examine the claim of (a) Geometric Mean and (b) chain base method in technique of Index Numbers construction Illustrate your answer with example (Delhi B. Com 1953)

What is cost of living index number? How is it constructed? Construct a Cost of Living Index number from the following data —

| Group | Index No for current year | Weight |
|-----------------|---------------------------|--------|
| Food | 152 | 52 |
| Fuel & Lighting | 110 | 8 |
| Clothing | 130 | 9 |
| House Rent | 100 | 15 |
| Misc | 90 | 16 |

(Index No = 128.94) (Raj B. Com 1950)

From the following group average prices prepare Index Numbers with a view to determine the amount of wages

| Group | 1913 | 1914 | 1915 | 1916 |
|------------------|----------|-------|--------|--------|
| 1 Food per maund | Rs 4/- | 4'8- | 7/- | 6/- |
| 2 Rent per room | Rs 2/- | 2'1/- | 3 - | 4/- |
| 3 Cloth per yd | Rs 7'6/- | 7'8 - | 7'12/- | 7'14/- |
| 4 Misc per unit | Rs 2'1/- | 2'8/- | 3'4/- | 3'8/- |

Take the prices of 1913 as the base and give the four groups weightage in the proportion of 8, 3, 3 and 2.

(Agra B Com, 1917)

(Index Nos. 100, 114, 149 and 181)

From the following average prices of the groups of commodities given in rupees per unit, find chain base index numbers with 1939 as the base year.

| Group | 1939 | 1940 | 1941 | 1942 | 1943 |
|-------|------|------|------|------|------|
| I | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| II | 8 | 10 | 12 | 15 | 18 |
| III | 4 | 5 | 8 | 10 | 12 |

(Agra B Com., 1949)

{ Average Link Relatives : 100, 133, 138, 125, 120. }

{ Chain Relatives : 100, 133, 183.5, 229.4, 275.3 }

The annual wages of a worker in rupees along with price index numbers are given below.

Prepare index numbers for real wages of the worker —

| Year | Wages | Index No. of prices |
|------|-------|---------------------|
| 1939 | 200 | 100 |
| 1942 | 240 | 120 |
| 1943 | 350 | 280 |
| 1944 | 360 | 290 |
| 1945 | 360 | 300 |
| 1946 | 370 | 310 |
| 1947 | 375 | 330 |

Explain the relation between real wage index numbers and the price index numbers
(Agra B Com, 1950)

(Real Wage Index Nos = 100, 75, 62.5, 62, 60, 57.8 and 56.8)

- 27 From the information given below prepare cost of living index numbers for 1948 and 1949 taking the average price of 1947 as base

| Group of Articles | | 1947 | 1948 | 1949 |
|-------------------|----------------|-----------|--------|--------|
| 1 | Food per mound | Rs 20/-/- | 24/-/- | 21/-/- |
| 2 | Cloth per yard | Rs 1/4/- | 1/8/- | 1/-/- |
| 3 | Rent per room | Rs 5 - - | 8 / - | 8 / - |
| 4 | Misc per unit | Rs 2 / 1 | 2/4/- | 2/2/- |

Give weights to the four groups 4, 3, 2, 1 respectively

(Agra, B Com, 1951)

(Index Nos 1948 = 127.25 and 1949 = 108.62)

- 28 Construct the cost of living index number for 1940 on the basis of 1939 from the following data using Aggregate Expenditure Method

| Article | Quantity Consumed in 1939 | Price in 1939 | Price in 1940 |
|------------|---------------------------|---------------|---------------|
| Rice | 6 mds | 5-12-0 | 6-0-0 |
| Wheat | 6 mds | 5-0-0 | 8-0-0 |
| Gram | 1 md | 6-0-0 | 9-0-0 |
| Arher | 6 mds | 8-0-0 | 10-0-0 |
| Ghee | 4 Seers | 2-0-0 | 1-8-0 |
| Sugar | 1 md | 20-0-0 | 15-0-0 |
| Oil | 20 Seers | 20-8-0 | 18-0-0 |
| Salt | 12 Seers | 4-0-0 | 4-12-0 |
| Fuel | 12 mds | 0-12-0 | 1-0-0 |
| Cloth | 50 Yds | 0-8-0 | 0-12-0 |
| House Rent | | 10-0-0 | 12-0-0 |

(Index No = 121.8)

(Agra, B Com, 1953)

- The following table gives group index numbers and their weights relating to family budget of an average Indian Labourer. Prepare the cost of living index number

| Group | Index No | Weights |
|-------------------|----------|---------|
| 1 Food | 352 | 48 |
| 2 Fuel & Lighting | 220 | 10 |
| 3 Clothing | 230 | 8 |
| 4 Rent | 160 | 12 |
| 5 Misc. | 190 | 5 |

(Agra, B Com, 1957, Banaras, B Com, 1946, Luknow, B Com, 1957)

(Index No = 276.4)

- 30 Prepare index number of prices for three years with average price as base

| Year | Wheat | Cotton | Oil |
|-----------------|----------|----------|----------|
| 1st year per Re | 10 Seers | 4 Seers | 3 Seers |
| 2nd year | 9 Seers | 3½ Seers | ¼ Seers |
| 3rd year | 3 Seers | 3 Seers | 2½ Seers |

(Agra B Com, 1958)

(Index Number for 1st year=90.97, 2nd year=98.1 and 3rd year=103.3)

- 31 The following table gives the average wholesale prices of three groups of commodities for the years 1939 to 1943. Compute chain base index numbers chained to 1939.

| Group | 1939 | 1940 | 1941 | 1942 | 1943 |
|-------|------|------|------|------|------|
| I | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 |
| II | 8 | 10 | 12 | 14 | 18 |
| III | 4 | 5 | 7 | 9 | 12 |

(Agra B Com 1959)

{ Link Relatives = 100, 133.3, 142.3, 128.4, 125.4 }
 { Chain Relatives = 100, 133, 189.3, 243, 304.7 }

- 32 Prepare index number of prices for three years with the average price as base —

| Year | Wheat | Cotton | Oil |
|----------|-------|--------|-----|
| 1st year | 4 | 2 | 2 |
| 2nd year | 3 | 1½ | 1½ |
| 3rd year | 2½ | 1 | ¾ |

(Saugar B Com 1958)

(Index No for 1st year=87.5, 2nd year=95.0 and 3rd year=137.5)

- 33 An enquiry into the budgets of the middle class families in a city in England gave the following information

| Expenditure on | Food 35% | Rent 15% | Clothing 20% | Fuel 10% | Misc. 20% |
|----------------|-------------|-------------|-----------------|-------------|--------------|
| Price in 1978 | £150 | £30 | £75 | £25 | £40 |
| Price in 1929 | £145 | £30 | £65 | £32 | £45 |

What changes in the cost of living figures of 1929 as compared with that of 1928 are seen
(Index No for 1929=97.87)

- 34 Find the current cost of living index with the help of data given in the following table

| Item | Weight | Basic prices | Current prices |
|-----------|--------|--------------|----------------|
| Barber | 21 | 0 0-10 | 0-2-1 |
| Washerman | 23 | 0-0 7 | 0-2-4 |
| Soap | 12 | 8-0 | 1-10-0 |
| Betelnut | 21 | 0-7-11 | 3-1-1 |
| Biri | 23 | 0-0-6 | 0-2-0 |
| | 100 | | |

(Index No =405.7)

(Lucknow B Com. 1953)

- 35 Using 1949 as base year, find the price index for the year 1950 with following data Use Arithmetic average. Will the index stand their reversal test Give reasons for your answer.

| Commodity | Price in 1949 | Price in 1950 | Weight |
|-----------|---------------|---------------|--------|
| A | 4-0-0 | 6-0-0 | 10 |
| B | 10-0-0 | 12-8-0 | 6 |
| C | 0-8-0 | 0-8-0 | 2 |
| D | 0-12-0 | 1-0-0 | 3 |
| E | 1-4-0 | 0-15 0 | 4 |

(Index No =126)

(Lucknow B Com. 1954)

- 36 The following table gives the average prices for rice during 1948 and prices during August 1957 for six different markets along with appropriate weights. Calculate price index for rice for August 1957 taking 1948 as the base.

| Market | Weight | Price per md | |
|------------|--------|-----------------|-----------------|
| | | August for 1948 | August for 1957 |
| Dehradun | 9 | 26 93 | 20 00 |
| Saharanpur | 23 | 25 00 | 20 00 |
| Bahraich | 18 | 21 78 | 20 00 |
| Pilibhit | 14 | 21 72 | 16 25 |
| Naughar | 17 | 21 02 | 17 50 |
| Bansi | 19 | 21 55 | 18 78 |

(Index No =82.8)

(Lucknow B Com 1958)

- 37 Construct the Cost of Living Index for April 1944 from the following data —

| Groups | Weights proportional to total expenditure | Group Index No. for April 1934 |
|-----------------|---|--------------------------------|
| Food | 47 | 247 |
| Fuel & Lighting | 7 | 293 |
| Clothing | 8 | 289 |
| House Rent | 13 | 100 |
| Misc | 14 | 236 |

(Index No. = 254.7)

(Allahabad B Com, 1945)

38 Construct the cost of living index number for the current year from the following data using aggregate expenditure method

| Commodity | Quantity consumed in base year | Unit | Price in base year | Price in current year |
|------------|--------------------------------|-------|--------------------|-----------------------|
| Rice | 1 md | md | 16-0 | 18-0 |
| Wheat | 9 mds | " | 10-8 | 13-0 |
| Grain | 1 md | " | 7-8 | 8-0 |
| Pulses | 2 mds | " | 20-0 | 20-0 |
| Ghee | 1 md | seer | 3-12 | 3-0 |
| Salt | 14 seers | md | 5-0 | 5-0 |
| Sugar | 1 md | " | 16-4 | 10-0 |
| Oil | 20 seers | " | 39-0 | 41-0 |
| Milk | 6 mds | seer | 0-5 | 0-4 |
| Clothing | 60 yds | yd | 0-12 | 0-10 |
| Firewood | 20 mds | md | 1-4 | 2-0 |
| Kerosene | 1 tin | Tin | 6-8 | 6-8 |
| House Rent | | house | 12-0 | 9-0 |

(Index No 95.6)

(Allahabad B Com 1953)

76/39

Construct Index numbers with the help of following data.

| Year | Wheat | | Rice | | Gram | |
|------|----------|-------|----------|-------|----------|-------|
| | Quantity | Price | Quantity | Price | Quantity | Price |
| 1939 | 10 | 15.3 | 5 | 20.2 | 10 | 4 |
| 1934 | 12 | 22.7 | 4 | 27.4 | 3 | 7 |

Give reasons for choosing the Index No. constructed by you

(Index No = 147.8)

(Allahabad, B Com, 1955)

From the information supplied below, calculate the working class cost of living index number for Ahmedabad for November 1947

(Average price from August 1926 to July 1937 = 100)

| Groups | Weights proportional to Total Expenditure | Group Index November 1947 |
|-----------------|---|---------------------------|
| Food | 58 | 252 |
| Fuel & Lighting | 7 | 265 |
| Clothing | 10 | 210 |
| House Rent | 12 | 107 |
| Miscellaneous | 4 | 292 |
| | 91 | |

(Index No = 231.1)

The following are the group index numbers and the group weights for the workers of a town for the month of June 1932. Construct the cost of living index number for the given month.

| Groups | Index No | Weights |
|-----------------|----------|---------|
| Food | 277 | 58 |
| Fuel & Lighting | 203 | 7 |
| Clothing | 322 | 10 |
| Rent | 107 | 12 |
| Miscellaneous | 335 | 4 |

(Index No = 282.55)

From the data given below, construct the cost of Living Index number

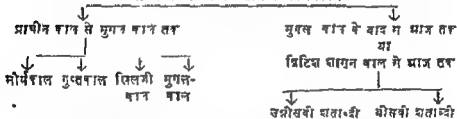
| | Price Relatives | Weights |
|-----------------|-----------------|---------|
| Food | 250 | 40 |
| Clothing | 320 | 20 |
| Rent | 150 | 15 |
| Fuel & Lighting | 190 | 5 |
| Miscellaneous | 300 | 15 |

(Index No = 253.5)

भारत में सांख्यिकीय सामग्री का विकास (Development of Statistics in India)

भारत में सांख्यिकीय सामग्री के विकास के इतिहास को सांख्यिकी के महत्व संबंधित व प्रकाशन के दृष्टिकोण से निम्न भागों में बाँट सकते हैं —

भारत में सांख्यिकीय सामग्री का विभाग



प्राचीन काल से मुगलकाल तक—भारतवर्ष में अत्यंत प्राचीन काल में सांख्यिकी का प्रयोग होता रहा है। ऐतिहासिक प्रथा में दिया हुआ है कि प्राचीन राजा महाराजाओं ने समय-समय पर इगुना प्रयोग किया है। परंतु इन प्रथा से एक महत्वपूर्ण निष्कर्ष निकलता है कि सांख्यिकी के महत्व तथा उपयोग को तो भारतवासी जानते थे परंतु इनके प्रकाशन का कार्य नहीं होता था। इस काल को सुबिधा की दृष्टि से निम्न भागों में बाँटा गया है :—

मौर्यकाल—इस काल में अनेक प्रकार के आँकड़े एकत्रित किये गये थे। यूनानी राजदूत मेगस्थनीस ने मौर्य कालीन आँकड़ों का वर्णन करते हुये लिखा है कि अश्व-सुप्त मौर्य ने अनेक समितिओं, आय-व्यय, जन्म मरण, गणा, भूमि व लगान आदि सम्बन्धी आँकड़े एकत्रित करने के लिये बनाई थी। बीटिस के अर्थशास्त्र में आँकड़ों, सामाजिक व्यवस्था, सेना प्रवृत्तियों आदि के सम्बन्ध में बहुत गंभीर व आँकड़े मिलते हैं।

गुप्तकाल—इस काल में भी राजाओं ने आँकड़ों का प्रयोग व गणा, उत्पादन से सम्बन्धित आँकड़े एकत्रित करवाये थे। सांख्यिकी का महत्व इस काल में भी पर्यप्त था।

खिलजी काल—घनाउद्दीन खिलजी के समय में भी कई प्रकार के प्रांकडे एकत्रित किये गये जिनमें कृषि उत्पादनो के मूल्य सम्बन्धी प्रांकडे प्रभुत्व में ।

मुगल-काल—इस काल में भूमि, उत्पादन, आवादी आदि के बारे में प्रांकडे एकत्रित किये गये थे । आइने-अकबरी में सांख्यिकीय सामग्री का अच्छा वर्णन मिलता है । अकबर के समय में राजा टोडरमल ने भूमि की नाप करवाई थी और लगान निर्दिष्ट किया था । इसके प्रतिरिक्त शासन प्रबन्ध व सेना आदि से सम्बन्धित प्रांकडो का भी प्रयोग किया गया था ।

ब्रिटिश शासन काल से आज तक—अंग्रेजी शासन काल में उन प्रांकडों के संग्रहण की अधिक महत्त्व दिया गया जो देश की शासन-व्यवस्था को सुचारु रूप से चलाने के लिये आवश्यक थे । शासन संचालन के लिये अनेक प्रकार के कर लगाने की आवश्यकता होती है । इसलिये देश में देशी तथा विदेशी व्यापार, आयात-निर्यात, भूमि के विभिन्न प्रकार के क्षेत्रफल, भूमिकर आदि सम्बन्धी प्रांकडे मिलते हैं । परन्तु उक्त काल में सामाजिक तथा राजनैतिक विषयों से सम्बन्धित प्रांकडो के संग्रहण पर कोई ध्यान नहीं दिया गया । इस प्रकार हम इस काल को पहुँचने हैं कि अंग्रेजी शासन काल में देश के लिये उचित व लाभदायक मार्ग चुनने के लिये प्रांकडों का संग्रहण नहीं हुआ बल्कि शासन संचालन के लिये हुआ और फलस्वरूप सांख्यिकी की देश के जीवन में जो महत्वपूर्ण स्थान दिया जाना चाहिये वह नहीं दिया गया । प्रांकडों का संग्रहण भी अर्थशास्त्रिक ढंग से हुआ और साधारणतया वे दीर्घकालीन रहे । एक दूसरी विशेष बात यह रही कि चूँकि देश में अनेक सामग्री का संग्रहण शासन संचालन के उद्देश्य से हुआ है इसलिये साधारणतः उपलब्ध सामग्री सरकारी विभागों द्वारा संग्रहित हुई है । सार्वजनिक एवं व्यापारिक संस्थाओं तथा व्यक्तियों द्वारा इस दिशा में कोई महत्वपूर्ण कार्य नहीं हुआ है ।

इस काल को सुविधा की दृष्टि से नीचे लिखे भागों में बाँटा गया है :—

अंग्रेजी शासन काल—इस काल में उत्पादन व कृषि के मूल्य सम्बन्धी प्रांकडों का संकलन किया गया । सन् १८६८ में इंग्लैंड से भारत का सांख्यिकीय सारांश (Statistical Abstract of India) प्रकाशित हुआ । सन् १८७५ में उत्तर-प्रदेश में कृषि व व्यापार के सम्बन्ध में प्रांकडे एकत्रित किये गये । उत्तर प्रदेश में ही नहीं बल्कि सारे भारतवर्ष में प्रांकडों का संकलन होने लगा । विभिन्न सूचनाओं से सम्बन्धित प्रांकडों का प्रकाशन भी होने लगा । सरकार ने देश की तमाम समस्याओं को हल करने के लिये जनगणना का कार्य १८७२ में प्रारम्भ किया गया परन्तु विफल रहा । यह कार्य सर्वप्रथम सन् १८८१ में सफलतापूर्वक किया गया और तब से आज तक हर दस वर्ष के बाद यह कार्य हो रहा है ।

नेहरो की फण्ड के सम्बन्ध में सन् १८९४ में सरकार द्वारा अनुमान प्रकाशित किया गया । चूँकि १९ वीं शताब्दी में बहुत से प्रवाल पड़े थे अतः सरकार ने कृषि

व जनगणना के आँकड़ों के संकलन पर बहुत जोर दिया। १८७४ ई० में सर जॉन स्ट्रैची ने सरकार को व्यापार व कृषि से सम्बन्धित सूचनाएँ एकत्रित करने के लिये एक डिपार्टमेंट खोलने का सुझाव दिया। इसी सुझाव के अनुसार १८७५ ई० कृषि व व्यापार का एक विभाग खुल गया। सरकार का यह पहिला सांख्यिकी से सम्बन्धित विभाग था।

सन् १८८१ में 'दो इम्पीरियल गजेटियर ऑफ इन्डिया' (The Imperial Gazetteer of India) का प्रकाशन हुआ जिनमें भारत की प्रायिक दशा के बारे में अनेक प्रकार की सूचनाएँ थीं सन् १८८३ में प्रथम भारतीय सांख्यिकी सम्मेलन (All India Statistical Conference) हुआ। इसके सुझावों से पचस्वहण पत्तों के पूर्वाभुमान और पशुओं की पचवर्षीय गणना प्रारम्भ हुई। इन सलाहों के अन्त तक भारत के केन्द्रीय व प्रान्तीय सरकारों के अनेक विभाग विभिन्न प्रकार की सूचनाएँ एकत्रित एवं प्रकाशित करने लगे। फलस्वरूप विदेशी व्यापार पत्रों, तथा जनसंख्या सम्बन्धी अनेक प्रकार के आँकड़ों उपलब्ध होने लगे। १८९५ में भारत सरकार ने एक सांख्यिकीय ब्यूरो (Statistical Bureau) की स्थापना की। यह वार्षिक व्यापार, वित्त, उद्योग एवं वाणिज्य सम्बन्धी सामग्री के संग्रहण और सम्बन्ध का कार्य करने लगा।

घोसवर्षी आताम्बी—घोसवर्षी आताम्बी के प्रारम्भ में भारत में आँकड़ों के संकलन की दिशा में अनेक प्रकार के सुधार हुए। सन् १९०५ में कलकत्ता में वाणिज्य-सूचना तथा सांख्यिकी विभाग (Department of Commercial Intelligence & Statistics) की स्थापना हुई। केन्द्रीय सरकार का सांख्यिकीय ब्यूरो इसी विभाग के अन्तर्गत आ गया। इस विभाग का मुख्य उद्देश्य समस्त संकलन के क्षेत्र में सरकार और व्यवसायी वर्ग के बीच सम्बन्ध स्थापित करना था। इस विभाग की ओर से पहली बार सन् १९०६ में 'इंडियन ट्रेड जर्नल' (Indian Trade Journal) प्रकाशित हुआ। यह वार्षिक पत्र अब भी प्रकाशित होता है और अनेक प्रकार की सूचनाएँ प्रदान करता है। सन् १९१६-१८ के औद्योगिक समीक्षण (Industrial Commission) ने समको के संग्रहण, विश्लेषण और विस्तृत उपयोग के विषय में एक योजना बनाई। इससे अगुसार सन् १९२२ में वाणिज्य-सूचना विभाग के साथ में सांख्यिकीय विभाग को मिला दिया गया।

जनवरी सन् १९२४ में भारत सरकार ने ओ एच० विवेकरेया के अध्यक्षत्व में भारतीय प्रायिक अनुसंधान समिति (The Indian Economic Enquiry Committee) की नियुक्ति इस बात की जांच के लिये की कि भारत के प्रायिक विषयों के सम्बन्ध में आँकड़ों कहीं तक पर्याप्त हैं तथा जिन विषयों में उनका अभाव है उसको पूर्ति कैसे की जा सकती है। इस समिति का प्रयावेदन सन् १९२५ में प्रकाशित हुआ। समिति निम्न परिणामों पर पहुँची :-

(१) वित्त, जनसंख्या, व्यापार, सरकारी आय-व्यय शिक्षा, यातायात, संचार, जन्म-मरण और विदेश जाने वालों की सरया के सम्बन्ध में प्राप्त आंकड़े पर्याप्त सन्तोषजनक हैं ।

(२) कृषि उत्पादन, खनिज पदार्थ, बड़े-बड़े उद्योग, मछलियों की उत्पत्ति, जंगलों की उपज, कुटीर-उद्योग, दूध और घी की उत्पत्ति आदि से सम्बन्धित आंकड़े अपूर्ण और असन्तोषजनक हैं ।

(३) आय, धन, ऋण, व्यय, मजदूरी, मूल्य आदि से सम्बन्धित विषयों के बारे में बहुत कम धंक सामग्री उपलब्ध है । उन्हें प्राप्त करने का व्यवस्थित प्रयत्न न तो सरकार द्वारा किया गया है और न जनता द्वारा ।

भारत के सांख्यिकीय संगठन के मुद्धार के विषय में अनेक सुझाव इस समिति ने दिये । उनमें से कुछ प्रमुख निम्न हैं :—

(१) जो भी धंक सामग्री प्राप्त है वह पूर्ण रूप से विश्वसनीय नहीं । इन समंको को अन्य उन्नतिशील देशों की आधुनिक वैज्ञानिक सांख्यिकीय रीतियों के अनुरूप बनाने का प्रयत्न होना चाहिये

(२) उपज व उत्पादन से सम्बन्धित समंको का संग्रहण होना चाहिये ।

(३) कुटीर उद्योगों में प्रयोग किये जाने वाले कच्चे माल तथा उनसे उत्पादित पदार्थों के मूल और गुण के विषय में विस्तृत आंकड़े संकलित किये जाने चाहिये ।

(४) बड़े-बड़े उद्योगों में वर्षीय मजदूरी गणना होनी चाहिये ।

(५) सरकार को चाहिये कि देश के विभिन्न सांख्यिकीय संगठनों को वैधानिक रूप दे ताकि आवश्यक समंका एकत्रित किये जा सकें ।

(६) उद्योगों में काम करने वाले मजदूरों से सम्बन्धित समंका संग्रहित किया जाना चाहिये ।

(७) एक केन्द्रीय सांख्यिकीय-विभाग खोला जाना चाहिये जो विभिन्न सरकारी विभागों द्वारा एकत्रित समंको में समन्वय स्थापित कर सके ।

इन सुझावों में से अधिकांश सरकार द्वारा स्वीकृत नहीं किये गये । परन्तु जो स्वीकृत किये गये उन्हें तुरन्त कार्यान्वित किया गया ।

सन् १९३० में श्रम शाही आयोग (Royal Commission on Labour) ने यह सुझाव दिया कि (क) श्रम सम्बन्धी आंकड़ों का संग्रहण अनिवार्य रूप से किया जाय । (ख) एक ऐसी संस्था बनाई जाय जो कृषि सम्बन्धी अनुसंधान करे तथा कृषि सम्बन्धी समंको के संकलन व प्रकाशन का कार्य करे । फलस्वरूप कृषि अनुसंधान कांसिल (Indian Council of Agricultural Research) की स्थापना हुई और उसमें एक सांख्यिकी विभाग खोला गया ।

बाउले राबर्टसन कमेटी (The Bowley Robertson Committee)—

अगस्त सन् १९३३ में भारत सरकार ने डा० ए० एल० बाउले (Dr. A. L. Bowley)

श्रीर थो डी० एच० रावर्टसन (D. H. Robertson) को आमंत्रित किया। डा० वाउले के सभापतित्व में यह समिति भारत की आर्थिक-गणना (Economic Census) करने के उद्देश्य से बनाई गई। समिति इस परिणाम पर पहुँची कि भारतीय आँकड़े विशेषतः शासन-संचालन के लिये जैसे भूमिगत एवं जल, अथवा प्रवाल आदि के विशेष अवसरों पर एकत्रित हो गये हैं। जन-गणना विदेशी व्यापार में सम्बन्धित समक एकत्रित करने में सरकार ने अवश्य कुछ धन दिया है। परिणाम यह हुआ है कि समीक्षा एवं साम-ग्रस्य किये बिना ही कई रूपों में विभिन्न विभागों द्वारा आँकड़े प्रकाशित होते हैं। यद्यपि कुछ विषयों में सावधानी के साथ कार्य किया जा रहा है तथा समको के क्षेत्रों में उनकी विश्वसनीयता की वृद्धि के लिये प्रयत्न किये जा रहे हैं तथापि अन्य क्षेत्रों में समक अपूर्ण, अथवा उत्पन्न करने वाले एवं दोषपूर्ण हैं। समिति ने निम्न प्रमुख सुझाव दिये :—

(१) एक स्थायी आर्थिक सलाहकारों का कार्यालय (Permanent Economic Advisers Office) स्थापित किया जाय जिसमें एक समक संचालक (Director of Statistics) हो।

(२) केन्द्र व प्रान्तों के लिये वर्तमान सरकारी समन्वयों की एकत्र करने की समुचित व्यवस्था होनी चाहिये।

(३) प्रत्येक प्रान्त में एक समक अधिकारी की नियुक्ति की जाय जो प्रांतीय समको में सम-वय स्थापित कर सके।

(४) जन-गणना के साथ-साथ उत्पादन गणना भी की जाय।

अनेक कारणों जिनमें आर्थिक कारण प्रमुख था, इन सुझावों की कार्यान्वित नहीं किया जा सका। मुम्बई के फलस्वरूप १९३८ में भारत के आर्थिक सलाहकार के कार्यालय (Office of the Economic Adviser to the Government of India) की स्थापना हुई।

सन् १९४२ में औद्योगिक समक अधिनियम (The Industrial Statistics Act, 1942) बना। फलस्वरूप औद्योगिक समक संचालक विभाग (Directorate of Industrial Statistics) की स्थापना हुई जो सन् १९४९ से प्रतिवर्ष उत्पादित वस्तुओं की गणना करता है। इसी समय श्रम विभाग (Labour Bureau) ने जो वृद्ध-निर्वाह श्रम निर्देशकों की रचना में प्रकाशन का कार्य प्रारम्भ किया। इस समय में भारत सरकार के लगभग सभी विभागों ने अपने-से सम्बन्धित समन्वयों के समग्रण, विश्लेषण एवं प्रकाशन का कार्य प्रारम्भ किया।

स्वतंत्रता के उपरान्त समको के संचालन, विश्लेषण एवं प्रकाशन का कार्य बड़ी तेजी से प्रारम्भ किया गया। कारण यह था कि आर्थिक नियंत्रण के लिये पर्याप्त मात्रा में विश्वसनीय आँकड़ों की आवश्यकता थी।

सन् १९४८ में सांख्यिकीय विभाग ने धन-उत्पन्न अर्थशास्त्र एवं आँकड़ों का एक विभाग स्थापित हुआ। वित्त मंत्रालय की इकाई के रूप में सन् १९४९ में

एक राष्ट्रीय आय समिति (National Income Committee) की स्थापना हुई जिसके अध्यक्ष श्री पी० सी० महालनोबिस और सदस्य डा० बी० के० धार० बी० राव एव प्रो० डी० धार० गार्डगिल थे। इसका उद्देश्य यह था कि यह देश की राष्ट्रीय आय का अनुमान प्रतिवर्ष लगावे। सन् १९४६ में केन्द्र में एक सांख्यिकीय इकाई की स्थापना इस उद्देश्य से हुई कि वह देश के सांख्यिकीय कार्यवाहियों में समन्वय स्थापित कर सके। कालान्तर में इस संगठन ने केन्द्रीय सांख्यिकीय संगठन (Central Statistical Organization) का रूप धारण कर लिया। सन् १९४६ में ही जन-गणना और जन-मरण सम्बन्धी समक (Vital Statistics) के विभागों की स्थायी विभाग का रूप दे दिया गया। भारत की ग्रन्थ व्यवस्था का सूचना रूप जानने के लिये १९५० में राष्ट्रीय न्यादर्श पर्यवेक्षण (National Sample Survey) की स्थापना वित्त मंत्रालय के अधीन की गई। यह विभाग बहुत महत्वपूर्ण कार्य कर रहा है। १९५१ में कलकत्ता में एक अन्तर्राष्ट्रीय सांख्यिकीय सम्मेलन इस उद्देश्य से किया गया कि विभिन्न राष्ट्रों की सामान्य सांख्यिकीय समस्याओं पर विचार विमर्ष किया जाय और उनके समाधान के उपाय ढूँढे जाय। १९५१-५२ में प्रखिल भारतीय ग्रामीण साख पर्यवेक्षण (All India Rural Credit Survey) इस उद्देश्य से किया गया कि ग्रामीण ऋण तथा अन्य ग्रामीण वित्त सम्बन्धी समस्याओं का अध्ययन हो।

१९५३ में समक संकलन अधिनियम (Collection of Statistics Act) बना जिसने केन्द्रीय व राज्य सरकारों को यह अधिकार दिया कि वे देश में आर्थिक व वाणिज्य सम्बन्धी समक सकलित करें। १९५६ में प्रखिल भारतीय कृषि-श्रम जाँच (All India Agriculture Labour Enquiry) इस उद्देश्य से की गई कि मजदूरी तथा अन्य समस्याओं के सम्बन्ध में महत्वपूर्ण सूचनाएँ प्राप्त की जा सकें।

इस समय बहुत सी सरकारी व गैरसरकारी संस्थायें व विभाग समक संकलन के क्षेत्र में महत्वपूर्ण कार्य कर रहे हैं। विभिन्न मंत्रालयों द्वारा सम्बन्धित समक सकलित एवं प्रकाशित किये जाते हैं। राज्य के स्तर पर भी प्रत्येक मन्त्रालय अपने क्षेत्र से सम्बन्धित समक एकत्रित करते हैं। प्रत्येक मन्त्रालय में एक सांख्यिकीय विभाग है। कलकत्ता की सांख्यिकीय संस्था (Statistical Institute) तथा दिल्ली के भारतीय कृषि-अनुसन्धान परिषद (Indian Council of Agricultural Research) सांख्यिकी में अनुसन्धान एवं प्रशिक्षण की सुविधायें प्रदान करते हैं। इस प्रकार हम इस परिणाम पर पहुँचते हैं कि समकों का सकलन स्वतन्त्र भारत में एक महत्वपूर्ण स्थान प्राप्त कर गया है। समकों के मासिक, वित्तीय एवं प्रकाशन कार्य के क्षेत्र में केन्द्रीय सांख्यिकीय संगठन सहायनीय कार्य कर रहा है। इस संगठन के प्रमुख कार्य निम्न हैं :—

(१) यह केन्द्रीय तथा राज्य की सांख्यिकीय क्रियाओं में समन्वय स्थापित करता है।

(२) यह सरकार को तथा सरकारी विभाग एवं संस्थाओं को भावश्यक परामर्श देता है।

(३) यह सांख्यिकीय कार्यक्रमों के प्रसिद्धि के व्यवस्था करता है।

(४) यह विभिन्न सांख्यिकीय इकाईयों की प्रमाण, नाप व परिभाषा निश्चित करता है ताकि अनुसंधान में एकरूपता रहे।

(५) आर्थिक नियोजन से सम्बन्धित सांख्यिकीय कार्यों को करता है।

(६) यह जनसंख्या महत्वपूर्ण प्रकाशन करता है।

(७) यह सांख्यिकीय चिन्तों तथा विद्वानों की रचनाएं एवं प्रदर्शन करता है।

(८) यह अन्तर्राष्ट्रीय संस्थाओं को भारतीय समक प्रदान करता है।

(९) यह अन्तर्राष्ट्रीय सांख्यिकीय सम्मेलनों से सम्बन्धित कार्य करता है।

सांख्यिकीय सामग्री और राज्य

सांख्यिकीय सामग्री के संकलन में राज्य महत्वपूर्ण कार्य करता है। इसके निम्न कारण हैं :—

(१) अपार साधन—राज्य के साधन अपार होते हैं। उच्च धन, धम आदि सभी सरलता से मिल सकता है।

(२) असीमित शक्ति—राज्य विधान का साध्य सेक्टर समर्थों का संकलन व साधन भी करा सकता है और उच्च वैधानिक रूप दे सकता है।

(३) विश्वस्तनीय—राज्य द्वारा संकलित समर्थ प्रायः विश्वस्तनीय होते हैं क्योंकि उनका राष्ट्रीय महत्व होने के कारण संकलन में निष्पक्षता की मांग होती है।

(४) विरोधों की सेवाएँ—राज्य अन्य राज्यों से सम्पर्क स्थापित करके विरोधों की सेवाएँ प्राप्त कर सकता है।

(५) जनता का सहयोग—यदि राज्य जन-सन्ध्याएँ का उद्देश्य रतकर सकता है तो यह समस्त संकलन में जनता का पूर्ण सहयोग प्राप्त कर सकता है जो बहुत ही आवश्यक है।

(६) प्रसिद्धि के व्यवस्था—राज्य नर्माचारियों के प्रसिद्धि के पूर्ण व्यवस्था कर सकता है। यह विदेशों में भी नर्माचारियों के प्रसिद्धि के सिद्धे भेज सकता है।

समर्थों के सम्बन्धित राज्य के कार्य

जनता के सहयोग व विरोध में राज्य निम्न प्रकार से सहायता कर सकता है :—

(१) विधान द्वारा साम्यता—राज्य विधान बनाकर समर्थों के संकलन को वैधानिक रूप दे सकता है

(२) विभिन्न विभागों द्वारा सफलन—राज्य के विभिन्न विभाग होते हैं। वह इन विभागों द्वारा विभिन्न प्रकार के आंकड़े एकत्रित करवा सकता है।

(३) प्रचार—राज्य समाचार-पत्र, रिपोर्टों, रेडियो आदि कई प्रकार से आंकड़ा का प्रचार करा सकता है।

(४) समन्वय—राज्य विभिन्न प्रकार के समकालीन समन्वय करता है ताकि वे अधिक विद्वत्सन्धोय एवं उपयोगी हो सकें।

(५) दबाव—राज्य किसी भी व्यक्ति या संस्था पर इस बात के लिये दबाव डाल सकता है कि वे अनुकूल प्रकार की सूचनाएँ दे।

(६) आर्थिक सहायता—राज्य संस्थाओं या व्यक्तियों को आर्थिक सहायता प्रदान करके समकालीन सफलन, विश्लेषण या प्रकाशन करा सकता है।

(७) विशेषज्ञों की सेवाएँ—राज्य विशेषज्ञों की सेवाओं की व्यवस्था कर सकता है।

(८) प्रशिक्षण की उचित व्यवस्था—राज्य गणकों या कर्मचारियों के प्रशिक्षण की समुचित व्यवस्था करके समकालीन के कार्य में महत्वपूर्ण योग दे सकता है।

(९) अन्तर्राष्ट्रीय सहयोग—राज्य इस दिशा में अन्य राष्ट्रों या विदेशी संस्थाओं का सहयोग प्राप्त करके समकालीन के कार्य का प्रमाणीकरण कर सकता है।

भारत में सांख्यिकीय संगठन (Statistical Organization in India)

शासन की मुविधा के लिये भारतीय संविधान ने विभिन्न विषयों को तीन वर्गों में बाँटा है :—

(क) केन्द्र के आधीन—ये विषय पूर्णतः केन्द्रीय सरकार के आधीन हैं और केन्द्रीय सरकार ही उनके विषय में नियम बना सकती है। ये विषय निम्न हैं :—
सुरक्षा, रेल्वे, पोस्ट व टेलीग्राफ, विदेशी व्यापार, जन-संख्या, मुद्रा एवं अधिरोपण, आयकर आदि।

(ख) राज्य के आधीन—ये विषय राज्य के आधीन होते हैं। ये विषय निम्न हैं :—

जन-स्वास्थ्य, कृषि, पशु, सिंचाई, जंगल, राज्य-कर आदि।

(ग) दोनों के आधीन—कुछ ऐसे विषय हैं जो केन्द्र व राज्य दोनों के आधीन होते हैं। ये निम्न हैं :—

जन्म-मरण सम्बन्धी समकालीन, सामाजिक एवं आर्थिक नियोजन, प्रौद्योगिक एवं श्रम संघर्ष, सामाजिक बीमा, उद्योग, श्रम कल्याण, मूल्य-नियंत्रण, आदि।

केन्द्र में सांख्यिकीय व्यवस्था (Statistical Organization at the Centre)

राज्य-केन्द्र में बहुत सी सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं जो समकालीन एवं विश्लेषण का कार्य करती हैं। प्रत्येक मन्त्रालय में कम से कम एक सांख्यिकीय इकाई

तो प्रयत्न है। कहीं-कहीं पर अचिन्त इकाइयाँ भी हैं। इन सांख्यिकीय इकाइयों के द्वारा ये मन्त्रालय समूहों के सञ्चालन एवं विश्लेषण का कार्य करते हैं। इस प्रकार केन्द्र में अनुमानतः ८७ सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं जिनमें कुल लगभग ५८०० कर्मचारी हैं और जिनका वार्षिक आय-व्यय लगभग १६८ लाख रुपया होता है। एाद्य एवं कृषि मन्त्रालय के अंतर्गत सबसे अधिक सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं जिनकी संख्या १६ है। रेलवे मन्त्रालय में १४, मुरदा में ८ और उद्योग एवं वाणिज्य में ७ हैं। इनमें से कुछ प्रमुख निम्न हैं :—

(१) एाद्य एवं कृषि मन्त्रालय—इसमें निम्न प्रमुख सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं :—

(क) अर्थ एवं समाज विभाग (Directorate of Economics & Statistics)
(ख) विपणन एवं निरीक्षण विभाग (Directorate of Marketing & Inspection)

(ग) शक्कर एवं वनस्पति विभाग (Directorate of Sugar & Vanaspathis)

(घ) भारतीय कृषि अनुसंधान संस्था (Indian Council of Agricultural Research)

(ङ) वन अनुसंधान संस्था, देहरादून (Forest Research Institute, Dehra Dun)

(च) केन्द्रीय ट्रैक्टर संगठन (Central Tractor Organization)

(छ) केन्द्रीय समुद्री मत्स्य अनुसंधान केन्द्र मन्दापाम (Central Marine Fisheries Research Station, Mandapam)

(ज) केन्द्रीय चावल अनुसंधान संस्था, बटन (Central Rice Research Institute, Cuttack)

(२) वाणिज्य एवं उद्योग मन्त्रालय (Ministry of Commerce & Industry)—इस मन्त्रालय में निम्न प्रमुख सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं :—

(क) व्यावसायिक ज्ञान एवं समर्क विभाग कलकत्ता (The Department of Commercial Intelligence & Statistics, Calcutta)

(ख) भारतीय सरकार के आर्थिक सलाहकार का कार्यालय, नई दिल्ली (Office of the Economic Adviser to the Govt of India, New Delhi)

(ग) वाणिज्य एवं उद्योग मन्त्रालय का विकास विभाग, नई दिल्ली (Development Wing of Ministry of Commerce & Industry, New Delhi)

(घ) सानु उद्योगों का सांख्यिकीय विभाग, नई दिल्ली (Statistical Section, Small Scale Industries, New Delhi)

- (ङ) औद्योगिक समंक विभाग, नई दिल्ली (Directorate of Industrial Statistics, New Delhi)
- (च) लोह एवं इस्पात नियन्त्रण का सांख्यिकीय विभाग, कलकत्ता (Statistical Section of the Iron & Steel Control, Calcutta)
- (छ) आयात-निर्यात नियन्त्रणकर्ता का कार्यालय, नई दिल्ली (Office of the Controller of Imports & Export, New Delhi)
- (३) वित्त मंत्रालय (Ministry of Finance)—इस मंत्रालय में निम्न

प्रमुख सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं :—

- (क) राष्ट्रीय आय इकाई (National Income Unit)
- (ख) राष्ट्रीय न्यायन अनुसंधान (Directorate of National Sample Survey)
- (ग) प्रमंडल अपिनियम प्रशासन विभाग, नई दिल्ली (Department of Company Law Administration, New Delhi)
- (घ) समंक एवं ज्ञान शाखा (Statistics & Intelligence Branch)
- (ङ) रिजर्व बैंक का अनुसंधान विभाग (Research Section of the Reserve Bank of India)
- (च) आर्थिक सलाहकार का कार्यालय (Office of Economic Adviser)

(४) श्रम, रोजगार एवं निश्चयन मंत्रालय (The Ministry of Labour, Employment & Planning)—इस मंत्रालय में निम्न प्रमुख सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं :—

- (क) श्रम कार्यालय, शिमला (Labour Bureau, Simla)
- (ख) पुनर्वास एवं रोजगार के संवाहक का कार्यालय (Office of the Director-General of the Resettlement & Employment)
- (ग) खान विभाग की सांख्यिकीय इकाई (Statistical Unit, Department of Mines)
- (घ) कृषि-श्रम अनुसंधान शाखा (Agricultural Labour Enquiry Branch)
- (५) गृह-मंत्रालय (Ministry of Home Affairs)—इस मंत्रालय

में निम्न प्रमुख सांख्यिकीय इकाई हैं :—

जनगणना आयुक्त तथा रजिस्ट्रार जनरल का कार्यालय (Office of the Census Commissioner and Registrar General of India)

(६) केन्द्रीय सचिवालय (Central Secretariat)—इसका प्रमुख सांख्यिकीय विभाग केन्द्रीय सांख्यिकीय संगठन (Central Statistical Organization) है।

राज्यों में सांख्यिकीय व्यवस्था (Statistical Organization in States)

स्वतंत्रता के उपरान्त राज्यों में भी सांख्यिकीय संगठनों का विकास हुआ है। राज्यों में विशेषतः उन विषयों से सम्बन्धित सांख्यिकीय संगठनों की स्थापना मिलती है जो राज्य प्रशासन के अंतर्गत आते हैं। वैसे राज्यों में सांख्यिकीय संगठनों का विकास प्रथमवर्षीय रूप में बिना किसी योजना के हुआ है। सन् १९४६ में प्रोगरी समिति के सुझाव के फलस्वरूप अधिकांश राज्यों में सांख्यिकीय ब्यूरो (Statistical Bureaus) की स्थापना हुई। ये संगठन राज्यों के विभिन्न विभागों द्वारा तद्वलित समको की स्थापना करते हैं तथा राज्य के नियम प्रकाशित करते हैं। अनुमानित राज्यों में कुल व्यय ११० सांख्यिकीय इकाइयाँ हैं जिनमें लगभग २८०० व्यक्ति कार्य करते हैं।

भारत में सांख्यिकीय सामग्री का वर्गीकरण (Classification of Statistical data in India)

भारत में उपरोक्त सांख्यिकीय सामग्री का हम निम्न वर्गीकरण करेंगे —

- (१) जन संख्या सम्बन्धी समक (Population Statistics)
- (२) कृषि सम्बन्धी समक (Agricultural Statistics)
- (३) व्यापार सम्बन्धी समक (Trade Statistics)
- (४) राष्ट्रीय आय सम्बन्धी समक (National Income Statistics)
- (५) औद्योगिक समक (Industrial Statistics)
- (६) श्रम समक (Labour Statistics)
- (७) मूल्य समक (Price Statistics)
- (८) भारतीय निर्देशांक (Indian Index Numbers)
- (९) वित्त सम्बन्धी समक (Financial Statistics)

इसमें कुछ प्रमुख का विस्तृत विवेचन आगे यथा स्थान दिया जायेगा।

जन-सांख्यिकीय सम्बन्धी समक (Population Statistics)

भारत में बहुत प्राचीन काल से जन संख्या सम्बन्धी आँकड़े एकत्रित किये जाते रहे हैं। बौद्धिक के अर्थशास्त्र में इसका वर्णन उल्लेख मिलता है। परन्तु उन दिनों जन गणना का उद्देश्य आर्थिक या सामाजिक न होकर शैव शक्ति व श्रम शक्ति का अनुमान लगाना था। पहले जन गणना में व्यक्तियों की आयु, लिंग, पेशा आदि सम्बन्धी सूचनाएँ ही एकत्रित की जाती थीं। परन्तु जैसे जैसे राज्य का क्षेत्र व्यापक होना गया वैसे वैसे जन गणना का क्षेत्र भी विस्तृत होता गया। साम्राज्यवादी सरकारों व जन रक्षण राज्यों की स्थापना के साथ साथ जन गणना के साथ एकत्रित की जाने वाली सूचनाओं की प्रकृति में भी परिवर्तन हुआ तथा व्यापकता का समावेश हुआ। प्राचिनक समय में भारत की जन गणना राष्ट्रीय स्तर का सबसे बड़ा और महत्वपूर्ण सांख्यिकीय सङ्कलन है।

जनसंख्या सम्बन्धी भाँकडों की उपयोगिता—जन-संख्या सम्बन्धी भाँकडों की प्रमुख उपयोगिताये निम्न हैं :—

(१) आर्थिक दृष्टिकोण से—जनसंख्या सम्बन्धी भाँकडों की आर्थिक दृष्टिकोण से बड़ी उपयोगिता है। जन-संख्या की वृद्धि की दर द्वारा वह अनुमान किया जा सकता है कि कब जन-संख्या लगभग बितनी होगी तथा उसके लिए कितना धन या बस्त्र की आवश्यकता होगी। इसी प्रकार मृत्यु दर, प्रति मील जन-संख्या की सघनता, घेरीअगारो का प्रतिशत आदि के आधार पर हमारी राष्ट्रीय नीतियों का निर्धारण होता है जैसे कितना धन लगाना जाय, शिक्षा व स्वास्थ्य पर कितना खर्च किया जाय, निवास-स्थान को क्या व्यवस्था किस प्रकार की जाय ? जन-संख्या सम्बन्धी सूचनाओं व विभिन्न उद्योगों पर निर्भर करने वाले लोगों की संख्या आदि की सहायता से अनेक आर्थिक समन्वयों का समाधान किया जाता है। व्यापारिक उन्नति, विज्ञापन सम्बन्धी नीति, उद्योगों का विस्तार, राष्ट्रीय धन का वितरण आदि जन-संख्या के घनत्व पर ही निर्भर करते हैं। शिक्षा, उद्योग, गृह-निर्माण आदि के सम्बन्ध में राष्ट्रीय नीति प्रदान करने लिये जन्म व मृत्यु सम्बन्धी भाँकडों का होना अनिवार्य है। अर्थशास्त्री जन-संख्या सम्बन्धी प्रवृत्ति का सूक्ष्म अध्ययन करके पता लगाता है कि जन-संख्या व खाद्य पदार्थों की उत्पत्ति में क्या मध्यस्थ है तथा नगरी की बढ़ती हुई जन-संख्या तथा गाँवों की हस्तकारी की प्रवृत्ति किस दशा में तथा कितने अंशों में सह-सम्बन्धित है ? शिक्षा की उन्नति का सामोला पेशों मुन्दतः दृष्टि पर क्या प्रभाव पड़ा है ? व्यापारियों के लिये भी जन-संख्या सम्बन्धी भाँकडों का व्यावहारिक महत्व है। इससे उन्हें यह पता चलता है कि कहीं धनी आबादी है और कहीं कम। धनी आबादी के स्थानों पर वह अपनी वस्तुओं की अधिक बिक्री की आशा कर सकता है। शिक्षा एवं पेशों के द्वारा व्यापारियों को पता चलता है कि किस भू-भाग में धनी लोग बसते हैं तथा किस भू-भाग में मध्यम श्रेणी के और किस भू-भाग में गरीब ? इसी के अनुसार वह अपनी वस्तुओं को बेचने की व्यवस्था करता है अर्थात् धनी व्यक्तियों की बस्ती में अधिक आराम व विलास की वस्तुयें तथा मध्यम व गरीब लोगों की बस्ती में कम आराम की तथा आवश्यकता की वस्तुयें बेचने का प्रबन्ध करता है। इसी प्रकार से जन-संख्या सम्बन्धी भाँकडों का महत्व उद्योगपतियों व यातायात के साधनों अर्थात् रेलवे व मोटर कम्पनियों के लिये भी बहुत है। जन-संख्या के अधिक घनत्व वाले स्थानों पर ही यातायात के साधन सफलतापूर्वक चल सकते हैं। बीमा कम्पनियाँ इन्हीं भाँकडों के आधार पर अपनी मृत्यु सारणीयों (Mortality Tables) का निर्माण करती हैं तथा प्रव्याज दर (Rate of Premium) निर्दिष्ट करती हैं।

सामाजिक दृष्टिकोण से—जन-संख्या सम्बन्धी भाँकडों की उपयोगिता केवल आर्थिक दृष्टिकोण से ही नहीं बल्कि सामाजिक दृष्टिकोण से भी है। बाल-बिर्नाट,

सती प्रथा, विधवाशा की वृद्धि या कमी, पक्षपान करने वालों की संख्या, भिन्न-भिन्न प्रकार की सजाय आदि का अनुमान सगता है और इन सामाजिक कुतियों के दूर करने में ये आंकड़े बड़े सहायक होने हैं। ज म मरण सम्बन्धी आंकड़ों के द्वारा णिगु मृत्यु का अनुमान लगाया जा सकता है। परिवार भयुक्त है या व्यक्तिगत उस विषय में सूचनाएँ मिलती हैं जिसके आधार पर सामाजिक ढाँच का अनुमान होता है। इसी प्रकार भाषा, धर्म, िध आदि से सम्बंधित सूचनाओं के आधार पर समाज का स-वा चित्र प्रस्तुत होता है जिसकी सहायता से अनेक महत्वपूर्ण निष्पत्तियाँ निकाले जाते हैं और अनुसंधान किये जाते हैं।

(३) राजनैतिक दृष्टिकोण से—जन सख्या सम्बन्धी आंकड़ों का राजनैतिक दृष्टि से भी बहुत महत्व है। इसी के आधार पर ससद या विधान सभाओं के निर्वाचन के क्षेत्र निर्दिष्ट किये जाते हैं। भाषा के आधार पर ही भाषावार प्रांत बनाये गये थे। इसी प्रकार इन आंकड़ों की सहायता से ही अनुसूचित जातियों आदि की सख्या सम्बन्धी सूचनाएँ मिलती हैं और सरकार उनसे सम्बन्धित नीति का निर्धारण करती है। इन सूचनाओं के आधार पर अनुसूचित जातियों की प्रतिनिधित्व दिया जाता है। जन सख्या के आधार पर ही नगरों में नगरपालिकाएँ या नगर निगम आदि बनाये जाते हैं। नगरों से सम्बंधित सरकार की बहुत सी नीतियाँ जन सख्या पर ही आधारित होती हैं क्योंकि जन सख्या के ही आधार पर नगरों को 'अ' या 'ब' आदि के दर्जे दिये जाते हैं।

जनसख्या सम्बन्धी समक:

भारत में जनसख्या सम्बन्धी समक निम्न दो वर्गों में बाँटे जा सकते हैं —

- (१) जन गणना (Population Census)
- (२) ज म मरण सम्बन्धी समक (Vital Statistics)

भारत में १८७२ ई० में सबसे प्रथम जनगणना का प्रयास हुआ परन्तु सारे देश में कार्य पद्धति की एकपत्ता के अभाव में यह प्रयास विफल रहा। देशव्यापी सबसे पहली जन गणना सन् १८८१ में हुई। उसके बाद प्रति दस दस वर्षों तक यह जन गणना होने लगी। १८८१ व १८८८ ई० की जन गणनाओं में निम्न विषयों से सम्बंधित महत्वपूर्ण षण्य एकत्रित किये गये —

- (१) धनस, नागरिक व ग्रामोद्य जनता एवं नियास स्थान की रण के अनुसार जनसख्या का वितरण
- (२) एक स्थान से दूसरे स्थान की प्रस्था (Migration)
- (३) रण
- (४) जनसख्या का जातीय वितरण (Racial Distribution)
- (५) णिगु एवं धर्म
- () स्याम्ब सम्बन्धी दोष (Physical deformities)

(७) स्त्री या पुरुष

(८) सामाजिक दशा ।

१९०१ में पेशे व जीविका पर अधिक ध्यान दिया गया । १९०१ में ऊपर के विषयों के प्रतिरिक्त उद्योग सम्बन्धी गणना भी की गयी । एक नया वर्गीकरण किया गया जिसमें शहरी व ग्रामीण पेशे, वच्ची वस्तुओं का उत्पादन आदि सूचनावर्गों को बढ़ा दिया गया । १९२१ में पेशे, जाति और राष्ट्रीयता के सम्बन्ध में अधिक सूचनावर्ग प्राप्त की गये । १९३१ में अनुसन्धान का क्षेत्र कुछ और भी बढ़ा और पेशे, जाति, धर्म, वर्ण, शिक्षा, भाषा आदि पर अधिक ध्यान दिया गया । यह सातवीं जन-गणना थी ।

सन् १९४१ की जन-गणना में कुछ महत्वपूर्ण परिवर्तन हुये । इनमें से विशेषरूप से निम्न हैं :—

(१) कालिक सिद्धान्त का प्रयोग—पहले जन-गणना एक प्राची रात में होती थी परन्तु इस बार इस नियम का परिवर्तन करके कालिक सिद्धान्त (Period System) का प्रयोग किया गया । १९३१ तक एक चाँदनी रात में जन-गणना होती थी । फलस्वरूप सुदृढता की जाँच न हो पाती थी तथा बहुत से गणकों की भावश्यकता पड़ती थी । १९४१ में इस कार्य के लिये ६ दिन का समय दिया गया ।

(२) निर्यात स्थान पर गणना—१९३१ की जन-गणना तक एक व्यक्ति जहाँ पाया जाता था वही गिना जाता था । इस बार प्रत्येक व्यक्ति अपने सामान्यतः सदा रहने वाले स्थान पर गिना गया ।

(३) पर्वों विधि का प्रयोग—पहले प्रश्नावलियों पर सूचनावर्ग भरकर फिर पश्चिमो पर उतारते थे और सब सारणी बनाने थे । इस वर्ष प्रश्नावलियों को समाप्त करके सूचनावर्ग सीधे पश्चिमो पर भरी गईं ।

(४) दैव निदर्शन सर्वेक्षण (Random Sample Survey)—१९४१ में एक नया कार्य यह किया गया कि सम्पूर्ण पश्चिमो का $\frac{1}{10}$ भाग न्यादर्श के रूप में लिया गया । इसका यह उद्देश्य था कि जन-गणना के लेखों (Record) और जन-गणना की दशा में न्यादर्श के पत्तों के बीच सह-सम्बन्ध स्थापित किया जाय । पर इससे कोई संतोषजनक फल न निकला क्योंकि सारे देश में दैव-निदर्शन में एकरूपता नहीं ।

(५) गृह सूची में वृद्धि—मकानों की सूची को बढ़ाया गया । परिवार के सदस्यों की भीसत संख्या, स्त्री पुरुषों की संख्या का अनुपात, सदस्यों का आयु वर्गों में वितरण आदि सूचनावर्गों एकत्रित की गईं ।

(६) चिन्हों का प्रयोग—इस बार कई प्रकार के चिन्हों का प्रयोग हुआ । कितने प्रकार की सूचनावर्ग संकेतों में एकत्रित की गईं ।

(७) यांत्रिक सारणीयन—जनगणना कार्य में सर्वप्रथम (Mechanical Tabulation) का प्रयोग हुआ ।

(द) अन्य सूचनायें—सूचनाओं से सम्बन्धित एक उल्लेखनीय परिवर्तन यह हुआ कि प्रथम बच्चे के जन्म पर माँ की आयु और नून बच्चों की संख्या लिखी गई।

(६) छपाई का केन्द्रीयकरण—छपाई का काम एक स्थान पर केन्द्रित किया गया।

सन् १९५१ की जनगणना

इस जनगणना की परिस्थितियाँ पहले की अपेक्षा कुछ भौतिक रूप से परिवर्तित थीं। परिस्थितियों में मुख्यतः निम्न विशेष परिवर्तन हुये थे :—

(१) देश स्वतन्त्र हो चुका था।

(२) देश का विभाजन हो चुका था। पन्चवर्षीय दशक के बहुत व्यक्ति उपर चले गये और उपर के दशक आ गये थे।

वास्तव में यह स्वतन्त्र भारत की पहली जनगणना थी और देश के पुन-निर्माण के लिये इसका भारी महत्व था। अनेक प्रकार की भाषिक व सामाजिक समस्याओं के समाधान के लिये इन आँकड़ों की बहुत आवश्यकता थी। इस जनगणना में राष्ट्रीय सरकार ने विशेष उरसाह दिया था और यह उद्देश्य सम्मुख रखा कि राष्ट्रीय नियोजन के लिये आवश्यक सामग्री और बहुमुख्य सूचनायें एकत्रित की जायें। इस गणना की अवधि ६ फरवरी, १९५१ के सुबोध से प्रारम्भ ही कर १ मार्च १९५१ के सुबोध तक थी। गणकों (Enumerators) ने घर-घर जाकर गणना की।

१९५१ की जनगणना में निम्न सूचनायें संग्रहीत की गई थीं :—

(१) व्यक्ति का नाम व कुटुम्ब के वर्ता से उगका सम्बन्ध।

(२) (म) राष्ट्रीयता (घ) धर्म (स) वर्ग।

(३) नागरिक अवस्था—विवाहित, अविवाहित, विधवा।

(४) आयु।

(५) जन्म स्थान।

(६) विस्थापित होने के सम्बन्ध में सूचनायें :—

(म) पाकिस्तान में आने की तिथि (घ) पाकिस्तान से आने वाले जिले का नाम।

(७) मातृभाषा।

(८) दूररी भाषा।

(९) भाषिक स्थिति :—

(म) आर्य निर्मूल (न) न बोलने वाले आर्य (म) बोलने वाले आर्य (द) अन्ये का मालिक या कर्मचारी या स्वतन्त्र कार्य करने वाला।

(१०) जीविका के मुख्य साधन निम्न वर्गों में :—

(घ) जो अपनी भूमि पर मेनी करते हैं।

(द) जो दूसरों की भूमि पर खेती करते हैं।

(न) जो दूसरों की भूमि पर नगहूरी करते हैं।

(द) जो दूसरों से अपनी भूमि जीतने के लिये मिराजा पाते हैं।

(११) जोशिका के गौड साधव।

(१२) शिवा।

(१३) बेवारी।

(१४) लिंग।

उपर्युक्त निदररा में स्पष्ट है कि जनसत्ता से साहस के दम जनसत्ता से ही नहीं है बल्कि अनेक प्रकार की ऐसी भावदमक सूचनाओं को संग्रह करने से है जिनका आर्थिक, सामाजिक तथा राजनीतिक दृष्टिकोणों से दृढ़ मूल्य है। देश में आर्थिक नियोजन इन्हीं सूचनाओं के आधार पर सम्भव है। इन आँकड़ों की सहायता से अनेक प्रकार की सामाजिक बुरीचियों, उदाहरणार्थ—बालविवाह, विरवा-उमरवा आदि के निदररा के लिये बहम उज्जाया जा सकता है। बेरोजगारी के आँकड़ों की सहायता से बेरोजगारी की समस्या की गम्भीरता का अनुमान लगाया जा सकता है तथा उसे दूर करने के यथोचित उपाय कार्यान्वित किये जा सकते हैं। विदेश बर्गों—मुख्यतः न्यून एवं पिछड़ी जातियों की संख्या के अनुपात में उनके लिये पार्लियामेन्ट, अदालतों तथा समाजों तथा नौकरियों में सीटें सुरक्षित की जा सकती हैं। नापामों सम्बन्धी आँकड़ों की सहायता से नापा सम्बन्धी प्रान्तों की भाँति पर विचार किया जा सकता है तथा आदेशिक नापामें निश्चित की जा सकती हैं। शिक्षा सम्बन्धी आँकड़ों की सहायता से शिक्षा पद्धति के सुधार के लिये योजनयें बनायी जा सकती हैं तथा उन्हें कार्य रूप में परिचित किया जा सकता है कि किस देश में अधिक व्यक्तियों के होने से देश की आर्थिक उत्पत्ति सम्भव है तथा किस देश में लोगों के रहने की आवश्यकता है।

१९५१ की जनगणना की निम्न विशेषतायें थीं :—

(१) १९५१ की जनगणना में जाति व जनगति के अनुसार करना की गयी थी। इस दार इसे समाप्त कर दिया गया और जनसंख्या की आर्थिक विशेषताओं की ओर ध्यान दिया गया।

(२) पूरी जनसंख्या की जीविकोपार्जन के दो मुख्य भागों—कृषि करने वाले वर्ग तथा कृषि न करने वाले वर्ग में बाँट दिया गया। जीविकोपार्जन के मुख्य और गौड साधनों का भी लेखा किया गया। कृषि करने वाले और कृषि न करने के दो वर्गों के भी निम्न ८ भाग किये गये :—

कृषि करने वाले वर्ग—(१) पूर्ण रूप से अपना अधिकांश रूप से अपनी ही भूमि पर खेती करने वाले तथा उन पर आश्रित व्यक्ति।

(२) पूर्ण रूप से अपना अधिकांश रूप से अन्य की भूमि पर खेती करने वाले तथा उन पर आश्रित व्यक्ति।

(३) कृषि धमिक तथा उन पर आश्रित व्यक्ति ।

(४) कृषि न करने वाले भूमि के मालिक, कृषि सम्बन्धी लगान पाने वाले तथा उन पर आश्रित व्यक्ति ।

कृषि न करने वाला वर्ग—ऐसे व्यक्ति तथा उनके आश्रित जो निम्न साधनों से जीविकोपार्जन करते हैं :—

(१) कृषि के प्रतिरिक्त किसी अन्य उत्पादन द्वारा ।

(२) व्यापार ।

(३) यातायात ।

(४) अन्य सेवायें तथा विभिन्न साधन ।

(३) इससे पहले प्रतिशत परिवर्तन (Percentage Variation) निकाला जाता था परन्तु इस बार माध्य दश-वर्षीय-विकास दर (The Mean Decennial Growth rate) निकाला गया ।

(४) जनगणना की सरवा की शुद्धता दैन-निदर्शन (Random Sampling) रीति के द्वारा जांच की गयी और इससे पता चला कि प्रति १००० व्यक्तियों की गणना में लगभग ११ व्यक्ति छूट गये ।

(५) घर (House) और परिवार (Household) में प्रथम बार अन्तर स्थापित किया गया । परिवार (Household) का तात्पर्य ऐसे व्यक्तियों के समूह से था जो एक साथ रहते हों, एक साथ भोजन करते हों । इस प्रकार एक घर में बहुत से गृहस्थियाँ (Household) हो सकती हैं ।

(६) सारणीयन की एक अन्य पद्धति प्रयोग में लाई गयी । प्रत्येक व्यक्ति के मुख्य और गौड़ जीविकोपार्जन के साधन के आधार पर सप्रह की हुई संख्याओं को बाँटा गया । इससे जनसंख्या प्रत्येक गाँव या नगर के तिनके जीविकोपार्जन के आधार पर ८ भागों में विभक्त हो गयी ।

(७) उत्तर-प्रदेश में बेरोजगारी के विषय में भी सूचनायें एकत्रित की गयीं ।

(८) गणना वास्तविक (De facto) तथा वैध (De jure) निवात स्थान के आधार पर की गयी तथा पहले की तरह प्रथम बच्चे के जन्म के समय माँ की आयु का सेला नहीं किया गया ।

१९५१ की जनगणना से निम्न प्रमुख तथ्यों का पता चला :—

(१) देश में ८४.९९% हिन्दू, ९.९३% मुसलमान, २.३% ईसाई, १.७४% सिक्ख, ४.५% जैन, ०.६% बौद्ध, ०.५३% अन्य हैं ।

(२) १९४१-५१ में प्रति सहस्र जन्म दर ४० और मृत्यु दर २३ थी ।

(३) भारत में ४२.८% मानार्थें ऐसी हैं जिनकी तीन या तीन से अधिक मन्तार्थें हैं जबकि संयुक्त-राष्ट्र अमेरिका में ये १६.२%, इंग्लैण्ड में १४.३% हैं ।

(४) इस जनगणना से पता चला कि देश में जन्म-दर को रोकने की बड़ी आवश्यकता है।

(५) देश में मिश्रित परिवार की व्यवस्था (Joint Family System) धीरे-धीरे समाप्त होती चली जा रही है और परिवार का आकार प्रतिदिन छोटा होता चला जा रहा है। गाँव में प्रति तीसरे परिवार में तीन या तीन से कम व्यक्ति मिलते हैं।

(६) जहाँ तक देश में विवाह का प्रश्न है दो पुरुषों में से लगभग एक अविवाहित और पाँच स्त्रियों में से लगभग दो अविवाहित हैं।

(७) भारतीय संघ (सिक्किम और जम्मू व काश्मीर के अनुमानों को सम्मिलित करते हुये) की कुल जनसंख्या ३६.१२ करोड़ थी। सन् १९०१ में देश की कुल जनसंख्या २३.८४ करोड़ थी। स्पष्ट विदित है कि गत ५० वर्षों में हमारे देश की जनसंख्या डेढ़ गुनी हो गई है।

(८) १९५१ में संसार की अनुमानित जनसंख्या २४० करोड़ थी। इस प्रकार संसार की आबादी का लगभग १/७ भाग भारत में है।

(९) भारतीय संघ के २८ राज्यों में उत्तर प्रदेश की जनसंख्या सबसे अधिक अर्थात् ६.३२ करोड़ है। आन्ध्र को सम्मिलित करते हुये मद्रास दूसरे नम्बर पर है अर्थात् ५.७ करोड़ और बिहार तीसरे पर अर्थात् ४ करोड़।

(१०) मोटे तौर पर लगभग ७०% जनसंख्या कृषक और ८३% ग्रामीण थी।

(११) देश की जनसंख्या का घनत्व ३०३ व्यक्ति प्रति वर्ग मील था। राज्यों में यह सबसे अधिक देहली में था अर्थात् ३०२७ व्यक्ति प्रति वर्ग मील और ट्रावनकोर कोचीन में १०१५, पश्चिमी बंगाल में ८०६, बिहार में ५७२ और उत्तर प्रदेश में ५५७।

(१२) १९४१ की अपेक्षा १९५१ में प्रतिशत वृद्धि सबसे अधिक देहली में अर्थात् ६०% थी, कर्ण में ३५.५% और त्रिपुरा में २३.७% थी।

(१३) पुरुषों की कुल संख्या स्त्रियों की कुल संख्या से लगभग १ करोड़ अधिक थी।

(१४) शहरों में सबसे अधिक आबादी बम्बई की २८.४ लाख, कलकत्ता २५.५ लाख तथा मद्रास १४.२ लाख थी।

(१५) ऐसे नगरों की संख्या जिनकी आबादी १ लाख या ऊपर थी १९४१ में ४८ थी परन्तु इस जनगणना के अनुसार ७५ हो गई।

(१६) उत्तर प्रदेश में सब राज्यों से अधिक शहर अर्थात् १६ हैं। भासाम, पेंसू, कर्ण, हिमाचल प्रदेश, अंडमान निकोबार आदि में कोई शहर नहीं है।

(१७) लगभग ७४.७ लाख व्यक्ति पाकिस्तान से भारत में आये।

(१८) जनगणना के कार्यकर्ताओं की संख्या लगभग ६ लाख थी। भारत सरकार द्वारा पूरा खर्च डेढ़ करोड़ का अनुमान किया जाता है अर्थात् यह लगभग ४१ व० १२ घा० प्रति हजार व्यक्ति होता है।

सन् १९६१ की जनगणना

सन् १९६१ की जनगणना भारत की दसवीं जनगणना थी। यह जनगणना लगभग तीन सप्ताह (१९६१ की १० फरवरी से ३ मार्च तक) में पूरा हुई। इस जनगणना में जम्मू और काश्मीर तथा अन्य हिमाच्छादित भाग शामिल किए गये। यह जनगणना अधिनियम सन् १९४८ द्वारा संचालित व नियन्त्रित की गयी।

१९६१ की जनगणना करने की प्रणाली का नमूना

श्रीवकीय



सं ५५५ १९६१

(पानोड कीड न०) _____

१—(क) नाम _____

१—(ख) बर्ताने का नं० _____ २—दिनांक का दिन _____

३—व्यक्तिगत स्थिति _____ ४—(ग) उम्र का वर्ग _____

५—(घ) अन्य नं०/व०  (च) पालनाथ यदि अन्य का नं० हो 

६—(ज) शैक्षणिक _____ ७—(झ) धर्म _____


८—(ञ) प्र०/अ०/स० न०/जा० _____ ९—आपत्तिका उक्ति _____

१०—(ट) प्रकृतियाँ _____ ११—(ठ) अन्य धरा (वै) _____


१२—परिचयपत्र _____ १३—परिचयपत्र नमूना _____


१०—परिचयपत्र का प्रयोग है


(क) नाम का स्थान _____ (ख) यदि मौजूद _____

(ग) वारिदातिक स्थान का स्थान _____ 

(घ) नाम का स्थान _____ (च) उम्र का वर्ग का स्थान _____ (ज) नाम का स्थान का स्थान _____ (झ) नाम का स्थान का स्थान _____

(ञ) प्रकृतियों का स्थान _____ 

(ट) नाम का स्थान _____ 

(ठ) नाम का स्थान _____ 

स्थानीय तथा राज्य अधिकारियों के सहयोग से तथा अन्य सरकारी व गैर सरकारी संस्थाओं के अवैतनिक सेवाओं से यह जनगणना बड़ी सफलतापूर्वक नियत समय के भीतर समाप्त हुई।

लगभग १० लाख गणक तथा निरीक्षक जिनमें बहुत सी स्त्रियाँ भी थीं, ८-५ करोड़ परिवारों में विभिन्न प्रकार की सूचनाएँ एकत्रित करने गये। १० फरवरी से लेकर ३ मार्च तक की इस अवधि में दो प्रकार के कार्य हुये :—

(अ) १० फरवरी से १ मार्च सुप्रीम तक—इस अवधि में गणक प्रत्येक परिवार में जाकर सम्बन्धित सूचनाएँ पत्रियों पर भरते रहे।

(ब) १ मार्च सुप्रीम के बाद से ३ मार्च तक—इस अवधि में एकत्रित की गई सूचनाओं की जाँच हुई। इनमें नवजात शिशुओं की सख्या जोड़ी गई तथा मृतकों की सख्या घटाई गई।

४ मार्च को सभी गणक अपने क्षेत्र में एक निश्चित स्थान पर एकत्रित हुये और उन्होंने अपने सभी नागरिक अधिकारियों को सौंप दिया। जनगणना की प्रत्येक पंचों लगभग ६० व्यक्तियों की दृष्टि से चुनरी।

गणकों, अधिकारियों व प्रमुख नागरिकों को जनगणना की कार्य-प्रणाली समझाई गई और गणकों को प्रशिक्षित किया गया गया।

इन प्रकार १९६१ की जनगणना सम्बन्धी प्रपत्र अनेक क्षेत्रीय भाषाओं में छपा था। सूचनाएँ गोपनीय रखी गई थीं और उनका प्रयोग अन्य सरकारी कार्यों के लिये नहीं किया जा सकता था।

गणना की सुविधा के विचार से सारे देश को ग्राम्य तथा नागरिक क्षेत्रों में विभाजित कर दिया गया था। ग्रामीण क्षेत्रों को ६०० से ९५० व्यक्तियों के तथा नागरिक क्षेत्रों को ५०० से ८०० व्यक्तियों के मंडलों में बाँटा गया था। एक निरीक्षक ५-६ मंडलों का कार्य देखता था।

१९६१ की जनगणना के महत्वपूर्ण निष्कर्ष

(१) इस जनगणना के अनुसार १ मार्च सन् १९६२ को भारत की कुल जनसंख्या ४३ करोड़ ८० लाख थी। यह सख्या सन् ५१ की तुलना में ७ करोड़ ९० लाख अधिक है।

(२) सन् ५१ से ६१ तक के दस वर्षों में जनसंख्या की वृद्धि दर २१.४९% रही है। १९५१-५१ के बीच यह दर १३.३०% थी।

(३) जनसंख्या में वृद्धि की दर एक राज्य व दूसरे राज्य में तथा एक ही राज्य के एक भाग व दूसरे भाग में भिन्न रहा। जैसे जम्मू और काश्मीर में वृद्धि १.७२% रही और आसाम में ३४.३०%।

(४) देश में जनसंख्या का औसत घनत्व प्रतिवर्ग मीटर ३७८ व्यक्ति है। दिल्ली में ४६१४ और लक्षद्वीप में २९९२ थी।

(५) सन् १९५१ में साक्षरों की संख्या १६-६ प्रतिशत थी परन्तु इस जनगणना के अनुसार २३.७% हो गई। इस प्रकार साक्षरता प्रतिवर्ष ०.१% बढ़ी।

सन् १९५१ में साक्षर पुरुषों की संख्या २४.६% थी; ६१ में बढ़कर यह ३३.६% हो गई अर्थात् वृद्धि प्रतिवर्ष ०.६ प्रतिशत रही। स्त्रियों में साक्षरता सन् में ५१ में ७.६ प्रतिशत थी। यह ६१ में बढ़कर १२.८ प्रतिशत हो गई अर्थात् वृद्धि प्रतिवर्ष ०.४६ प्रतिशत रही।

(६) १९५१ की जनगणना के अनुसार पुरुषों व स्त्रियों की संख्या में १००० : ९४६ का सम्बन्ध था। सन् ६१ की जनगणना में यह सम्बन्ध इस प्रकार रहा १००० : ९४०। परिणाम यह निकला कि पुरुषों की तुलना में स्त्रियों की संख्या घट रही है।

(७) इस जनगणना के अनुसार जन्म-दर ४० है। मृत्यु-दर २७.६ में घटकर १६ हो गई।

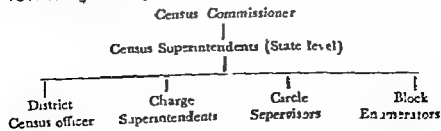
(८) पन्नाब राज्य में पुरुष व स्त्रिया का अनुपात १००० : ९६८ तथा बंगाल में १००० : ९०२२ था।

(९) नगर व देहात की जनसंख्या में सन् १९५१ की तुलना में कोई महत्वपूर्ण परिवर्तन नहीं हुआ। सन् १९५१ में नगरों की जनगणना सम्पूर्ण जनसंख्या की १७.३८% थी। १९६१ में यह १७.२४% रही।

(१०) १९५१ की जनगणना में वास्तविक जनसंख्या के १.१% कम लोग गिने गये। लगभग यही दसा १९६१ की जनगणना में भी रही।

जनगणना की व्यवस्था

भारत में जनगणना प्रति दसवें वर्ष होती है। इस कार्य के लिये कोई स्थायी संयुक्त नहीं है। जनगणना से लगभग एक वर्ष पूर्व जनगणना अधिनियम (Census Act) बनवाया जाता है। इस अधिनियम के अनुसार देश का प्रत्येक व्यक्ति जनगणना सम्बन्धी सूचना देने के लिये बाध्य होता है। लगभग १ वर्ष पूर्व केन्द्रिय सरकार जनगणना कमिश्नर व रजिस्ट्रार की नियुक्ति करती है। प्रत्येक राज्य में जनगणना अधीक्षक (Census Superintendent) की नियुक्ति होती है। ये जनगणना अधिकारियां (Census officer) की नियुक्त करते हैं या निरीक्षण (Supervisors) तथा गणकी की नियुक्ति करते हैं।



जनगणना के लगभग १ वर्ष पूर्व से जनगणना सम्बन्धी कार्य प्रारम्भ हो जाता है। सर्वप्रथम मकानों की सूचियाँ (House lists) तैयार की जाती हैं। जनगणना सम्बन्धी झाँकड़े उस वर्ष लगभग अप्रैल में प्रकाशित होते हैं।

गणक प्रायः स्कूलों के अध्यापक, नगरपालिकाओं व सरकारी दफ्तरों के क्लर्क, पटवारी, पंचायत मंत्री आदि होते हैं।

वास्तविक जनगणना से पूर्व इसका अभ्यास करा लिया जाता है। कर्मचारियों को तत्संबंधी प्रशिक्षण तथा पुस्तकें दी जाती हैं।

जन्म-मरण सम्बन्धी झाँकड़े

वर्तमान काल में जन्म-मरण सम्बन्धी झाँकड़ों का बहुत महत्त्व है। इन झाँकड़ों के माध्यम पर ही जन्म-दर, मृत्यु-दर आदि अनेक प्रकार की स्वास्थ्य सम्बन्धी सूचनायें प्राप्त की जाती हैं और इन सूचनाओं के द्वारा ही सरकार स्वास्थ्य सम्बन्धी कार्य करती है।

परन्तु दुःख का विषय है कि जन्म-मरण सम्बन्धी विद्वत्सनीय झाँकड़े अपने देश में उपलब्ध नहीं। आजकल इन झाँकड़ों को एकत्रित करने का कोई अखिल भारतीय संगठन नहीं। इन्हें एकत्रित करने के विभिन्न राज्यों में विभिन्न ढंग हैं। कुछ राज्यों में इस विषय में अधिनियम बने हैं और कुछ में नहीं। जहाँ अधिनियम बने हैं वहाँ उस अधिनियम के अनुसार और जहाँ नहीं बने हैं वहाँ नगरपालिकाओं के नियमों या पुलिस अधिनियम के अनुसार जन्म व मृत्यु सम्बन्धी झाँकड़े एकत्रित किये जाते हैं। ग्रामीण क्षेत्रों में यह कार्य चौकीदार, पटवारी या मुखिया के जिम्मे होता है। इनके द्वारा सूचना देने में अपेक्षित तत्परता नहीं मिलती। विवाहों के रजिस्ट्रेशन की कोई व्यवस्था नहीं। अधिकांश विवाह बिना रजिस्ट्रेशन के होते हैं।

नगरों में जन्म-मरण सम्बन्धी सूचनायें पत्र-पत्रिकाओं में प्रकाशित होती रहती हैं। हमारे देश में जन्म व मरण सम्बन्धी झाँकड़े स्वास्थ्य सेवाओं के संचालक (Director General of Health Services) के द्वारा वार्षिक विवरण के रूप में सम्पूर्ण देश के लिये प्रकाशित होते रहते हैं। पर इनमें पूर्ण शुद्धता नहीं रहती। यह कार्य अब गृह मन्त्रालय के अन्तर्गत रजिस्ट्रार जनरल व जनगणना कमिश्नर को दे दिया गया है। भाशा है इस विषय में अथ विद्वत्सनीय झाँकड़े प्राप्त हो सकेंगे।

भारत में जन्म-मरण सम्बन्धी समंको के दोषों को दूर करने के निम्न सुझाव हैं :—

(१) सूचनाओं को शीघ्र पाने के प्रयास—यह प्रयत्न होना चाहिये कि सूचना देने वालों में डिनाई न रहे। वे शीघ्रता से सूचनायें दें।

(२) सूचना देने वाले सुशिक्षित—यह भी आवश्यक है कि सूचना देने वाले सुशिक्षित हों। तभी वे शुद्धतापूर्वक सूचनायें दे सकेंगे।

(३) सभी भागों में संकलन—ये सूचनाएँ देश के सभी भागों में समान आधार पर एकत्रित की जानी चाहिये ताकि उनमें एकरूपता रहे ।

भारत की जनगणना के कुछ प्रमुख दोष

भारतीय जनगणना में निम्न दोष या कमियाँ हैं :—

(१) पेशों में वर्गीकरण का अभाव—एक जनगणना से दूसरी जनगणना में पेशों के वर्गीकरण में कोई समता नहीं । फलस्वरूप पेशों से सम्बन्धित माँकडों का व्यवस्थित अध्ययन कठिन है ।

(२) सूचकों की अज्ञानता—भ्रायु के सम्बन्ध में भारतीय माँकडे प्रायः अशुद्ध होते हैं । इसका मुख्य कारण सूचना देने वालों की अज्ञानता है । बहुत से लोग माँकडों के महत्व को न समझते हुये अपने रीति-रिवाजों से प्रभावित होकर गलत सूचनाएँ देते हैं । उदाहरणार्थ हिन्दू साधारणः अपनी अविवाहित लड़कियों की भ्रायु कम बताते हैं क्योंकि हिन्दू धर्म के अनुसार लड़कियों का विवाह कम आयु में ही हो जाना चाहिये । इसी प्रकार कुँबारे या विधुर अपनी भ्रायु कम बताते हैं तथा बूढ़े अपनी भ्रायु बढ़ाकर बताते हैं ।

(३) पर्दा प्रथा का दुप्रभाव—पर्दा-प्रथा तथा कठोर रीति-रिवाजों के कारण स्त्रियों से सम्बन्धित सूचनाएँ प्रायः अशुद्ध मिलती हैं । कारण यह है कि ये सूचनाएँ पुरुष गणको को स्त्रियों स्वयं नहीं देती बल्कि कोई अन्य पुरुष अनुमानतः दे देता है ।

(४) गणकों की अर्बैतनिक सेवा—गणको को इस कार्य के लिये कोई वेतन नहीं मिलता इसलिए वे सापरवाही से कार्य करते हैं । साधारणतः इनके कार्य करने की योग्यता की भी कमी होती है ।

(५) स्थायी विभाग नहीं है । इस कारण इस कार्य का उचित नियोजन व प्रारम्भ करने में अनेक बाधाएँ आती हैं ।

(६) सरकारी सहायता में अभाव की कमी—साधारणतः देश के बड़े-बड़े सहरों में सरकारी सहायता में अभाव नहीं मिलता फलस्वरूप गणना करते समय अनेक अनुद्विधा उपस्थित हो जाती हैं ।

(७) बहुउद्देश्यीय—एक ही साथ कई विभिन्न उद्देश्यों की पूर्ति के लिये जनगणना की जाती है इसलिये व्यय अधिक होने पर भी सुदृढता का अभाव रहता है ।

कृषि सम्बन्धी समंक

(Agricultural Statistics)

भारत एक कृषि प्रधान देश है । कृषि सम्बन्धी माँकडों का देश में प्राचीन काल से ही महत्व रहा है तथा उनका संग्रहण भी होता रहा है । भारतीय सरकार की भाष का एक बहुत बड़ा खंड भूमि के लगान के रूप में प्राप्त होता है । साधारणतः कृषि सम्बन्धी माँकडों में क्षेत्रों के क्षेत्रफल उपज की मात्रा, धीरे-धीरे

वस्तु का व्योरा, बोने व जोतने वाले व्यक्ति का नाम व पूरा पता, प्रत्येक खेत का भूमि-कर आदि आते हैं। कृषि सम्बन्धी आँकड़ों के संग्रहण का कार्य १८६६ से प्रा-तीय सरकारों ने करना प्रारम्भ किया है। तब से दिन प्रतिदिन इन आँकड़ों के संग्रहण के क्षेत्र का विस्तार होता गया और इनका महत्व भी बढ़ता गया। परन्तु उपलब्ध आँकड़ा म एकरूपता, शुद्धता एवं विश्वसनीयता का महान अभाव रहा है। इसका मुख्य कारण विभिन्न राज्यों में आँकड़े संग्रह करने की विभिन्न रीति है। आँकड़ों के संग्रह करने का कार्य-भार रेव यू विभाग और मुख्यतः पटवारियों पर रहता है जो प्रशासन तथा लगान एत्र करन के कार्य में व्यस्त रहने के कारण इस और विशेष ध्यान नहीं दे पाते।

काँग्रेस एग्रेरियन रिफार्मस कमेटी (The Congress Agrarian Reforms Committee 1949) १९४९ में विठाई गई जिसने लिखा है कि यद्यपि "भूमि कर के उद्देश्य से संग्रहित किए हुए आँकड़े पूर्ण हैं पर कृषि सम्बन्धी नीतियों के निर्माण के उपयोगी नहीं।" यह समिति श्री डब्ल्यू० आर० नायू की अध्यक्षता में बनाई गई थी और इसने अपनी रिपोर्ट में लिखा है कि देश के लिये शुद्ध आँकड़ों की बहुत आवश्यकता है। उपलब्ध आँकड़ों के सम्बन्ध में समिति ने निम्न दोषों की ओर इंगित किया :—

(१) अपूर्णता—भारत के कृषि सम्बन्धी आँकड़े अपूर्ण हैं। भूमि के कुछ भाग की पैमाइश ही नहीं हुई है और कुछ ऐम हैं जिनकी पैमाइश तो हुई है पर उनके सम्बन्ध में कोई रिपोर्ट नहीं प्राप्त होती है। फल व सरकारियों के उत्पादन सम्बन्धी आँकड़ों को संग्रह करने की ओर कम ध्यान दिया गया है।

(२) एकरूपता का अभाव—खेता के विभिन्न प्रकारों, क्षेत्रफल, एवं उत्पादन तथा पूर्वानुमानों में एकरूपता की बड़ी कमी है। फलस्वरूप किसी स्थायी व शुद्ध निर्माण पर पहुँचना कठिन हो जाता है।

(३) सारणीयन में दोष—संग्रह किये हुए आँकड़े तभी उपयोगी हो सकते हैं जब उनका उचित रीति से सारणीयन हो। कई राज्यों में ये आँकड़े तहसील तक ही इकट्ठे किये जाते हैं। फलस्वरूप पूरे राज्य के लिये इकट्ठे किये हुए आँकड़े नहीं प्राप्त होते।

(४) प्रारम्भिक संग्रहण में दोष—साधारणतः रंग्रण कार्य पटवारियों द्वारा किया जाता है। क्षेत्रफल व फसलों के विचार से उनके लेखे बहुत दोषपूर्ण होते हैं। उनकी उचित जाँच भी नहीं हो पाती। कारण यह है कि पटवारी व कानूनगो, तहसीलदार आदि कर्मचारी भूमि कर वसूलने तथा प्रशासन कार्य-भार से अधिक दब होते हैं और इस कार्य की ओर कम ध्यान देते हैं।

(५) नियोजन व समन्वय में दोष—इस सम्बन्ध में नियोजन का अभाव है तथा साथ एवं कृषि सम्बन्धी आँकड़ा में समन्वय नहीं है।

(६) प्रकाशन में देर—साधारणतः कृषि सम्बन्धी माँकड़ों के प्रकाशन में देर होती है। इसका कारण यह है कि पहले यह तहसील में जाते हैं फिर जिले में तथा फिर प्रान्त में और फिर पूरे प्रान्त के एक साथ जोड़ कर केंद्र में भेजे जाते हैं जहाँ वे छपते हैं। इस कार्य में देर हो जाती है और देर के कारण इनकी मद्दत कम हो जाती है।

(७) निरीक्षण में शोध—इन माँकड़ों के निरीक्षण की जिम्मेदारी कानूनगो, तहसीलदार आदि पर है। वे समय-समय पर जाते रहते हैं। उनका अधिक महत्वपूर्ण कार्य लगाने बसूल करना तथा प्रशासन सम्बन्धी प्रबंध करना है। इन कार्यों में व्यस्त रहने के कारण वे माँकड़ों के सफलता की ओर नहीं ध्यान देते।

इस समिति ने निम्न सुझावों के अभाव में कृषि सम्बन्धी किसी निश्चित नीति की सिफारिश नहीं की—(१) कृषि सम्बन्धी सर्वे और माप (२) कृषि करने वाले जनता की बेरोजगारी (३) ग्रामीण श्रम की मात्रा (४) कृषि करने वाले विभिन्न वर्गों की आर्थिक आवश्यकताएँ तथा उन्हें प्राप्त करने के साधन (५) ग्रामीण बचत और विनियोग (६) कृषि सम्बन्धी मजदूरी (७) कृषि सम्बन्धी कर आदि।

संयुक्त-राष्ट्र संघ की ओर से भी इस बात के प्रयत्न हुए कि कृषि सम्बन्धी माँकड़ों का सुधार हो। सरकार द्वारा भी कई प्रयत्न इस दिशा में किये गये। २५ सितम्बर १९५३ को केन्द्रीय कृषि मंत्री श्री पञ्चानन दत्तगुप्त की अध्यक्षता में राज्यों के कृषि एवं सहकारी मंत्रियों का अधिवेशन हुआ। भारत में कृषि सम्बन्धी माँकड़ों के सुधार के लिये निम्न सुझाव रखे गये :—

(१) पटवारी के कार्यों में कमी होनी चाहिये तथा प्रत्येक जिले में माँकड़ा के विषय में जिलाधीश की सहायता के लिये एक सांख्यिकीय अधिकारी (Statistical officer) की नियुक्ति होनी चाहिये।

(२) माँकड़ों के सङ्ग्रह करने वाला तथा रिपोर्ट देने वालों को इस विषय की जागरूकता का उचित प्रदर्शन होना चाहिये तथा उनके कार्यों की जाँच होनी चाहिये।

(३) क्षेत्रकृत सम्बन्धी माँकड़ों की विश्वव्यापकता में विकास का प्रबंध होना चाहिये।

(४) राज्यों को चाहिये कि वे सरकारी पूर्वनिर्दिष्टता का आधारे देव निर्देशन बनाते और उसमें अधिक से अधिक सुझाव लाने का प्रयत्न करें।

(५) भूमि सुधार कानूनों के साथ साथ ऐसा प्रयत्न होना चाहिये कि माँकड़ा में अधिक से अधिक सुधार हो।

(६) राज्य सरकारों को चाहिये कि समय-समय पर विशेष समिति द्वारा माँकड़े सङ्ग्रह करने वाले सङ्गठनों को कार्य-उत्पत्ति का जाँच करे और अधिक के लिए निश्चित नीति का निर्धारण करे।

नीचे हम अपने देश के विभिन्न कृषि समूहों की दशा पर विचार करेंगे :—

(१) क्षेत्रफल सम्बन्धी आंकड़े (Data Regarding Area)—क्षेत्रफल

सम्बन्धी आंकड़ों पर विचार करने से पूर्व हम देश को दो भागों में बाँट देते हैं—

(१) एक वह भाग जहाँ रयतवारी तथा ग्रस्याई बन्दोबस्त है। २० वर्ष बाद इन क्षेत्रों में सब गाँवों का पूर्णतः निरीक्षण किया जाता है और खेतों के नक्शे बनाये जाते हैं। इन क्षेत्रों में पटवारी, लेखपाल या ग्राम लेखक (Village Accountant) खेतों के लेखे तैयार करता है। उसके पास इन खेतों के विषय में कई प्रकार के रजिस्टर रहते हैं। उदाहरणार्थ खसरा जिनमें यह लेखा होता है कि किन खेतों में कितने क्षेत्रफल है तथा किसके द्वारा कौन सी फसल बोई गई है। खतीनी एक ऐसा रजिस्टर है जिसमें लगान, क्षेत्रफल आदि का पूरा व्यौरा होता है। यद्यपि यह आंकड़े काफी हद तक सही होते हैं फिर भी निम्न कारणों से पूर्ण शुद्ध नहीं होते :—

- (१) साधारणतः पटवारी परिवर्तन नहीं दिखाना चाहते और प्रतिवर्ष एक ही से आंकड़े दिखाते हैं।
- (२) पटवारी आंकड़ों के संग्रहण में लापरवाही करते हैं। प्रायः वे एक ही स्थान पर बैठकर लोगों से पूछ पूछ कर सूचनाएँ भर लेते हैं।
- (३) अधिक कार्य-भार एवं कम वेतन के कारण प्रायः पटवारी इस काम में दिलचस्पी नहीं लेते।
- (४) निरीक्षक एक उच्च अधिकारी भी शुद्धता के लिये प्रयत्न नहीं करते।
- (५) भेड़ों एवं नालियों की भी खेतों के क्षेत्रफल में शामिल कर लिया जाता है।
- (६) खेत जिस के अधिकार में है—इस विषय में भी बहुत गड़बड़ी रहती है। लोगों के दबाव में पटवारी गतल सूचनाएँ भर देते हैं।
- (७) जिन खेतों में बीज बोया गया पर नहीं जमा उन्हें भी बोई गई फसल के क्षेत्रफल में सम्मिलित कर लिया जाता है।
- (८) कभी-कभी ठीक समय पर सूचना न मिलने के कारण अनुमानतः सूचनाएँ भर ली जाती हैं।
- (९) मिश्रित फसलों के क्षेत्रफल की अलग-अलग दिखाने में बहुत असुविधा होती है।

देश में कुछ ऐसे भी भाग हैं जहाँ स्थायी बन्दोबस्त (Permanent Settlement) है। ऐसे भाग बिहार, बंगाल व उड़ीसा में मिलते हैं। यहाँ ग्राम लेखक व अन्य कर्मचारी नहीं होते। न तो गाँवों का निरीक्षण होता है और न नक्शे तैयार किये जाते हैं। इस भाग में रेवेन्यू विभाग के अधिकारियों को सूचनाओं के लिये पुलिस अधिकारियों का सहारा लेना पड़ता है। पुलिस के अधिकारी गाँव के मुखिया का सहारा लेते हैं। इसलिये ये आंकड़े पूर्णतः शुद्ध नहीं होते।

इन क्षेत्रों में फ़ील्डों के संग्रहण का कार्य ग्राम पंचायतों के सुदूर कर दिया गया है। सरकार इनकी सुदृढता और विश्वसनीयता की ओर विशेष ध्यान दे रही है। बिहार तथा उड़ीसा में यह कार्य विशेष अनुसन्धानकर्त्ताओं (Investigators) द्वारा किया जा रहा है। आशा है यद्विषय में अधिक सुदृढ और विश्वसनीय माँरडे प्राप्त हो सकेंगे।

(२) सामान्य उत्पत्ति (Normal Yield)

परम्परागत नीति (Traditional Method)—हजारों देश में प्रत्येक राज्य के कृषि विभाग के संचालक द्वारा प्रत्येक जिले में लिये बहुत सी फसल की सामान्य उत्पत्ति निर्धारित की जाती है। इस कार्य के लिये कृषि तथा रेवेन्यू विभाग के अधिकारियों द्वारा एक औसत प्रकारकी भूमि चुनी जाती है। औसत प्रकारकी परिस्थितियाँ के बीच उसमें बीज लगाया जाता है और एक जाने पर फसल को काट कर उपज की रिपोर्ट कृषि विभाग के संचालक के पास भेज दी जाती है जो अन्य प्रकारकी परिस्थितियों पर विचार करके सामान्य उत्पत्ति निर्धारित कर देता है। इस प्रकार सामान्य उत्पत्ति निर्धारण की बड़ी मात्तोचनाएँ हुई हैं। कारण यह है कि ऐस प्रयोगों की सच्चा अप्रत्याश होती है तथा प्रयोग के लिये सैतों का चुनाव देव निदर्शन (Random Sampling) के बजाय मविचार प्रकरण (Purpose or Deliberate Selection) के आधार पर होता है। इस कारण चुनाव पर स्थानीय अधिकारियों की व्यक्तिगत रुचि, भावनामा एव प्रवृत्तियाँ का बड़ा महारा प्रभाव पडता है। एक बात और ध्यान देने की यह है कि जहाँ लोग यह प्रयोग करते हैं के ग्राम पञ्चों के भार से दूरे होते हैं इसलिये इस कार्य में बहुत शिलक्षणी नहीं लेने। मतः इस प्रकार प्राप्त की गई सामान्य उत्पत्ति जिले की उपज का सही प्रतिनिधित्व नहीं कर सकती। इसमें अनेक प्रकारकी अनुदियों के आ जाने की सम्भावना होती है।

देव निदर्शन रीति (Random Sampling Method)—उत्पत्ति मागणन की यह रीति बहुत वैज्ञानिक है और इसका प्रयोग सर्वप्रथम १९२३ में बिहार व उड़ीसा में हुआ, पर इससे कुछ विशेष लाभ न रहा। द्वितीय युद्ध के समय में अब इन फ़ील्डों का महत्त्व बहुत बढ़ गया तब इस रीति का सारे देश में बृहत् प्रयोग हुआ। यह कार्य इंडियन कॉर्पोरेशन ऑफ एग्रीकल्चरल रिसर्च (I. C. A. R.) के सहायकत्व में हुआ। इस रीति में विभिन्न स्थानों में देव निदर्शन पर निर्भर रहना पडता है। सबसे पहलें प्रत्येक तहसील या ताल्लुका में कुछ गाँव चुने जाने हैं और फिर सैत और इन सैतों में फसलों को दी जाती हैं, फिर उन सैतों में से देव निदर्शन में दो सैत सैत चुन लिये जाने हैं और उनकी उपज की मात्ता की रिपोर्ट कृषि संचालक के पास भेज दी जाती है, जो विदेय प्रयोगों के आधार पर अन्तःत्ता में नमी माँरडे का विचार करके सामान्य उत्पत्ति निर्धारित कर देता है।

भूमि उपयोगिता सम्बन्धी आँकड़े (Land Utilization Statistics)

इस प्रकार के आँकड़े ग्राम्यायी बन्दोबस्त वाले भागों में मिलते हैं। गाँव का पटवारी या लेखपाल इनकी रिपोर्ट तहसील में करता है और फिर यह आँकड़े तहसील से जिले में और जिले से प्रान्त में भेज दिये जाते हैं जहाँ संकलित होकर सारे प्रान्त के लिये छपते हैं। पटवारियों की गसावधानी के कारण ये दोषपूर्ण होते हैं। ग्राम्यायी बन्दोबस्त वाले भागों के विषय में यह आँकड़े विश्वसनीय रूप में उपलब्ध नहीं हैं क्योंकि यहाँ न तो पटवारी होते हैं और न कोई लेखे।

साधारणतः भूमि उपयोगिता सम्बन्धी निम्न आँकड़े देय में उपलब्ध हैं :—

- (१) क्षेत्रफल का वर्गीकरण
- (२) बोये हुए क्षेत्रों का क्षेत्रफल—फसल के अनुसार
- (३) सिंचित भूमि

इनमें भी प्रायः वही दोष मिलते हैं। पटवारियों की सापरवाही तथा उनके कार्य-भार के अधिक्य के कारण ये आँकड़े विश्वसनीय नहीं होते। तहसीलदारों तथा जिलाधीशों द्वारा निहाले गये परिणाम भी माध्य (Medium) के रूप में नहीं होते। वे प्रायः ऐसे ग्रंथ लेते हैं जिनकी भावृत्ति सबसे अधिक होती है।

व्यापार सम्बन्धी समंके (Trade Statistics)

भारत में व्यापार सम्बन्धी आँकड़े पर्याप्त मात्रा में तथा संतोषजनक रूप में पाये जाते हैं। मुख्यतः ये आँकड़े वाणिज्य सूचना विभाग (Department of Commercial Intelligence) द्वारा संकलित एवं प्रकाशित किये जाते हैं। इस विभाग में १९२२ में कलकत्ता में एक सांख्यिकीय विभाग की स्थापना की जो भारत सरकार व व्यापारिक जनता के बीच एक महत्वपूर्ण कड़ी का काम करता है और भारत के देशी व विदेशी व्यापार सम्बन्धी आँकड़े व सूचनार्थ प्रकाशित करता है।

वाणिज्य सूचना विभाग के संचालक के द्वारा व्यापार सम्बन्धी बहुत सारियकीय प्रकाशन होता है। अन्य प्रकाशन भारत सरकार के अन्य विभागों द्वारा होते हैं। इन प्रकाशनों में से कुछ प्रमुख निम्न हैं :—

(१) भारत का विदेशी (समुद्र, वायु तथा भूमि द्वारा) व्यापार और जहाजरानी सम्बन्धी लेखे (The Account relating to the Foreign (Sea, air and Land) Trade & Navigation of India)—यह एक मासिक प्रकाशन है जो वाणिज्य सूचना विभाग की ओर से प्रकाशित होता है। इसमें समुद्र, भूमि या वायु द्वारा किये गये विदेशी व्यापार का विवरण होता है। वस्तुओं की सुविधा के विचार से पाँच वर्गों में बाँटा गया है :—

- (१) खाद्य पदार्थ, पेय पदार्थ व तम्बाकू।
- (२) कच्चा माल
- (३) निर्मित माल

- (४) जीवित पशु
(५) आक की वस्तुएँ ।

(२) समुद्र द्वारा किये गये विदेशी भारतीय व्यापार का वार्षिक विवरण भाग १ व २ (Annual Statement of the Foreign (Sea-borne Trade of India Vol. I & II)—यह एक महत्वपूर्ण वार्षिक प्रकाशन है जिसमें भारत के साथ प्रत्येक देश के व्यापार का विवरण होता है ।

(३) भारत के तटीय व्यापार तथा जहाजरानी सम्बन्धी लेखे (Accounts Relating to Coastal Trade and Navigation of India)—यह एक मासिक प्रकाशन है । इसमें भारत के विभिन्न बन्दरगाहों पर घाने घोर जाने वाले जहाजों की संख्या तथा भार सम्बन्धी आंकड़े छपते हैं । जहाजों की संख्या स्वामित्व व राष्ट्रियता सम्बन्धी विवरण भी छपता है ।

(४) भारतीय संघ का सीमा कर तथा उत्पादन कर विवरण (Customs and Excise Revenue Statement of Indian Union)—यह प्रयाप्त व निर्यात का मासिक विवरण प्रकाशित करता है । जिन देशों में भारत का व्यापार है उनके इस देश के साथ व्यापार सम्बन्धी विवरण इसमें प्रकाशित होता है ।

(५) वार्षिक विदेशी व्यापार सम्बन्धी समंक (Annual Foreign Trade Statistics)—यह एक वार्षिक प्रकाशन है जो दो भागों में प्रकाशित होता है । इसमें भारत के विदेशी व्यापार के मुख्य, मात्रा सम्बन्धी वित्तुत विवरण होता है ।

(६) भारत के अन्तर्देशीय (रेल या नदी द्वारा) व्यापार सम्बन्धी लेखे (Accounts Relating to the Inland (Rail & Riverborne) Trade of India)—इसमें एक राज्य से दूसरे राज्य को किये जाने वाले व्यापार का वित्तुत विवरण होता है ।

(७) व्यापार की समीक्षा (Review of the Trade of India)—यह एक वार्षिक प्रकाशन है जो वार्षिक एवं उद्योग मन्त्रालय के मासिक सलाहकार द्वारा प्रकाशित किया जाता है । इसमें देश के व्यापार की मासिक प्रवृत्तियों घोर विदेशी व्यापार का, विवरण रहता है ।

(८) ग्रन्थ प्रकाशन (Publications)—ग्रन्थ कम महत्वपूर्ण प्रकाशन निम्न हैं :—

(क) भारत पाकिस्तान व्यापार समंक (India Pakistan Trade Statistics)—यह एक मासिक प्रकाशन है ।

(ख) भारत की वस्तु तथा खेल सम्बन्धी भास का निर्यात (Export of Indian Artware & Sports Goods)—यह एक मासिक प्रकाशन है ।

(ग) भारतीय सीमाकर (Indian Custom Tariff)—यह एक वार्षिक प्रकाशन है ।

राष्ट्रीय आय सम्बन्धी समंक (National Income Statistics)

“राष्ट्रीय आय किसी देश में एक वर्ष में उत्पादित की हुई या उपभोग की हुई सभी वस्तुओं और सेवाओं का योग है।”¹

वाशले रावर्टसन कमेटी (१९३४) ने राष्ट्रीय आय की परिभाषा इस प्रकार की है— ‘राष्ट्रीय आय, वर्ष में देश के निवासियों को प्राप्त हुई वस्तुओं तथा सेवाओं के समूह (उनके व्यक्तिगत या सामूहिक धन में हुई शुद्ध वृद्धि सहित या शुद्ध घटती की निकाल कर) का द्रव्य माप है।’²

राष्ट्रीय आय के मापने के लिये वाशले रावर्टसन कमेटी ने दो रीतियाँ बताई हैं :—

(१) उत्पादन सगणना रीति (Census of Production Method)— इस रीति के अनुसार राष्ट्रीय उत्पादक व्यक्तियों उदाहरणार्थ कृषि, खान आदि के विभिन्न वस्तुओं के शुद्ध वार्षिक उत्पादन (Net annual output) का उत्पादन विन्दु मूल्यांकन करते हैं। फिर निम्नलिखित को जोड़ना चाहिए :—

- (१) देश में उत्पन्न तथा आयात किये गये मालों के लिये आयात तथा विनय एजेंसी द्वारा की गई सेवाओं का मूल्य।
- (२) आयातों (मोने व चांदी सहित) का मूल्य।
- (३) सभी प्रकार की व्यक्तिगत सेवाओं का मूल्य।
- (४) गृह-उत्पादित वस्तुओं पर उत्पादन कर (Excise Duty) तथा आयात पर आयात कर (Customs Duty)।
- (५) भवनों के वार्षिक किराये—चाहे उनमें मालिक रहते हों या किरायेदार।
- (६) देश के विदेशी पावनों (Foreign balances) में वृद्धि या व्यक्तियों की व्यक्तिगत प्रभृतियों (Securities) में वृद्धि।

इनमें से निम्न को घटाना चाहिए :—

- (१) निर्यातों (मोने व चांदी सहित) का मूल्य।
- (२) विदेशी पावनों में हुई घटती (Decrement in Foreign Balances) या देश में विदेशियों की प्रतिभृतियों में हुई वृद्धि।

(३) प्रचल पूँजी की वनाय रखने के लिये उपभोग की गई वस्तुओं का मूल्य तथा गृह उत्पादन में उपभोग किये कच्चे माल का मूल्य।

1. National Income is the sum of all goods and services produced or consumed in a country during a year.
2. The national Income is the money measure of the aggregate of goods services accruing to the inhabitants of a country during a year, including net increments to or excluding net decrements from their individual or collective wealth

समिति ने अनुसंधान के क्षेत्रों का निम्न दो वर्गीकरण किया है :—

(अ) ग्रामीण अनुसंधान (Rural Survey)—उन क्षेत्रों के माप के मापणन के लिये यादृच्छिक चुनाव (Random Sampling) के माध्यम पर कुछ गाँव चुन लिये जायें फिर उन गाँवों में गहन अनुसंधान (Intensive Survey) द्वारा सब यस्तुओं पर सेवाओं के मूल्य का मापणन किया जाय ।

(ब) शहरी अनुसंधान (Urban Survey)—उन नगरों के परिवारों के व्यवसायों का न्यादर्श जाँच (Sample Inquiry) किया जाय, जिनके विश्वविद्यालय व विशाल संशोधन प्रयोगशाला के अनुसंधान करने में समर्थ हो । सत्परवात् कुछ नगरीय अनुसंधान कर्त्तव्यों द्वारा अन्य चुने हुए नगरों का अनुसंधान किया जाय ।

इसके दो ढंग हैं :—

(I) व्यवसायी प्रणाली (By Occupation)—इस रीति में नगर के लोगों को वेधे के अनुसार विभिन्न वर्गों में बाँट लेते हैं और फिर प्रचलित मजदूरी दर के अनुसार प्रत्येक व्यक्ति की माप का मापणन करते हैं ।

(II) पारिवारिक प्रणाली (By Family)—इस रीति में नगर को ३०,००० घरों वाले गाँवों में विभाजित कर देते हैं फिर यादृच्छिक (Random Sampling) द्वारा प्रत्येक गाँव में से १००० घर चुन कर प्रत्येक व्यक्ति की माप का मापणन करते हैं ।

(२) आय मापणन रीति (Census of Income Method)—इस रीति के अनुसार किसी विशेष वर्ष में देत में रहने वाले सभी व्यक्तियों की कुल आय का योग कर देते हैं । इसमें निम्न सावधानियों की आवश्यकता है :—

(१) किसी व्यक्ति की आय निश्चित करते समय उसकी कुल उत्पत्ति तथा उसके द्वारा उपभोग की गई वस्तुओं के उत्पादन स्थान पर विक्रय मूल्य की दर को मूल्यांकन करते जोड़ देना चाहिए ।

(२) उसमें द्वारा प्रयोग किये गये भवनों का वार्षिक किराया भी जोड़ देना चाहिए ।

() उसमें द्वारा दिया गया ब्याज घटा देना चाहिए ।

(४) सभी व्यक्तियों की आय को प्रत्यक्ष करों (Direct Taxes) को प्रदान करने से पूर्व सम्मिलित करना चाहिए ।

(५) इनमें कम्पनियों के अवितरित लाभों और सरकारी व्यवसायों के मुद्र लाभों, धायात करों (Customs), उत्पादन कर (Excise duty) टिकटों (Stamps Duty) तथा स्थायी कर आदि से होने वाले अन्य सरकारी आय को जोड़ देना चाहिए ।

(६) सरकारी ऋण पर ब्याज तथा सरकारी कर्मचारियों की वेतन - । देनी चाहिये ।

इंग्लैंड में राष्ट्रीय आय निकालने के लिये ये रीतियाँ काम में लाई जाती हैं।

साधारणतः उत्पादन संगणना रीति (Census of Production Method) अधिक प्रयोग किया जाता है। भारत के लिये समिति ने दोनों रीतियों के सम्मिश्रण को ठोक बनाया है।

राष्ट्रीय आय को मापन करने की अन्य दो रीतियाँ निम्न हैं :—

(३) सामाजिक लेखांकन विधि (Social Accounting Method)—इस रीति में विभिन्न प्रकार के लेखाओं और लेन-देनों को विभिन्न वर्गों में बाँटा जाता है। इन विभिन्न वर्गों के योग का समूहीकरण करके राष्ट्रीय आय प्राप्त किया जाता है। इस रीति को सफल बनाने के लिये यह आवश्यक है कि लेखे बड़ी शुद्धता व सावधानीपूर्वक रखे जायें। हमारे देश में, जहाँ अधिकांश लोग धर्मिणित हैं—यह रीति उपयुक्त नहीं।

(४) व्यय गणना विधि (Expenditure Method)—इस रीति में राष्ट्रीय व्यय और वचन के योग को प्राप्त करके राष्ट्रीय आय का अनुमान करते हैं। इस प्रकार राष्ट्रीय आय निकालने समय निम्न चीजों को जोड़ देने हैं :—

- (१) अंतिम उपभोग पर होने वाला व्यय
- (२) विनियोग किया हुआ धन
- (३) मजबूत किया हुआ धन।

यह रीति कठिन है क्योंकि प्रत्येक व्यक्ति के वार्षिक व्यय, विनियोग या संघय का अनुमान लगाना दुष्कर कार्य है।

भारत में राष्ट्रीय आय का अनुमान

भारत में राष्ट्रीय आय का अनुमान विभिन्न विद्वानों ने समय-समय पर किया है। उनमें से कुछ प्रमुख विद्वानों का भागण निम्न है :—

| नाम | वर्ष | प्रति व्यक्ति राष्ट्रीय आय (रुपयों में) |
|-------------------------|----------------------|--|
| १. दाश भाई नौरोजी | १८६८ | २० |
| २. बेरिंग तथा बारबूर | १८८२ | २७ |
| ३. लॉर्ड बर्जस | १८९७-९८ | ३० |
| ४. डिगबी | १८९९ | १७-५ |
| ५. वी० एन० शर्मा | १९११ | ५० |
| ६. बकील तथा मुरन्जन | १९१०-१४ | ५८-५ |
| ७. वाडिया और जोशी | १९१३-१४ | ४४-५ |
| ८. फिट्जे सिपस | १९२१ | १०७ |
| ९. शाह और खन्वाता | १९२१ | ६७ |
| १०. वी० के० भार० वी राव | { १९२५-२९ १९३१-३२ | { ७६ ६५ |

अनेक विद्वानों का विचार है कि अनेक प्रकार की कठिनाइयाँ एवं बाधाओं की अपेक्षाएँ के कारण ये आंकड़ों बहुत विश्वनीय नहीं प्रारम्भिक प्रयत्नों में तो अधिकांश आर्थिक भावनाओं से प्रेरित होकर किये गये थे। परन्तु राष्ट्र-भाषना से प्रेरित भारतीयों ने अंग्रेजी शासन-काल में बहुत निर्धनता दिखाने का प्रयास किया तथा अंग्रेजी सरकार द्वारा राष्ट्रीय आय अधिनियम दिखाने का प्रयास किया गया। देश में स्वतन्त्र होने पर समदर्शी अर्थशास्त्रियों ने इस कार्य का भार लिया। डा० राय के अनुमान सबसे अधिक विश्वास के योग्य माने जाते हैं। उन्होंने उत्पादन-संगणना तथा आय-संगणना दोनों रीतियों का प्रयोग किया।

राष्ट्रीय आय समिति (National Income Committee)

स्वतंत्रता के उपरांत राष्ट्रीय सरकार ने राष्ट्रीय आय की अविश्वनीयता को हीमता के अनुभव किया और अगस्त १९४६ में प्रो० पी० सी० महापात्रोविच की अध्यक्षता में एक समिति बनाई। प्रा० डॉ० आर० बेंडगिल व डा० बी० के० आर० बी० राय उक्त समिति के सदस्य थे। इस समिति की निम्न कार्य भार दिया गया :—

- (१) राष्ट्रीय आय के सम्बन्धित एक प्रतिवेदन तैयार करना।
- (२) उपलब्ध आँकड़ों में सुधार एवं अथ आवश्यक आँकड़ों के संग्रहण के लिये उपाय बताना।
- (३) राष्ट्रीय आय के क्षेत्र के अनुसंधान के लिये उपायों की विचारणा करना।

इस कार्य के लिये सरकार ने विदेशी विद्वानों को भी आमन्त्रित किया। प्रो० साइमन कुज़नेट्स (Prof. Simon Kuznets), श्री जे० आर० एन० स्टोन (Mr. J. R. N. Stone) तथा डा० जे० बी० बर्कसन (Dr. J. H. Berkson) सन् १९४०-४१ में भारत आये। समिति ने पहला प्रतिवेदन १५ अगस्त सन् १९५१ को और अन्तिम परंपरी सन् १९५४ को दिया। इनके अनुसार राष्ट्रीय आय आगणना किसी देश के एक निश्चित समय की उत्पादित वस्तुओं एवं सेवाओं की मात्रा का माप करता है। राष्ट्रीय आय के आगणन का यह पहला वैज्ञानिक प्रयत्न है।

समिति द्वारा प्रकाशित राष्ट्रीय आय सम्बन्धी प्रांशुके निम्न हैं :—

| वर्ष | प्रति व्यक्ति आय | |
|---------|-------------------------|------------------------------|
| | चातुर कीमतों के आधार पर | १९४८-४९ की कीमतों के आधार पर |
| १९४१-४२ | २७४.० | २५०.१ |
| १९४२-४३ | २६६.४ | २५६.६ |
| १९४३-४४ | २८०.७ | २६८.७ |
| १९४४-४५ | २५४.२ | २७१.९ |
| १९४५-४६ | २६०.६ | २७३.६ |
| १९४६-४७ | २९१.५ | २८३.५ |
| १९४७-४८ | २८९.८ | २७७.१ |
| १९४८-४९ | ३१६.५ | २९२.६ |
| १९४९-६० | ३१८.४ | २९१.६ |

राष्ट्रीय आय के अनुमान की उपयोगितायें

राष्ट्रीय आय के अनुमान की निम्न उपयोगितायें हैं :—

(१) आर्थिक उन्नति का माप—इनके द्वारा देश की आर्थिक उन्नति का मापन होता है कि प्रत्येक समय के भीतर आर्थिक दृष्टि से देश ने कितनी उन्नति या प्रवृत्ति की है।

(२) आर्थिक नीति निर्धारित करने में सहायक—इसकी सहायता से आर्थिक नीति का निर्धारण होता है कि कितने विनियोग पर कितनी राष्ट्रीय आय बची है तथा भविष्य में क्या नीति रखी जाय।

(३) आर्थिक उन्नति का तुलनात्मक अध्ययन—इसकी सहायता से देश में विभिन्न वर्षों में हुई आर्थिक प्रगति का तुलनात्मक अध्ययन होता है। अन्य देशों से भी तुलना सम्भव ही जाती है।

(४) योजना में बहुत सहायक—इसी के आधार पर आर्थिक योजनाओं का निर्माण होता है क्योंकि राष्ट्रीय आय कितनी है? कितने समय में कितनी वृद्धि करनी है? साधन क्या हैं? यह सब निश्चित करना पड़ता है।

(५) रहन-सहन के स्तर में परिवर्तन का अनुमान—इसकी सहायता से किसी देश या भूभाग के लोगों के रहन-सहन के स्तर में होने वाले परिवर्तन की दिशा व मात्रा का ज्ञान होता है।

(६) समाज के विभिन्न वर्गों में आय के वितरण का अनुमान—राष्ट्रीय आय के अनुमान से समाज के विभिन्न वर्गों में आय के वितरण का अनुमान होता है और इस प्रकार इस विषयता को दूर करने में कदम उठाये जा सकते हैं।

(७) श्राय व्यय व वचन का अनुमान—राष्ट्रीय श्राय के प्रागणन से श्राय, व्यय व वचन का अनुमान हो सकता है और उनमें उचित अनुपात रखने की दिशा में प्रयत्न किये जा सकते हैं।

भारत की राष्ट्रीय श्राय के अनुमान में कठिनाइयाँ

भारत की राष्ट्रीय श्राय के अनुमान में निम्न कठिनाइयाँ हैं :—

(१) झौंकड़े झपूर्ये—भारत में उत्पादन सम्बन्धी झौंकड़े बहुत षपूर्ये हैं और इन्हों के प्राधार पर राष्ट्रीय श्राय का प्रागणन होता है।

(२) उपसर्ग झौंकड़े प्रविश्वसनीय—जो सप्तक मिलते हैं वे भी प्रविश्वसनीय है क्यकि उनके सकलन की रीति असतोपजनक है।

(३) पेसेवार विभाजन दोषपूर्ये—सोनों का पेसेवार विभाजन भी दोषपूर्ये हैं इसलिये प्रागणन में चुठता की षम प्राशा रहती है।

(४) देश की विशालता—देश इतना बडा है कि सम्पूर्ये उत्पादन में सेवाओं का अनुमान लगाना बहुत कठिन है।

(५) देश की विक्रियता—हमारे देश में खान-पान व बोल-बाल प्रादि में इतनी विक्रियता है कि इसके कारण सप्तान प्राधार पर राष्ट्रीय श्राय का प्रागणन कठिन है।

(६) प्रशिक्षा—देश में अप्रिष्ठा जनता प्रशिक्षित है। इसलिये लोग षपनी श्राय, व्यय व उत्पादन प्रादि सम्बन्धी लेने नहीं रखते।

(७) निर्धनता—निर्धनता के कारण भी लोग षपनी दगा का ठीक विवरण देना लज्जा का विषय समझते हैं तथा हीन भावना में दबे रहते हैं।

(८) वस्तु विनिमय—देश में बहुत से भागा में वस्तु विनिमय के कारण उसके मूल्य का ठीक अनुमान नहीं हो पाता जो राष्ट्रीय श्राय के प्रागणन के लिये प्रावश्यक है।

(९) उत्पादित परार्थ का बाजार में न आना—देश की बहुत से उत्पादित वस्तुमें बाजार में नहीं आती और उनका उपभोग हो जाता है। इसलिये उत्पादन सम्बन्धी ठीक अनुमान नहीं हो पाता।

(१०) श्राय, व्यय व विनियोग से सम्बन्धित प्रारंभों का अभाव—देश में श्राय, व्यय व विनियोग तथा पूँजी से सम्बन्धित झौंकड़ों का सर्वथा अभाव है।

(११) वस्तुओं और सेवाओं के मूल्यांकन में दोष—वस्तुधा तथा सेवाओं की किस प्राधार पर मूल्यांकित किया जाय यह एक विकट समस्या है। इस कारण भी, राष्ट्रीय श्राय के प्रागणन में बाधा उपस्थित होती है।

सुझाव—राष्ट्रीय श्राय समिति ने निम्न प्रमुख सुझाव दिये हैं :—

(१) राष्ट्रीय श्राय के प्रागणन के लिये प्रावश्यक झौंकड़ा की उपसर्ग के लिये प्रावश्यक प्रदर्शन होना चाहिये।

(२) कृषि के सम्बन्ध में जिन स्थानों के आँकड़ों के सम्ग्रह की रिपोर्ट सरकार को नहीं होती वहाँ की होने की व्यवस्था होनी चाहिये ।

(३) केन्द्रीय सरकार को ऐसी व्यवस्था करनी चाहिये कि वित्री कर (Sales Tax) सम्बन्धी आँकड़ा म एकस्पता रहे ।

(४) मजदूरी, बेरोजगारी व श्रम सम्बन्धी आँकड़ों के सफलता का भार क्षेत्र व्यूरी पर होना चाहिये ।

(५) राष्ट्रीय आय इकाई (The National Income Unit) की मया समय सिफारशों के कार्यान्वित होने के विषय में प्रयत्नशील होने चाहिये ।

(६) विश्वविद्यालयों तथा अन्य अनुसंधान संस्थाओं द्वारा भी इस विषय में राष्ट्रीय आय समिति से परामर्श करके उसका सहयोग करना चाहिये ।

औद्योगिक समंक (Industrial Statistics)

किसी भी देश के लिये उद्योगों से सम्बन्धित सूचनायें बहुत महत्वपूर्ण हैं । इसकी सहायता से उद्योगों के विषय में अनेक प्रकार की जानकारीयाँ प्राप्त होती हैं और उनके विषय में महत्वपूर्ण निर्णय किये जाते हैं । १९४२ से पूर्व उद्योगों में सम्बन्धित आँकड़े एकत्र करना विभिन्न व्यवस्थाओं की झुंटा पर निर्भर करता था । १९३६ के औद्योगिक सम्मेलन और १९४१ के श्रम मंत्रियों के सम्मेलन में यह प्रश्न उठाया गया और फरवरी १९४२ में औद्योगिक समंक अधिनियम (Industrial Statistics Act) बना । इसके अनुसार राज्य सरकारों को यह अधिकार दिया गया कि वे समंक अधिकारी की नियुक्ति करके किसी भी उद्योग से सम्बन्धित सूचनायें प्राप्त कर सकती हैं और इस विषय से सम्बन्धित नियम बना सकती हैं । इस अधिनियम के अनुसार निम्न विषयों के बारे में आँकड़े एकत्रित किये जा सकते हैं :—

- (१) वस्तुओं के मूल्य
- (२) श्रमिकों के जीवन-निर्वाह की दशायें
- (३) श्रमिकों की संख्या
- (४) किराया
- (५) बर्ज
- (६) म्रग
- (७) श्रमिकों का प्राविडेंट फंड व अन्य फंड
- (८) कार्य के घटे
- (९) अन्य सुविधायें
- (१०) बेरोजगारी
- (११) औद्योगिक म्रगडे ।

यह अधिनियम १९४५ में लागू हुआ और केन्द्र में औद्योगिक समंक मंचालक Director of Industrial Statistics) की नियुक्ति हुई और 'औद्योगिक निर्माण

संगणना नियम' (Census of Manufacturing Industries Rules) बनाये गये। १९४६ में उद्योगों से सम्बन्धित पर्याप्त सूचनाएँ एकत्रित की गईं तब से प्रति वर्ष एकत्रित की जा रही हैं। सन् १९५३ में इसके क्षेत्र को धीरे धीरे व्यापक बनाने के लिये समक सवलन अधिनियम (Collection of Statistics Act) बना। १९५१ को आधार मानकर औद्योगिक उत्पादन निर्देशक उद्योगों को संख्या निम्न है :—

| | निर्देशक | विद्युत् परिवालित उद्योगों की संख्या |
|---------|----------|--------------------------------------|
| १९५५-५६ | १२२ | ८८०६ |
| १९५६-५७ | १३३ | ९८७८ |
| १९५७-५८ | १३७ | १११७७ |
| १९५८-५९ | १४० | १२८३७ |
| १९५९-६० | १५२ | १५०२९ |
| १९६०-६१ | १७० | १७०३७ |

उद्योगों से सम्बन्धित सूचनाएँ 'औद्योगिक निर्माण संख्या' (Census of Manufacturing Industries) के नाम से प्रकाशित किया जाता है। इस सम्बन्ध में निम्न सूचनाएँ एकत्रित की जाती हैं :—

भाग क—सामान्य सूचना जैसे नाम, स्थान, मालिकों व प्रबन्धकों का नाम व पता आदि।

भाग ख—पूँजी सम्बन्धी विस्तृत सूचना।

भाग ग—श्रम सम्बन्धी सूचना जैसे उनकी संख्या, काम के घट, मजूदारी, म-य सुविधायें आदि।

भाग घ—चालक शक्ति सम्बन्धी सूचना।

भाग ङ—बच्चे माल सम्बन्धी सूचना।

भाग च—उत्पादन सम्बन्धी सूचना जैसे उत्पादन की मात्रा, उत्पादन व्यय, मूल्य आदि।

इसके प्रतिरिक्त निम्न अन्य प्रकाशनों में उद्योगों से सम्बन्धित सूचनाएँ प्राप्त होती हैं :—

(1) *Monthly Statistics of the Production of Selected Industries in India*—इस मासिक पत्रिका में लगभग ९० उद्योगों से सम्बन्धित सूचनाएँ प्रकाशित होती हैं। इसके अनुसार उद्योगों को तीन वर्गों में बाँटा गया है :—

(क) ताद सोदने के उद्योग।

(ख) निर्माण सम्बन्धी उद्योग।

(ग) विजली तथा शक्ति सम्बन्धी उद्योग।

(2) *Monthly Statistics of Cotton Spinning and Weaving in Indian Mills*—इस मासिक प्रकाशन में सूता बपड़े के उद्योगों से सम्बन्धित विभिन्न सूचनाएँ प्रकाशित होती हैं।

(3) **Large Industrial Establishments in India**—इस प्रकाशन में बड़े उद्योगों से सम्बन्धित सूचनाएँ होती हैं।

(4) **Monthly Coal Bulletin**—यह मासिक प्रकाशन खानों के प्रधान निरीक्षण द्वारा प्रकाशित किया जाता है। कोयले के उत्पादन से सम्बन्धित महत्वपूर्ण सूचनाएँ इसमें होती हैं।

(5) **Statistics of Factories**—इस प्रकाशन में कारखानों के विषय में आँकड़े प्रकाशित किये जाते हैं।

(6) **Monthly Survey of Business Conditions in India**—इस मासिक प्रकाशन में भारतवर्ष में विभिन्न व्यवसायों से सम्बन्धित महत्वपूर्ण आँकड़े प्रकाशित होते हैं।

(7) **Journal of Industry & Trade**—उद्योग व व्यापार से सम्बन्धित सूचनाएँ इस प्रकाशन में दी जाती हैं।

(8) **Statistical Abstract of India**—इस प्रकाशन में भी उद्योग से सम्बन्धित बहुत सी सूचनाएँ होती हैं।

श्रीयोगिक समकों का महत्व

श्रीयोगिक समकों का निम्नलिखित महत्व है :—

(१) उद्योगों का विकास—इन सूचनाओं के आधार पर ही उद्योगों का विकास सम्भव है।

(२) संतुलन सम्भव—इन सूचनाओं के द्वारा ही सरकार विभिन्न उद्योगों में संतुलन का प्रयत्न करती है।

(३) नियोजन के लिये आवश्यक—योजनाएँ इन समकों के आधार पर ही बनाई जाती हैं।

(४) तुलना सम्भव—इन समकों की सहायता से अपने ही देश के विभिन्न भू-भागों या अन्य देशों से तुलना सम्भव हो पाती है ताकि प्रगति का अनुमान लगाया जा सके।

(५) संरक्षण नीति में सहायक—इन आँकड़ों के आधार पर ही सरकार अपनी संरक्षण नीति निश्चित करती है कि किन उद्योगों की रक्षा ऐसी है जिन्हें संरक्षण देना न्यायोचित है।

(६) बेरोजगारी का अनुमान—इनकी सहायता से श्रौद्योगिक क्षेत्र में बेरोजगारी का अनुमान लगाया जा सकता है।

(७) सरकार की श्रौद्योगिक नीति में सहायक—सरकार की श्रौद्योगिक नीति निश्चित करने में ये आँकड़े बहुत सहायक होते हैं।

(८) श्रम कल्याण योजनाओं के लिये आवश्यक—श्रम कल्याण योजनाओं को चलाने के लिये ये आँकड़े बहुत सहायक होते हैं। इन्हीं की सहायता से ये योजनाएँ कार्यान्वित की जाती हैं।

(६) मूल्य नियंत्रण में सहायक—उत्पादन सम्बन्धी मूल्यगणना के प्राप्त होने पर ही मूल्य सम्बन्धी नाति निर्दिष्ट की जाती है तथा मूल्यों का नियंत्रित किया जाता है।

श्रम समक (Labour Statistics)

किसी भी देश में श्रम समक का बहुत बड़ा महत्व है। इसका आधार पर श्रम नीति का निर्माण होता है। पर्याप्त आँकड़ों के द्वारा ही श्रम की परिस्थिति तथा मजदूरी, मजदूरी में वृद्धि श्रम कल्याण संबंधी कार्य आदि समभव हैं। परन्तु दुर्भाग्यवश हमारे देश में श्रम समक अपर्याप्त और हाथपूर्णा हैं। मजदूर उद्योगों के प्रतिरिक्त अन्य स्थानों जैसे कृषि में काम करने वाले घरदूरी नौकर, तथा छोटे उद्योगों में काम करने वाले श्रमिकों के सम्बन्ध में आँकड़े उपलब्ध नहीं हैं। श्रम समकों की निम्न वर्गों में बाँट कर अध्ययन किया जायेगा

- (क) राजगार समक
- (ख) मजदूरी समक
- (ग) श्रम सच समक
- (घ) सामान्य समक जैसे छुट्टी हड़ताल आदि।

राजगार से संबंधित समक निम्न प्रकाराना में मिलते हैं —

(क) *The Indian Labour Gazette*—इस प्रकाशन में निम्न सूचनाएँ होती हैं—प्रतिदिन कारखानों में काम करने वाले लोगों की मौजूद संख्या व विवरण, कारखानों में विनियम के अंतर्गत जाने वाले कारखानों में श्रमिकों की संख्या व श्रम विवरण आदि के साथ साथ कारखानों में काम करने वाले श्रमिकों के विषय में विवरण।

(ख) *Large Industrial Establishment in India*—कारखानों में विनियम लागू होने वाले कारखानों के श्रमिकों का विवरण।

(ग) *Annual Report of the Chief Inspector of Mines in India*—इसमें खानों में काम करने वाले श्रमिकों के विषय में विवरण मिलता है।

(घ) *Tea in India*—इसमें चाय बागानों में काम करने वाले श्रमिकों के विषय में सूचनाएँ होती हैं।

(ङ) *Monthly Abstract of Statistics*—इसमें वषार के अनुसार मासिक जनगणना के आधार पर श्रमिकों का वर्गीकरण होता है तथा उनमें सम्बंधित अन्य सूचनाएँ होती हैं।

(च) *Census of India*—जनगणना में भी श्रमिकों से संबंधित समक होते हैं।

(छ) *Indian Labour Year Book*—इसमें प्रति वर्ष श्रमिकों से संबंधित अनेक प्रकार की सूचनाएँ रहती हैं।

(ज) **Census of Central Govt. Employees**—केन्द्रीय सरकार के विभिन्न विभागों में काम करने वाले लोगों की संख्या तथा अन्य व्योरे रहते हैं।
मजदूरी समंक (Wage Statistics)

हमारे देश में मजदूरी से संबंधित घांके बहुत बसंतोपजनक हैं क्योंकि उनका संकलन प्रायः शासकीय दृष्टिकोण से किया जाता रहा है। मजदूरी समंकों को हम निम्न दो वर्गों में बांटकर अध्ययन करेंगे :—

(क) कृषि मजदूरी (Agricultural wages)

(ख) औद्योगिक मजदूरी (Industrial wages)

कृषि मजदूरी (Agricultural Wages)—कृषि मजदूरी से संबंधित घांकों की दशा बहुत बसंतोपजनक है। कृषि प्रधान देश होते हुए भी जो घांके उपलब्ध हैं। वे या तो अपूर्ण हैं या दोषपूर्ण। समस्या यह है कि इन घांकों को कैसे एकत्रित किया जाय ? कृषि उद्योग असंगठित है, कृषि मजदूर प्रायः अनिश्चित हैं, देश बहुत विस्तृत है और कृषि मजदूर जैसा कोई निश्चित वर्ग देश में नहीं।

सन् १९१० में प्रथमराष्ट्र एव सांख्यिकी के संचालक (Director of Economics & Statistics) ने एक ऐसी योजना बनाई जिसके अनुसार भारत के विभिन्न राज्यों के कृषि मजदूर संबंधी घांके एकत्रित किये जाते हैं। ये घांके निम्नलिखित चार वर्गों में एकत्रित किये जाते हैं :—

(१) कुशल मजदूर

(I) बर्द (II) लीटार (III) मोचों

(२) खेत पर काम करने वाले मजदूर

(३) अन्य कृषि मजदूर

(४) चरवाहे।

मजदूरी सम्बन्धी समंक प्रत्येक माह में एक जिले के लिये चुने हुये प्रतिनिधि गाँव से एकत्रित किये जाते हैं और वही समंक उस पूरे जिले के लिये प्रतिनिधि मान लिये जाते हैं। सभी जिलों के एकत्रित होकर राज्य के प्रतिनिधित्व करते हैं। इस सम्बन्ध में निम्न दो प्रकाशन होते हैं :—

(१) भारत में कृषि मजदूरी—वार्षिक (The Agricultural Wages in India—Annual)—यह एक वार्षिक प्रकाशन है।

(२) भारत में कृषि की दशा (Agricultural Situation in India)—यह प्रति माह प्रकाशित होता है और इसमें कृषि से सम्बन्धित मजदूरी प्रादिक विभिन्न विषयों का विवरण होता है।

कृषि मजदूर जांच समिति द्वारा एकत्रित मजदूरी सम्बन्धी घांके (Wage Statistics collected by the Agricultural Labour Enquiry Committee)—सन् १९४३ में हुये मजदूर सम्मेलन की सिफारिशों के फलस्वरूप

सरकार ने कृषि मजदूर जांच समिति नियुक्त की। १९४६ में राज्य सरकारों की सहायता से इस विषय में जांच प्रारम्भ की गई। इस जांच के प्रतिवेदन धीरे धीरे प्रकाशित किये जा रहे हैं।

औद्योगिक मजदूरी (Industrial Wages)—हमारे देश में औद्योगिक मजदूरी से सम्बन्धित प्रांकों की दशा कृषि मजदूरी से सम्बन्धित प्रांकों की दशा की अपेक्षा अच्छी है परन्तु इसे सतोपजनक नहीं कहा जा सकता। क्योंकि इन प्रांकों को एकत्रित करने में लिये कोई अधिनियम नहीं है। शाही धर्म आयोग (Royal Commission on Labour) ने भी इनकी अपर्याप्तता व दोषों को बताया और सुधार के सुझाव दिये। परन्तु फिर भी इस विषय में कोई महत्वपूर्ण कार्य नहीं किया गया। बम्बई व बिहार राज्यों में इस दिशा में कुछ कार्य किये गये हैं। सन् १९३५ में मजदूरी शोधन अधिनियम (The Payment of Wages Act) बना। फलस्वरूप मजदूरी सम्बन्धी समस्या का सकलन आवश्यक हुआ। विभिन्न मजदूर समितियों के प्रतिवेदन के सम्बन्ध में भी कुछ प्रांकों में एकत्रित हुये। रेवे समिति (Reve Comm-
ittee) ने भारत के कुछ औद्योगिक क्षेत्रों से सम्बन्धित प्रांकों को एकत्रित व प्रकाशित किये। प्राक्कल औद्योगिक मजदूरी से सम्बन्धित सामग्री निम्नलिखित प्रकाशनों में मिल सकती है —

- (क) राज के मुख्य निरीक्षक का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Chief Inspector of Mines)
- (ख) निर्माणी अधिनियम के कार्य का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Working of Factories Act)
- (ग) धमिक क्षतिपूर्ति अधिनियम के कार्य का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Workmen's Compensation Act)
- (घ) धम सघ अधिनियम के कार्य का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Working of Trade Union Act)
- (ङ) राष्ट्रीय सेवायुक्त बीमा अधिनियम के कार्य का वार्षिक प्रतिवेदन (Annual Report of the Working of Employees State Insurance Act)
- (च) भारतीय धमिक गजट (Indian Labour Gazette)
- (छ) राज्य सरकारों के धमिक गजट (Labour Gazettes of State Governments)
- (ज) भारतीय चाय समूह (Indian Tea Statistics)

श्रम संघ समक

(Trade Union Statistics)

इन समूहों से धामक तथा के बारे में पूर्ण जानकारी होती है। धम सघ की संख्या, उनके सदस्यों की संख्या, उद्योगों व राज्यों के अनुसार उनका वर्गीकरण

उनका प्राय-व्यय आदि सम्बन्धी सभी प्रकार की सूचनाएँ एकत्रित की जाती हैं। हमारे देश में सभी श्रम सघों के पंजीकृत न होने के कारण वे सूचनाएँ पूर्णतः विश्वसनीय नहीं होती।

भारत में श्रम संघ सम्बन्धी आँकड़े निम्न प्रकाशनों में मिलते हैं :—

- (१) भारतीय श्रमिक गजट-मासिक (Indian Labour Gazette Monthly)
- (२) श्रम सघ अधिनियम के कार्यों का प्रतिवेदन (Reports of the Working of Trade Union Act)
- (३) Statistical Abstract of India.

सामान्य समंका (General Statistics)

इनमें मजदूरी की छुट्टियाँ, हड़तालें, लाजाबंदी, कार्य भ्रष्टाचार, क्षतिपूर्ति, अपघात आदि से सम्बन्धी सूचनाएँ शामिल होती हैं। ये सूचनाएँ निम्न प्रकाशनों में मिलती हैं :—

- (१) भारतीय श्रम गजट (Indian Labour Gazette)
- (२) भारत के व्यापार का वार्षिक व्योरा (Annual Review of Trade of India)
- (३) श्रम सम्बन्धी विभिन्न अधिनियमों सम्बन्धी वार्षिक प्रतिवेदन।

भारतीय आँकड़ों की सामान्य आलोचना

हम भारत में प्राप्त सांख्यिकीय सामग्री का विवेचन कर चुके हैं। विभिन्न प्रकार के समकों का यथास्थान विश्लेषण किया जा चुका है। अब हम यहाँ भारतीय आँकड़ों के सामान्य मुख्य दोषों पर विचार करेंगे। वे निम्नलिखित हैं :—

(१) सामग्री की अपर्याप्तता (Inadequacy of data)—अनेक महत्वपूर्ण विषयों पर आँकड़े उपलब्ध नहीं हैं। यदि कुछ मिलते भी हैं तो अपर्याप्त। प्रायः, जन, निर्वाह-व्यय मूल्य, मजदूरी, कृषि, छोटे व कुटीर उद्योग आदि के विषय में आँकड़े अपर्याप्त हैं।

(२) परस्पर विरोधी (Inconsistent)—भारत में अनेक विषयों से सम्बन्धित आँकड़े परस्पर विरोधी हैं। इसका मुख्य कारण यह है कि राष्ट्रीय स्तर पर कोई सामान्य नीति बनाकर इस विषय में काम कार्य हुआ है।

(३) सामग्री की असुद्धता (Inaccuracy of Data)—भारत में प्राप्त आँकड़ों में उच्च स्तर की सुद्धता का भी अभाव है। कृषि सम्बन्धी आँकड़े तो बहुत सुद्ध हैं। १९६१ की जनगणना में भी यह असुद्धि रह गई है कि लगभग ११% लोग कम गिने गये हैं।

(४) समन्वय का अभाव (Lack of Co-ordination)—प्रायः देखा गया कि एक ही प्रकार के आँकड़ों की विभिन्न सस्थाओं या व्यक्तियों द्वारा एकत्रित किया

जाता है परन्तु उचित प्रमाण में कोई समन्वय नहीं होगा उसकी कार्य प्रणाली में बहुत मिश्रता होती है। इन प्रकार दलित व साधन बिना किसी परिणाम के व्यर्थ व्यर्थ होता है।

(४) समुचित विश्लेषण और विधायन का अभाव (Lack of Proper analysis and processing)—प्रकाशित प्रारंभिक या ठीक प्रकार से विश्लेषण व विधायन नहीं होता। इसका मुख्य कारण यह है कि परतंत्रता की दशा में प्रकाशित प्रसारण के उद्देश्यों से विद्यमान व। स्वतंत्रता के उपरान्त इन और ध्यान दिया गया है परन्तु अभी परिणाम तो उपलब्ध नहीं है।

(५) एकस्यता का अभाव (Lack of Uniformity)—भारतीय समाज सामग्री में एकस्यता का अभाव है। प्रकाशित प्रारंभिक करने उनका अर्थानुसार तथा सारणीयन प्रकाशित करने की रीतिमा में परिवर्तन होता रहता है। विभिन्न परिभाषाओं भी अस्तित्व में रहती हैं। इन कारणों से सामग्री तुलनीय नहीं हो जाती और सामग्री के बिना तुलनीय रूप उत्पन्न कोई विषय महत्व नहीं।

(६) प्रकाशन सम्बन्धी दोष (Defects of Publication)—प्रकाशकों के प्रकाशन में प्रायः काफी देर हो जाता है वस्तुतः अतएव उनकी सामयिकता घटती हो जाती है और उचित वही उपयोग नहीं रह पाता। कृषि सम्बन्धी प्रकाशकों में यह दोष सर्वप्रथम है।

(७) अपर्याप्त प्रचार (Inadequate Publicity)—भारतीय प्रकाशकों में एक दोष यह है कि उनका पर्याप्त प्रचार नहीं होता। अधिकांश जनता अनिच्छित है और उनमें प्रकाशकों का प्रचार करना कठिन कार्य है। जब तक समाज व जनता की प्रकाशकों की जागरूकी नहीं होगी तब तक यह उचित उपचित लाभ नहीं।

(८) स्पष्टता का अभाव (Lack of Clarity)—भारतीय प्रकाशकों में भी बहुत कम होती है। उनकी जब तक सार्वजनिक के साथ स्पष्ट व विद्या जाय, जनता के समझे योग्य नहीं होते।

भारतीय समाज के संवर्धन में कठिनाइयाँ

भारतीय समाज के संवर्धन में निम्न कठिनाइयाँ हैं

(१) जनता अनिच्छित—भारत की जनता अनिच्छित है इसलिए प्रकाशकों के संवर्धन को नहीं समझते और जनता को प्रेरित करने देते हैं।

(२) गलत अर्थों—हमारे देश में साम्यवादीय सामग्री के संवर्धन में प्रायः अयोग्य व्यक्तियों पर प्रकाश है इसलिए संवर्धन ठीक प्रकार से नहीं हो पाता

(३) शक्ति कठिनाई—साम्यवादियों की परतंत्रता के कारण लोग किसी भी प्रकार के साम्यवादीय सामग्री का प्रकाश या प्रचार को कठिनाई देते हैं और संवर्धन को रोकते हैं।

(४) विभिन्न रीति-रिवाज—हमारे देश के रीति-रिवाज भी कुछ ऐसे हैं जिनके कारण सामग्री का शुद्धता के साथ संकलन करने में बाधा पड़ती है। जैसे हिन्दू धर्म के अनुसार अश्वि ऋषि भी कुंवारी लड़कियों का पिता के घर में रहना अशुभ है इसलिये ऐसी दशा में लोग उनकी ऋषि कम बताने हैं। पर्दा प्रथा भी ठीक प्रकार से अंकुशे एकत्रित करने में बाधक है।

(५) देश की विविधता एवं विविधता—हमारा देश बहुत बड़ा है। यहाँ अनेक प्रकार की भाषा, बेल-भूषण, खान-पान तथा रीति-रिवाज हैं। इसलिये सामग्री संकलन का कार्य बहुत कठिन है।

(६) सघार व यातायात के साधनों की कमी—ऊँचे पहाड़ों से लेकर विद्यालय समुद्र तक फैले हुए इस देश में तरह-तरह के भूभाग मिलते हैं। सभी जगह संचार व यातायात के ठीक साधन नहीं मिलते। इसलिये कोई भी अनुसंधान करने में बहुत कठिनाई पड़ती है।

(७) सरकार की उदासीनता—अंग्रेजी शासन काल में इस कार्य की महत्वपूर्ण स्थान नहीं दिया गया। लगभग वही दर्रा अंध भी है। अंग्रेजों का संकलन शासन के उद्देश्य से उन सरकारी कर्मचारियों द्वारा किया जाता है जो अन्य प्रशासकीय कार्यों के बोझ से दबे होने हैं और इस कार्य में रुचि नहीं लेते।

सुधार के लिये सुझाव

(१) अलग साहित्यिकीय विभाग—एक अलग से साहित्यिकीय विभाग बनाया जाय जो साहित्यिकीय संकलन आदि में सम्बन्धित सभी कार्यों को देख-भाल करे।

(२) प्रमाणीकरण—संकलन, वर्गीकरण, सारणीयन आदि सभी साहित्यिकीय विधियों का प्रमाणीकरण होना भी आवश्यक है ताकि अंग्रेजों में एकरूपता रह सके।

(३) गणकों के प्रशिक्षण की व्यवस्था—यह भी आवश्यक है कि विभिन्न अनुसंधानों के लिये जो गणक रखे जाय वे योग्य हों तथा उन्हें उचित प्रशिक्षण दिया जा चुका हो।

(४) समन्वय की व्यवस्था—इस दिशा में प्रयत्न होना चाहिये कि केन्द्रीय सरकार राज्य सरकारों, तथा अन्य मन्त्रालयों द्वारा किये जाने वाले अनुसंधानों में उचित समन्वय हो।

(५) शुद्धता की ओर ध्यान—जिन विषयों से सम्बन्धित अंकुशे अशुद्ध हैं उन्हें नयी योजना द्वारा इस दृष्टि से एकत्रित कराया जाय कि इनमें शुद्धता व विश्वसनीयता आ सके।

(६) शीघ्र प्रकाशन—यह अत्यन्त आवश्यक है कि एकत्रित किये हुए अंकुशों को शीघ्र प्रकाशित किया जाय। प्रकाशन में देर होने से अंग्रेजों की सामयिकता, महत्व नष्ट न हो जाय।

(७) समुचित प्रचार—ग्राफिक्स व टिप्पणियों के माध्यम से प्रचार आवश्यक है ताकि जनता उनकी समझ, उनमें रुचि ले और उनके महत्त्व में सहयोग दे।

(८) परिभाषाओं में स्पष्टता—यह भी आवश्यक है कि विभिन्न परिभाषाओं पहले से निर्दिष्ट कर ली जाय और वे स्पष्ट हों क्योंकि उनके विषय में किसी प्रकार के संदेह या अस्पष्टता की गुंजाइश न हो।

(९) प्रशासनिक कर्मचारियों पर शोध नहीं—जो कर्मचारी प्रशासनिक कार्य में शोध में दक्ष होते हैं उन पर समया के समय का भार नहीं डालना चाहिये। इसके लिये कर्मचारी प्रत्यक्ष से होने चाहिये।

Standard Questions

- 1 Give a brief account of the activities of the Central Government in connection with the collection of statistical data during the last eight years
(Agra, B Com, 1957)
- 2 Write critical note on the 1951 census of population
(Allahabad, B Com, 1952)
- 3 Discuss the possible value of census report to producers, manufacturers and business men. How can the Indian Census reports be made more useful to these people?
(Alid, B Com, 1949)
- 4 Discuss briefly the machinery and procedure for Census of population or Census of production in a country. What precautions are necessary in such operations
(Agra, M Com, 1952)
- 5 What type of statistical data are available with regard to the foreign trade of India? Discuss the method of their collection and the extent of their accuracy
(Banaras, B Com, 1957)
- 6 Write a short essay on 'Industrial Statistics in India'
(Banaras, B. Com, 1955)
- 7 How are crop forecasts prepared in India. Discuss the need for improving accuracy of facts
(Agra, M A, 1958)
- 8 Define Normal Yield and describe the official methods of determining it. What do you consider to be the defects of the method and how would you remove them?
(Raj, M A, 1950)
- 9 Give a brief account of the present position regarding agricultural statistics in India and comment upon their adequacy
(Agra, M Com)

What is meant by Census of production ? Why is such a Census taken ? How far is the Industrial Statistics Act adequate from the point of view of holding this Census in India ?

(Alld, M Com, 1947)

Write a lucid note on nature and scope of Industrial statistics in India

(Alld, B Com, 1953)

What are difficulties in estimating India's National Income ?

(Agra, M Com, 1945)

Outline the usual methods of estimating the National Income of a country and discuss in detail a method which would be suitable Income of India

(Agra, M A, 1951)

Mention the utility of trade statistics. Mention the various publications giving information about the foreign trade of India.



LOGARITHMS

| | | | | | | | | | | Mean Differences | | | | | | | | | |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 10 | 00000 | 00432 | 00864 | 01284 | 01703 | 02119 | 02533 | 02945 | 03354 | 03761 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
| 11 | 04132 | 04552 | 04972 | 05388 | 05802 | 06212 | 06618 | 07021 | 07421 | 07818 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 |
| 12 | 08918 | 09337 | 09753 | 10166 | 10575 | 10981 | 11384 | 11783 | 12179 | 12572 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 |
| 13 | 13054 | 13467 | 13876 | 14281 | 14683 | 15081 | 15476 | 15868 | 16257 | 16643 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 |
| 14 | 17024 | 17430 | 17832 | 18230 | 18625 | 19017 | 19406 | 19792 | 20175 | 20555 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 |
| 15 | 20532 | 20918 | 21301 | 21681 | 22058 | 22432 | 22803 | 23171 | 23536 | 23899 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 00 | 01 |
| 16 | 24260 | 24625 | 24987 | 25346 | 25703 | 26057 | 26409 | 26758 | 27105 | 27450 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 |
| 17 | 27794 | 28137 | 28478 | 28817 | 29154 | 29489 | 29821 | 30151 | 30479 | 30805 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 18 | 31128 | 31454 | 31778 | 32100 | 32420 | 32738 | 33054 | 33368 | 33680 | 33990 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| 19 | 34298 | 34605 | 34910 | 35213 | 35514 | 35813 | 36110 | 36405 | 36699 | 36991 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 |
| 20 | 37182 | 37472 | 37760 | 38046 | 38330 | 38612 | 38892 | 39170 | 39446 | 39721 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 |
| 21 | 40594 | 40863 | 41130 | 41395 | 41658 | 41919 | 42178 | 42435 | 42690 | 42944 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 |
| 22 | 43216 | 43472 | 43727 | 43980 | 44231 | 44481 | 44729 | 44975 | 45220 | 45464 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 |
| 23 | 46080 | 46323 | 46564 | 46804 | 47042 | 47279 | 47514 | 47748 | 47981 | 48213 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 |
| 24 | 48994 | 49225 | 49455 | 49683 | 49910 | 50136 | 50361 | 50585 | 50808 | 51030 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 |
| 25 | 51958 | 52178 | 52397 | 52614 | 52830 | 53045 | 53259 | 53472 | 53684 | 53895 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 |
| 26 | 54912 | 55120 | 55327 | 55533 | 55738 | 55942 | 56145 | 56348 | 56550 | 56751 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 00 |
| 27 | 57798 | 58003 | 58207 | 58410 | 58612 | 58814 | 59015 | 59215 | 59415 | 59614 | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 |
| 28 | 60514 | 60711 | 60908 | 61104 | 61299 | 61493 | 61686 | 61878 | 62070 | 62261 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 29 | 63000 | 63189 | 63377 | 63564 | 63750 | 63935 | 64120 | 64304 | 64487 | 64670 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| 30 | 65482 | 65663 | 65843 | 66022 | 66200 | 66377 | 66553 | 66729 | 66904 | 67079 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |
| 31 | 68459 | 68633 | 68807 | 68980 | 69152 | 69324 | 69495 | 69665 | 69835 | 70004 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 |
| 32 | 70974 | 71142 | 71309 | 71475 | 71640 | 71804 | 71968 | 72131 | 72293 | 72455 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 |
| 33 | 73416 | 73577 | 73737 | 73897 | 74056 | 74214 | 74371 | 74528 | 74684 | 74839 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 |
| 34 | 75306 | 75463 | 75619 | 75774 | 75928 | 76082 | 76235 | 76388 | 76540 | 76692 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 |
| 35 | 77122 | 77272 | 77422 | 77571 | 77719 | 77866 | 78013 | 78159 | 78305 | 78450 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 |
| 36 | 79204 | 79348 | 79492 | 79635 | 79778 | 79920 | 80062 | 80203 | 80344 | 80485 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 37 | 81452 | 81592 | 81732 | 81871 | 82010 | 82148 | 82286 | 82423 | 82560 | 82697 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 |
| 38 | 83974 | 84109 | 84244 | 84378 | 84511 | 84644 | 84776 | 84908 | 85040 | 85171 | 00 | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 |
| 39 | 86732 | 86863 | 86994 | 87124 | 87254 | 87383 | 87512 | 87641 | 87769 | 87897 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 40 | 89182 | 89309 | 89436 | 89562 | 89688 | 89813 | 89938 | 90062 | 90186 | 90309 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| 41 | 91800 | 91921 | 92042 | 92162 | 92282 | 92399 | 92516 | 92632 | 92748 | 92863 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 |
| 42 | 94482 | 94599 | 94716 | 94832 | 94947 | 95062 | 95176 | 95290 | 95404 | 95518 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 |
| 43 | 97204 | 97316 | 97428 | 97539 | 97649 | 97759 | 97868 | 97977 | 98085 | 98193 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 |
| 44 | 99954 | 100061 | 100168 | 100274 | 100379 | 100484 | 100588 | 100692 | 100795 | 100898 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 |
| 45 | 102700 | 102801 | 102902 | 103002 | 103102 | 103201 | 103300 | 103399 | 103497 | 103595 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 |
| 46 | 105400 | 105498 | 105596 | 105694 | 105791 | 105888 | 105985 | 106082 | 106178 | 106275 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 47 | 108000 | 108096 | 108192 | 108288 | 108383 | 108478 | 108573 | 108668 | 108762 | 108857 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 |
| 48 | 110500 | 110594 | 110688 | 110782 | 110876 | 110970 | 111064 | 111157 | 111251 | 111344 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 |
| 49 | 113000 | 113092 | 113184 | 113276 | 113368 | 113459 | 113551 | 113642 | 113733 | 113824 | 99 | 00 | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 |

ANTILOGARITHMS

| | | | | | | | | | | Mean Difference. | | | | | | | | |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------------------|---|---|---|----|----|----|----|----|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 00 | 10000 | 10003 | 10005 | 10006 | 10007 | 10008 | 10009 | 10010 | 10011 | 10012 | 2 | 5 | 7 | 9 | 11 | 14 | 16 | 19 |
| 01 | 10013 | 10015 | 10016 | 10017 | 10018 | 10019 | 10020 | 10021 | 10022 | 10023 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 | 14 | 17 | 19 |
| 02 | 10024 | 10025 | 10026 | 10027 | 10028 | 10029 | 10030 | 10031 | 10032 | 10033 | 2 | 5 | 7 | 10 | 12 | 15 | 17 | 20 |
| 03 | 10034 | 10035 | 10036 | 10037 | 10038 | 10039 | 10040 | 10041 | 10042 | 10043 | 2 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 20 |
| 04 | 10044 | 10045 | 10046 | 10047 | 10048 | 10049 | 10050 | 10051 | 10052 | 10053 | 2 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 20 |
| 05 | 10054 | 10055 | 10056 | 10057 | 10058 | 10059 | 10060 | 10061 | 10062 | 10063 | 2 | 5 | 8 | 11 | 13 | 16 | 18 | 21 |
| 06 | 10064 | 10065 | 10066 | 10067 | 10068 | 10069 | 10070 | 10071 | 10072 | 10073 | 2 | 5 | 8 | 11 | 13 | 16 | 19 | 21 |
| 07 | 10074 | 10075 | 10076 | 10077 | 10078 | 10079 | 10080 | 10081 | 10082 | 10083 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 16 | 19 | 22 |
| 08 | 10084 | 10085 | 10086 | 10087 | 10088 | 10089 | 10090 | 10091 | 10092 | 10093 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 22 |
| 09 | 10094 | 10095 | 10096 | 10097 | 10098 | 10099 | 10100 | 10101 | 10102 | 10103 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 10 | 10104 | 10105 | 10106 | 10107 | 10108 | 10109 | 10110 | 10111 | 10112 | 10113 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 11 | 10114 | 10115 | 10116 | 10117 | 10118 | 10119 | 10120 | 10121 | 10122 | 10123 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 12 | 10124 | 10125 | 10126 | 10127 | 10128 | 10129 | 10130 | 10131 | 10132 | 10133 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 13 | 10134 | 10135 | 10136 | 10137 | 10138 | 10139 | 10140 | 10141 | 10142 | 10143 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 14 | 10144 | 10145 | 10146 | 10147 | 10148 | 10149 | 10150 | 10151 | 10152 | 10153 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 15 | 10154 | 10155 | 10156 | 10157 | 10158 | 10159 | 10160 | 10161 | 10162 | 10163 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 16 | 10164 | 10165 | 10166 | 10167 | 10168 | 10169 | 10170 | 10171 | 10172 | 10173 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 17 | 10174 | 10175 | 10176 | 10177 | 10178 | 10179 | 10180 | 10181 | 10182 | 10183 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 18 | 10184 | 10185 | 10186 | 10187 | 10188 | 10189 | 10190 | 10191 | 10192 | 10193 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 19 | 10194 | 10195 | 10196 | 10197 | 10198 | 10199 | 10200 | 10201 | 10202 | 10203 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 20 | 10204 | 10205 | 10206 | 10207 | 10208 | 10209 | 10210 | 10211 | 10212 | 10213 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 21 | 10214 | 10215 | 10216 | 10217 | 10218 | 10219 | 10220 | 10221 | 10222 | 10223 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 22 | 10224 | 10225 | 10226 | 10227 | 10228 | 10229 | 10230 | 10231 | 10232 | 10233 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 23 | 10234 | 10235 | 10236 | 10237 | 10238 | 10239 | 10240 | 10241 | 10242 | 10243 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 24 | 10244 | 10245 | 10246 | 10247 | 10248 | 10249 | 10250 | 10251 | 10252 | 10253 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 25 | 10254 | 10255 | 10256 | 10257 | 10258 | 10259 | 10260 | 10261 | 10262 | 10263 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 26 | 10264 | 10265 | 10266 | 10267 | 10268 | 10269 | 10270 | 10271 | 10272 | 10273 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 27 | 10274 | 10275 | 10276 | 10277 | 10278 | 10279 | 10280 | 10281 | 10282 | 10283 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 28 | 10284 | 10285 | 10286 | 10287 | 10288 | 10289 | 10290 | 10291 | 10292 | 10293 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 29 | 10294 | 10295 | 10296 | 10297 | 10298 | 10299 | 10300 | 10301 | 10302 | 10303 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 30 | 10304 | 10305 | 10306 | 10307 | 10308 | 10309 | 10310 | 10311 | 10312 | 10313 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 31 | 10314 | 10315 | 10316 | 10317 | 10318 | 10319 | 10320 | 10321 | 10322 | 10323 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 32 | 10324 | 10325 | 10326 | 10327 | 10328 | 10329 | 10330 | 10331 | 10332 | 10333 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 33 | 10334 | 10335 | 10336 | 10337 | 10338 | 10339 | 10340 | 10341 | 10342 | 10343 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 34 | 10344 | 10345 | 10346 | 10347 | 10348 | 10349 | 10350 | 10351 | 10352 | 10353 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 35 | 10354 | 10355 | 10356 | 10357 | 10358 | 10359 | 10360 | 10361 | 10362 | 10363 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 36 | 10364 | 10365 | 10366 | 10367 | 10368 | 10369 | 10370 | 10371 | 10372 | 10373 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 37 | 10374 | 10375 | 10376 | 10377 | 10378 | 10379 | 10380 | 10381 | 10382 | 10383 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 38 | 10384 | 10385 | 10386 | 10387 | 10388 | 10389 | 10390 | 10391 | 10392 | 10393 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |
| 39 | 10394 | 10395 | 10396 | 10397 | 10398 | 10399 | 10400 | 10401 | 10402 | 10403 | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 |

SQUARES From 1 to 10

| | Main Diagonals | | | | | | | | | |
|----|----------------|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 10 | 1 0000 | 0 0001 | 0 0004 | 0 0009 | 0 0016 | 0 0025 | 0 0036 | 0 0049 | 0 0064 | 0 0081 |
| 11 | 1 2100 | 2 4401 | 4 8804 | 7 5209 | 10 3616 | 13 2925 | 16 3236 | 19 3549 | 22 3864 | 25 4181 |
| 12 | 1 4400 | 4 6401 | 9 2804 | 14 3609 | 19 8816 | 24 8425 | 29 8536 | 34 9149 | 39 9264 | 44 9881 |
| 13 | 1 6900 | 6 5601 | 12 5204 | 18 5709 | 24 6216 | 30 6725 | 36 7236 | 42 7749 | 48 8264 | 54 8781 |
| 14 | 1 9600 | 7 8401 | 14 8804 | 21 9709 | 29 1116 | 36 1625 | 43 2136 | 50 2649 | 57 3164 | 64 3681 |
| 15 | 2 2500 | 9 0401 | 18 0804 | 27 1709 | 36 3116 | 45 5025 | 54 7436 | 63 9349 | 72 1764 | 81 4181 |
| 16 | 2 5600 | 10 2401 | 20 4804 | 30 7709 | 41 1116 | 52 5025 | 63 9436 | 75 4349 | 86 9764 | 98 5681 |
| 17 | 2 8900 | 11 4401 | 22 8804 | 34 3709 | 46 8116 | 59 2525 | 72 6936 | 86 1349 | 99 5664 | 113 0481 |
| 18 | 3 2400 | 12 6401 | 25 2804 | 38 5709 | 51 9116 | 65 6025 | 80 7436 | 95 5349 | 110 4264 | 125 3681 |
| 19 | 3 6100 | 13 8401 | 28 6804 | 42 6709 | 56 5116 | 71 8225 | 87 7336 | 103 6449 | 120 5564 | 137 5181 |
| 20 | 4 0000 | 15 0401 | 32 0804 | 46 3709 | 60 8116 | 76 5025 | 92 7436 | 109 9349 | 127 9764 | 146 5681 |
| 21 | 4 4100 | 16 2401 | 36 4804 | 51 9709 | 67 9116 | 84 8025 | 102 8436 | 121 9249 | 140 9664 | 159 6081 |
| 22 | 4 8400 | 17 4401 | 41 9804 | 58 0709 | 75 9116 | 93 8025 | 112 8436 | 132 9249 | 154 9664 | 173 6481 |
| 23 | 5 2900 | 18 6401 | 48 0804 | 65 1709 | 84 9116 | 103 8025 | 123 8436 | 145 9249 | 170 9664 | 189 6881 |
| 24 | 5 7600 | 19 8401 | 55 2804 | 73 2709 | 95 9116 | 115 8025 | 136 8436 | 160 9249 | 188 9664 | 209 7281 |
| 25 | 6 2500 | 21 0401 | 63 4804 | 82 3709 | 109 9116 | 129 8025 | 151 8436 | 177 9249 | 209 9664 | 232 7681 |
| 26 | 6 7600 | 22 2401 | 72 6804 | 92 4709 | 126 9116 | 144 8025 | 169 8436 | 198 9249 | 232 9664 | 259 8081 |
| 27 | 7 2900 | 23 4401 | 82 8804 | 103 5709 | 146 9116 | 161 8025 | 189 8436 | 222 9249 | 259 9664 | 290 8481 |
| 28 | 7 8400 | 24 6401 | 94 0804 | 115 6709 | 171 9116 | 181 8025 | 212 8436 | 248 9249 | 290 9664 | 325 8881 |
| 29 | 8 4100 | 25 8401 | 106 2804 | 128 7709 | 195 9116 | 203 8025 | 236 8436 | 276 9249 | 325 9664 | 364 9281 |
| 30 | 9 0000 | 27 0401 | 119 4804 | 142 8709 | 221 9116 | 227 8025 | 262 8436 | 306 9249 | 364 9664 | 407 9681 |
| 31 | 9 6100 | 28 2401 | 133 6804 | 158 9709 | 249 9116 | 251 8025 | 291 8436 | 339 9249 | 407 9664 | 454 0081 |
| 32 | 10 2400 | 29 4401 | 148 8804 | 176 0709 | 278 9116 | 277 8025 | 318 8436 | 376 9249 | 454 0064 | 504 0481 |
| 33 | 10 8900 | 30 6401 | 165 0804 | 195 1709 | 309 9116 | 305 8025 | 347 8436 | 417 9249 | 504 0064 | 557 0881 |
| 34 | 11 5600 | 31 8401 | 182 2804 | 216 2709 | 342 9116 | 334 8025 | 378 8436 | 462 9249 | 557 0064 | 613 1281 |
| 35 | 12 2500 | 33 0401 | 200 4804 | 239 3709 | 378 9116 | 363 8025 | 411 8436 | 511 9249 | 613 0064 | 672 1681 |
| 36 | 12 9600 | 34 2401 | 219 6804 | 264 4709 | 417 9116 | 394 8025 | 452 8436 | 564 9249 | 672 0064 | 734 2081 |
| 37 | 13 6900 | 35 4401 | 240 8804 | 291 5709 | 460 9116 | 427 8025 | 497 8436 | 622 9249 | 734 0064 | 800 2481 |
| 38 | 14 4400 | 36 6401 | 264 0804 | 320 6709 | 507 9116 | 464 8025 | 546 8436 | 694 9249 | 800 0064 | 870 2881 |
| 39 | 15 2100 | 37 8401 | 289 2804 | 351 7709 | 559 9116 | 503 8025 | 599 8436 | 781 9249 | 870 0064 | 944 3281 |
| 40 | 16 0000 | 39 0401 | 316 4804 | 384 8709 | 616 9116 | 544 8025 | 658 8436 | 884 9249 | 944 0064 | 1022 3681 |
| 41 | 16 8100 | 40 2401 | 345 6804 | 420 9709 | 678 9116 | 587 8025 | 724 8436 | 994 9249 | 1022 0064 | 1104 4081 |
| 42 | 17 6400 | 41 4401 | 376 8804 | 459 0709 | 745 9116 | 633 8025 | 797 8436 | 1119 9249 | 1104 0064 | 1190 4481 |
| 43 | 18 4900 | 42 6401 | 410 0804 | 500 1709 | 818 9116 | 682 8025 | 878 8436 | 1234 9249 | 1190 0064 | 1280 4881 |
| 44 | 19 3600 | 43 8401 | 444 2804 | 544 2709 | 907 9116 | 734 8025 | 967 8436 | 1369 9249 | 1280 0064 | 1374 5281 |
| 45 | 20 2500 | 45 0401 | 490 4804 | 592 3709 | 1002 9116 | 798 8025 | 1064 8436 | 1526 9249 | 1374 0064 | 1472 5681 |
| 46 | 21 1600 | 46 2401 | 539 6804 | 644 4709 | 1114 9116 | 869 8025 | 1179 8436 | 1706 9249 | 1472 0064 | 1574 6081 |
| 47 | 22 0900 | 47 4401 | 592 8804 | 700 5709 | 1243 9116 | 947 8025 | 1302 8436 | 1914 9249 | 1574 0064 | 1680 6481 |
| 48 | 23 0400 | 48 6401 | 650 0804 | 760 6709 | 1389 9116 | 1029 8025 | 1434 8436 | 2149 9249 | 1680 0064 | 1790 6881 |
| 49 | 24 0100 | 49 8401 | 712 2804 | 824 7709 | 1554 9116 | 1114 8025 | 1576 8436 | 2414 9249 | 1790 0064 | 1904 7281 |
| 50 | 25 0000 | 51 0401 | 780 4804 | 892 8709 | 1738 9116 | 1203 8025 | 1729 8436 | 2719 9249 | 1904 0064 | 2022 7681 |
| 51 | 26 0100 | 52 2401 | 854 6804 | 965 9709 | 1942 9116 | 1295 8025 | 1904 8436 | 3056 9249 | 2022 0064 | 2154 8081 |
| 52 | 27 0400 | 53 4401 | 934 8804 | 1044 0709 | 2167 9116 | 1390 8025 | 2099 8436 | 3436 9249 | 2154 0064 | 2299 8481 |
| 53 | 28 0900 | 54 6401 | 1020 0804 | 1128 1709 | 2414 9116 | 1489 8025 | 2312 8436 | 3860 9249 | 2299 0064 | 2457 8881 |
| 54 | 29 1600 | 55 8401 | 1112 2804 | 1218 2709 | 2684 9116 | 1592 8025 | 2544 8436 | 4329 9249 | 2457 0064 | 2629 9281 |

SQUARE ROOTS From 1 to 10

| | C | Mens TABULAE. | | | | | | | | |
|-----|-------|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 65 | 30750 | 30750 | 30470 | 30282 | 30082 | 29882 | 29682 | 29482 | 29282 | 29082 |
| 66 | 31350 | 31350 | 31064 | 30872 | 30676 | 30480 | 30284 | 30088 | 29892 | 29696 |
| 67 | 31950 | 31950 | 31658 | 31462 | 31266 | 31070 | 30874 | 30678 | 30482 | 30286 |
| 68 | 32550 | 32550 | 32252 | 32052 | 31852 | 31652 | 31452 | 31252 | 31052 | 30852 |
| 69 | 33150 | 33150 | 32846 | 32642 | 32438 | 32234 | 32030 | 31826 | 31622 | 31418 |
| 70 | 33750 | 33750 | 33440 | 33232 | 33024 | 32816 | 32608 | 32400 | 32192 | 31984 |
| 71 | 34350 | 34350 | 34036 | 33824 | 33612 | 33400 | 33188 | 32976 | 32764 | 32552 |
| 72 | 34950 | 34950 | 34632 | 34416 | 34200 | 33984 | 33768 | 33552 | 33336 | 33120 |
| 73 | 35550 | 35550 | 35228 | 35008 | 34788 | 34568 | 34348 | 34128 | 33908 | 33688 |
| 74 | 36150 | 36150 | 35824 | 35596 | 35368 | 35140 | 34912 | 34684 | 34456 | 34228 |
| 75 | 36750 | 36750 | 36416 | 36184 | 35952 | 35720 | 35488 | 35256 | 35024 | 34792 |
| 76 | 37350 | 37350 | 37008 | 36768 | 36528 | 36288 | 36048 | 35808 | 35568 | 35328 |
| 77 | 37950 | 37950 | 37600 | 37352 | 37104 | 36856 | 36608 | 36360 | 36112 | 35864 |
| 78 | 38550 | 38550 | 38196 | 37944 | 37692 | 37440 | 37188 | 36936 | 36684 | 36432 |
| 79 | 39150 | 39150 | 38792 | 38536 | 38280 | 38024 | 37768 | 37512 | 37256 | 37000 |
| 80 | 39750 | 39750 | 39388 | 39128 | 38868 | 38608 | 38348 | 38088 | 37828 | 37568 |
| 81 | 40350 | 40350 | 39984 | 39720 | 39456 | 39192 | 38928 | 38664 | 38400 | 38136 |
| 82 | 40950 | 40950 | 40576 | 40308 | 40040 | 39772 | 39504 | 39236 | 38968 | 38700 |
| 83 | 41550 | 41550 | 41168 | 40888 | 40608 | 40328 | 40048 | 39768 | 39488 | 39208 |
| 84 | 42150 | 42150 | 41760 | 41476 | 41192 | 40908 | 40624 | 40340 | 40056 | 39772 |
| 85 | 42750 | 42750 | 42352 | 42064 | 41776 | 41488 | 41200 | 40912 | 40624 | 40336 |
| 86 | 43350 | 43350 | 42948 | 42656 | 42364 | 42072 | 41780 | 41488 | 41196 | 40904 |
| 87 | 43950 | 43950 | 43544 | 43252 | 42960 | 42668 | 42376 | 42084 | 41792 | 41500 |
| 88 | 44550 | 44550 | 44140 | 43848 | 43556 | 43264 | 42972 | 42680 | 42388 | 42096 |
| 89 | 45150 | 45150 | 44736 | 44440 | 44144 | 43848 | 43552 | 43256 | 42960 | 42664 |
| 90 | 45750 | 45750 | 45332 | 45036 | 44740 | 44444 | 44148 | 43852 | 43556 | 43260 |
| 91 | 46350 | 46350 | 45928 | 45632 | 45336 | 45040 | 44744 | 44448 | 44152 | 43856 |
| 92 | 46950 | 46950 | 46536 | 46240 | 45944 | 45648 | 45352 | 45056 | 44760 | 44464 |
| 93 | 47550 | 47550 | 47144 | 46848 | 46552 | 46256 | 45960 | 45664 | 45368 | 45072 |
| 94 | 48150 | 48150 | 47736 | 47440 | 47144 | 46848 | 46552 | 46256 | 45960 | 45664 |
| 95 | 48750 | 48750 | 48336 | 48040 | 47744 | 47448 | 47152 | 46856 | 46560 | 46264 |
| 96 | 49350 | 49350 | 48936 | 48640 | 48344 | 48048 | 47752 | 47456 | 47160 | 46864 |
| 97 | 49950 | 49950 | 49544 | 49248 | 48952 | 48656 | 48360 | 48064 | 47768 | 47472 |
| 98 | 50550 | 50550 | 50144 | 49848 | 49552 | 49256 | 48960 | 48664 | 48368 | 48072 |
| 99 | 51150 | 51150 | 50744 | 50448 | 50152 | 49856 | 49560 | 49264 | 48968 | 48672 |
| 100 | 51750 | 51750 | 51344 | 51048 | 50752 | 50456 | 50160 | 49864 | 49568 | 49272 |

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Mean Differences | | | | | | | | | |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | | | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | |
| D | 3 1621 | 3 1795 | 3 1977 | 3 2164 | 3 2356 | 3 2552 | 3 2751 | 3 2953 | 3 3158 | 3 3365 | 15 | 21 | 27 | 32 | 38 | 43 | 49 | 54 | 60 | 65 |
| 11 | 3 3165 | 3 3377 | 3 3647 | 3 3924 | 3 4207 | 3 4495 | 3 4787 | 3 5083 | 3 5383 | 3 5686 | 16 | 22 | 28 | 33 | 39 | 44 | 50 | 55 | 61 | 66 |
| 21 | 3 4961 | 3 5291 | 3 5628 | 3 5971 | 3 6320 | 3 6674 | 3 7033 | 3 7397 | 3 7766 | 3 8139 | 17 | 23 | 29 | 34 | 40 | 46 | 51 | 57 | 62 | 68 |
| 31 | 3 7417 | 3 7850 | 3 8283 | 3 8715 | 3 9147 | 3 9578 | 3 10098 | 3 10407 | 3 10716 | 3 11024 | 18 | 24 | 30 | 35 | 41 | 47 | 53 | 58 | 64 | 70 |
| 41 | 3 8737 | 3 9297 | 3 9857 | 4 0417 | 4 0977 | 4 1537 | 4 2097 | 4 2657 | 4 3217 | 4 3777 | 19 | 25 | 31 | 36 | 42 | 48 | 54 | 60 | 66 | 72 |
| 51 | 4 0057 | 4 0737 | 4 1417 | 4 2097 | 4 2777 | 4 3457 | 4 4137 | 4 4817 | 4 5497 | 4 6177 | 20 | 26 | 32 | 37 | 43 | 49 | 55 | 61 | 67 | 73 |
| 61 | 4 1281 | 4 2011 | 4 2741 | 4 3471 | 4 4201 | 4 4931 | 4 5661 | 4 6391 | 4 7121 | 4 7851 | 21 | 27 | 33 | 38 | 44 | 50 | 56 | 62 | 68 | 74 |
| 71 | 4 2441 | 4 3264 | 4 4087 | 4 4910 | 4 5733 | 4 6556 | 4 7379 | 4 8202 | 4 9025 | 4 9848 | 22 | 28 | 34 | 39 | 45 | 51 | 57 | 63 | 69 | 75 |
| 81 | 4 3541 | 4 4464 | 4 5387 | 4 6310 | 4 7233 | 4 8156 | 4 9079 | 4 10002 | 4 10205 | 4 10408 | 23 | 29 | 35 | 40 | 46 | 52 | 58 | 64 | 70 | 76 |
| 91 | 4 4581 | 4 5604 | 4 6627 | 4 7650 | 4 8673 | 4 9696 | 5 0719 | 5 1742 | 5 2765 | 5 3788 | 24 | 30 | 36 | 41 | 47 | 53 | 59 | 65 | 71 | 77 |
| 00 | 4 4741 | 4 5864 | 4 6987 | 4 8110 | 4 9233 | 5 0356 | 5 1479 | 5 2602 | 5 3725 | 5 4848 | 25 | 31 | 37 | 42 | 48 | 54 | 60 | 66 | 72 | 78 |
| 10 | 4 5741 | 4 6964 | 4 8187 | 4 9410 | 5 0633 | 5 1856 | 5 3079 | 5 4302 | 5 5525 | 5 6748 | 26 | 32 | 38 | 43 | 49 | 55 | 61 | 67 | 73 | 79 |
| 20 | 4 6641 | 4 7964 | 4 9287 | 5 0610 | 5 1933 | 5 3256 | 5 4579 | 5 5902 | 5 7225 | 5 8548 | 27 | 33 | 39 | 44 | 50 | 56 | 62 | 68 | 74 | 80 |
| 30 | 4 7441 | 4 8864 | 5 0287 | 5 1710 | 5 3133 | 5 4556 | 5 5979 | 5 7402 | 5 8825 | 6 0248 | 28 | 34 | 40 | 45 | 51 | 57 | 63 | 69 | 75 | 81 |
| 40 | 4 8141 | 4 9664 | 5 1187 | 5 2710 | 5 4233 | 5 5756 | 5 7279 | 5 8802 | 6 0325 | 6 1848 | 29 | 35 | 41 | 46 | 52 | 58 | 64 | 70 | 76 | 82 |
| 50 | 4 8741 | 5 0364 | 5 1987 | 5 3610 | 5 5233 | 5 6856 | 5 8479 | 6 0102 | 6 1725 | 6 3348 | 30 | 36 | 42 | 47 | 53 | 59 | 65 | 71 | 77 | 83 |
| 60 | 4 9241 | 5 0964 | 5 2687 | 5 4410 | 5 6133 | 5 7856 | 5 9579 | 6 1302 | 6 3025 | 6 4748 | 31 | 37 | 43 | 48 | 54 | 60 | 66 | 72 | 78 | 84 |
| 70 | 4 9641 | 5 1464 | 5 3287 | 5 5110 | 5 6933 | 5 8756 | 6 0579 | 6 2402 | 6 4225 | 6 6048 | 32 | 38 | 44 | 49 | 55 | 61 | 67 | 73 | 79 | 85 |
| 80 | 4 9941 | 5 1864 | 5 3787 | 5 5710 | 5 7633 | 5 9556 | 6 1479 | 6 3402 | 6 5325 | 6 7248 | 33 | 39 | 45 | 50 | 56 | 62 | 68 | 74 | 80 | 86 |
| 90 | 5 0141 | 5 2164 | 5 4187 | 5 6210 | 5 8233 | 6 0256 | 6 2279 | 6 4302 | 6 6325 | 6 8348 | 34 | 40 | 46 | 51 | 57 | 63 | 69 | 75 | 81 | 87 |
| 00 | 5 0241 | 5 2364 | 5 4487 | 5 6610 | 5 8733 | 6 0856 | 6 2979 | 6 5102 | 6 7225 | 6 9348 | 35 | 41 | 47 | 52 | 58 | 64 | 70 | 76 | 82 | 88 |
| 10 | 5 0241 | 5 2464 | 5 4687 | 5 6910 | 5 9133 | 6 1356 | 6 3579 | 6 5802 | 6 8025 | 7 0248 | 36 | 42 | 48 | 53 | 59 | 65 | 71 | 77 | 83 | 89 |
| 20 | 5 0141 | 5 2464 | 5 4887 | 5 7310 | 5 9733 | 6 2156 | 6 4579 | 6 7002 | 6 9425 | 7 1848 | 37 | 43 | 49 | 54 | 60 | 66 | 72 | 78 | 84 | 90 |
| 30 | 5 0041 | 5 2464 | 5 4987 | 5 7510 | 5 1033 | 6 2556 | 6 5079 | 6 7602 | 7 0125 | 7 2648 | 38 | 44 | 50 | 55 | 61 | 67 | 73 | 79 | 85 | 91 |
| 40 | 5 0041 | 5 2564 | 5 5187 | 5 7810 | 6 0433 | 6 3056 | 6 5679 | 6 8302 | 7 0925 | 7 3548 | 39 | 45 | 51 | 56 | 62 | 68 | 74 | 80 | 86 | 92 |
| 50 | 5 0041 | 5 2664 | 5 5387 | 5 8110 | 6 0833 | 6 3556 | 6 6279 | 6 9002 | 7 1725 | 7 4448 | 40 | 46 | 52 | 57 | 63 | 69 | 75 | 81 | 87 | 93 |
| 60 | 5 0041 | 5 2764 | 5 5587 | 5 8410 | 6 1233 | 6 4056 | 6 6879 | 6 9702 | 7 2525 | 7 5348 | 41 | 47 | 53 | 58 | 64 | 70 | 76 | 82 | 88 | 94 |
| 70 | 5 0041 | 5 2864 | 5 5787 | 5 8710 | 6 1633 | 6 4556 | 6 7479 | 7 0402 | 7 3325 | 7 6248 | 42 | 48 | 54 | 59 | 65 | 71 | 77 | 83 | 89 | 95 |
| 80 | 5 0041 | 5 2964 | 5 5987 | 5 9010 | 6 2033 | 6 5056 | 6 8079 | 7 1102 | 7 4125 | 7 7148 | 43 | 49 | 55 | 60 | 66 | 72 | 78 | 84 | 90 | 96 |
| 90 | 5 0041 | 5 3064 | 5 6187 | 5 9310 | 6 2433 | 6 5556 | 6 8679 | 7 1802 | 7 4925 | 7 8048 | 44 | 50 | 56 | 61 | 67 | 73 | 79 | 85 | 91 | 97 |

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Mean Differences. | | | | | | | | |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|-------------------|---------|----------|----------|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 55 | 7 4161 | 7 4297 | 7 4433 | 7 4569 | 7 4705 | 7 4841 | 7 4977 | 7 5113 | 7 5249 | 7 5385 | 7 5521 | 7 13 20 | 27 34 40 | 47 54 60 | | | | | |
| 56 | 7 4531 | 7 4667 | 7 4803 | 7 4939 | 7 5075 | 7 5211 | 7 5347 | 7 5483 | 7 5619 | 7 5755 | 7 5891 | 7 13 21 | 27 34 41 | 47 54 60 | | | | | |
| 57 | 7 5171 | 7 5307 | 7 5443 | 7 5579 | 7 5715 | 7 5851 | 7 5987 | 7 6123 | 7 6259 | 7 6395 | 7 6531 | 7 13 20 | 26 31 40 | 46 53 59 | | | | | |
| 58 | 7 5811 | 7 5947 | 7 6083 | 7 6219 | 7 6355 | 7 6491 | 7 6627 | 7 6763 | 7 6899 | 7 7035 | 7 7171 | 7 13 20 | 26 31 39 | 46 51 59 | | | | | |
| 59 | 7 6451 | 7 6587 | 7 6723 | 7 6859 | 7 6995 | 7 7131 | 7 7267 | 7 7403 | 7 7539 | 7 7675 | 7 7811 | 7 13 20 | 26 31 39 | 46 52 59 | | | | | |
| 60 | 7 7451 | 7 7587 | 7 7723 | 7 7859 | 7 7995 | 7 8131 | 7 8267 | 7 8403 | 7 8539 | 7 8675 | 7 8811 | 6 13 19 | 26 32 35 | 45 51 53 | | | | | |
| 61 | 7 8101 | 7 8237 | 7 8373 | 7 8509 | 7 8645 | 7 8781 | 7 8917 | 7 9053 | 7 9189 | 7 9325 | 7 9461 | 6 13 19 | 26 32 35 | 45 51 53 | | | | | |
| 62 | 7 8741 | 7 8877 | 7 9013 | 7 9149 | 7 9285 | 7 9421 | 7 9557 | 7 9693 | 7 9829 | 7 9965 | 8 0101 | 6 13 19 | 25 32 35 | 44 50 52 | | | | | |
| 63 | 7 9381 | 7 9517 | 7 9653 | 7 9789 | 7 9925 | 8 0061 | 8 0197 | 8 0333 | 8 0469 | 8 0605 | 8 0741 | 6 13 19 | 25 32 35 | 44 50 52 | | | | | |
| 64 | 8 0381 | 8 0517 | 8 0653 | 8 0789 | 8 0925 | 8 1061 | 8 1197 | 8 1333 | 8 1469 | 8 1605 | 8 1741 | 6 12 19 | 25 31 35 | 43 50 52 | | | | | |
| 65 | 8 0621 | 8 0757 | 8 0893 | 8 1029 | 8 1165 | 8 1301 | 8 1437 | 8 1573 | 8 1709 | 8 1845 | 8 1981 | 6 12 19 | 25 31 35 | 43 50 52 | | | | | |
| 66 | 8 1261 | 8 1397 | 8 1533 | 8 1669 | 8 1805 | 8 1941 | 8 2077 | 8 2213 | 8 2349 | 8 2485 | 8 2621 | 6 12 18 | 24 31 35 | 43 49 52 | | | | | |
| 67 | 8 1901 | 8 2037 | 8 2173 | 8 2309 | 8 2445 | 8 2581 | 8 2717 | 8 2853 | 8 2989 | 8 3125 | 8 3261 | 6 12 18 | 24 31 35 | 43 49 52 | | | | | |
| 68 | 8 2541 | 8 2677 | 8 2813 | 8 2949 | 8 3085 | 8 3221 | 8 3357 | 8 3493 | 8 3629 | 8 3765 | 8 3901 | 6 12 18 | 24 31 35 | 42 48 52 | | | | | |
| 69 | 8 3181 | 8 3317 | 8 3453 | 8 3589 | 8 3725 | 8 3861 | 8 4007 | 8 4143 | 8 4279 | 8 4415 | 8 4551 | 6 12 18 | 24 30 36 | 42 48 52 | | | | | |
| 70 | 8 3821 | 8 3957 | 8 4093 | 8 4229 | 8 4365 | 8 4501 | 8 4637 | 8 4773 | 8 4909 | 8 5045 | 8 5181 | 6 12 18 | 24 30 36 | 42 48 52 | | | | | |
| 71 | 8 4461 | 8 4597 | 8 4733 | 8 4869 | 8 5005 | 8 5141 | 8 5277 | 8 5413 | 8 5549 | 8 5685 | 8 5821 | 6 12 18 | 24 30 35 | 41 47 52 | | | | | |
| 72 | 8 5101 | 8 5237 | 8 5373 | 8 5509 | 8 5645 | 8 5781 | 8 5917 | 8 6053 | 8 6189 | 8 6325 | 8 6461 | 6 12 18 | 24 30 35 | 41 47 52 | | | | | |
| 73 | 8 5741 | 8 5877 | 8 6013 | 8 6149 | 8 6285 | 8 6421 | 8 6557 | 8 6693 | 8 6829 | 8 6965 | 8 7101 | 6 12 17 | 23 30 35 | 41 46 52 | | | | | |
| 74 | 8 6381 | 8 6517 | 8 6653 | 8 6789 | 8 6925 | 8 7061 | 8 7197 | 8 7333 | 8 7469 | 8 7605 | 8 7741 | 6 12 17 | 23 30 35 | 41 46 52 | | | | | |
| 75 | 8 6621 | 8 6757 | 8 6893 | 8 7029 | 8 7165 | 8 7301 | 8 7437 | 8 7573 | 8 7709 | 8 7845 | 8 7981 | 6 12 17 | 23 30 35 | 41 46 52 | | | | | |
| 76 | 8 7261 | 8 7397 | 8 7533 | 8 7669 | 8 7805 | 8 7941 | 8 8077 | 8 8213 | 8 8349 | 8 8485 | 8 8621 | 6 12 17 | 23 29 34 | 40 46 52 | | | | | |
| 77 | 8 7901 | 8 8037 | 8 8173 | 8 8309 | 8 8445 | 8 8581 | 8 8717 | 8 8853 | 8 8989 | 8 9125 | 8 9261 | 6 12 17 | 23 29 34 | 40 46 52 | | | | | |
| 78 | 8 8541 | 8 8677 | 8 8813 | 8 8949 | 8 9085 | 8 9221 | 8 9357 | 8 9493 | 8 9629 | 8 9765 | 8 9901 | 6 12 17 | 23 29 34 | 39 45 50 | | | | | |
| 79 | 8 9181 | 8 9317 | 8 9453 | 8 9589 | 8 9725 | 8 9861 | 8 9997 | 9 0133 | 9 0269 | 9 0405 | 9 0541 | 6 12 17 | 22 30 34 | 39 45 50 | | | | | |
| 80 | 9 0181 | 9 0317 | 9 0453 | 9 0589 | 9 0725 | 9 0861 | 9 0997 | 9 1133 | 9 1269 | 9 1405 | 9 1541 | 6 12 17 | 22 30 34 | 39 45 50 | | | | | |
| 81 | 9 0821 | 9 0957 | 9 1093 | 9 1229 | 9 1365 | 9 1501 | 9 1637 | 9 1773 | 9 1909 | 9 2045 | 9 2181 | 6 12 17 | 22 30 34 | 39 44 50 | | | | | |
| 82 | 9 0461 | 9 0597 | 9 0733 | 9 0869 | 9 1005 | 9 1141 | 9 1277 | 9 1413 | 9 1549 | 9 1685 | 9 1821 | 6 12 17 | 22 30 34 | 39 44 50 | | | | | |
| 83 | 9 1101 | 9 1237 | 9 1373 | 9 1509 | 9 1645 | 9 1781 | 9 1917 | 9 2053 | 9 2189 | 9 2325 | 9 2461 | 6 12 17 | 22 30 34 | 39 44 50 | | | | | |
| 84 | 9 1741 | 9 1877 | 9 2013 | 9 2149 | 9 2285 | 9 2421 | 9 2557 | 9 2693 | 9 2829 | 9 2965 | 9 3101 | 6 12 17 | 22 29 34 | 38 45 49 | | | | | |
| 85 | 9 2381 | 9 2517 | 9 2653 | 9 2789 | 9 2925 | 9 3061 | 9 3197 | 9 3333 | 9 3469 | 9 3605 | 9 3741 | 6 12 16 | 22 29 34 | 38 43 49 | | | | | |
| 86 | 9 3021 | 9 3157 | 9 3293 | 9 3429 | 9 3565 | 9 3701 | 9 3837 | 9 3973 | 9 4109 | 9 4245 | 9 4381 | 6 12 16 | 22 29 34 | 38 43 49 | | | | | |
| 87 | 9 3661 | 9 3797 | 9 3933 | 9 4069 | 9 4205 | 9 4341 | 9 4477 | 9 4613 | 9 4749 | 9 4885 | 9 5021 | 6 12 16 | 22 29 34 | 37 43 49 | | | | | |
| 88 | 9 4301 | 9 4437 | 9 4573 | 9 4709 | 9 4845 | 9 4981 | 9 5117 | 9 5253 | 9 5389 | 9 5525 | 9 5661 | 6 12 16 | 22 29 34 | 37 43 48 | | | | | |
| 89 | 9 4941 | 9 5077 | 9 5213 | 9 5349 | 9 5485 | 9 5621 | 9 5757 | 9 5893 | 9 6029 | 9 6165 | 9 6301 | 6 12 16 | 22 29 34 | 37 43 48 | | | | | |
| 90 | 9 5581 | 9 5717 | 9 5853 | 9 5989 | 9 6125 | 9 6261 | 9 6397 | 9 6533 | 9 6669 | 9 6805 | 9 6941 | 6 12 16 | 22 29 34 | 37 43 48 | | | | | |
| 91 | 9 6221 | 9 6357 | 9 6493 | 9 6629 | 9 6765 | 9 6901 | 9 7037 | 9 7173 | 9 7309 | 9 7445 | 9 7581 | 6 12 16 | 22 29 34 | 37 43 48 | | | | | |
| 92 | 9 6861 | 9 6997 | 9 7133 | 9 7269 | 9 7405 | 9 7541 | 9 7677 | 9 7813 | 9 7949 | 9 8085 | 9 8221 | 6 12 16 | 22 29 34 | 37 43 48 | | | | | |
| 93 | 9 7501 | 9 7637 | 9 7773 | 9 7909 | 9 8045 | 9 8181 | 9 8317 | 9 8453 | 9 8589 | 9 8725 | 9 8861 | 6 12 16 | 22 29 34 | 37 43 48 | | | | | |
| 94 | 9 8141 | 9 8277 | 9 8413 | 9 8549 | 9 8685 | 9 8821 | 9 8957 | 9 9093 | 9 9229 | 9 9365 | 9 9501 | 6 12 16 | 22 29 34 | 37 43 48 | | | | | |
| 95 | 9 8781 | 9 8917 | 9 9053 | 9 9189 | 9 9325 | 9 9461 | 9 9597 | 9 9733 | 9 9869 | 9 1005 | 9 1041 | 6 12 15 | 20 26 32 | 36 42 46 | | | | | |
| 96 | 9 9421 | 9 9557 | 9 9693 | 9 9829 | 9 9965 | 10 0101 | 10 0237 | 10 0373 | 10 0509 | 10 0645 | 10 0781 | 6 12 15 | 20 26 32 | 36 42 46 | | | | | |
| 97 | 9 1061 | 9 1097 | 9 1133 | 9 1169 | 9 1205 | 9 1241 | 9 1277 | 9 1313 | 9 1349 | 9 1385 | 9 1421 | 6 12 15 | 20 26 32 | 36 42 46 | | | | | |
| 98 | 9 1221 | 9 1257 | 9 1293 | 9 1329 | 9 1365 | 9 1401 | 9 1437 | 9 1473 | 9 1509 | 9 1545 | 9 1581 | 6 12 15 | 20 26 32 | 36 42 46 | | | | | |
| 99 | 9 1381 | 9 1417 | 9 1453 | 9 1489 | 9 1525 | 9 1561 | 9 1597 | 9 1633 | 9 1669 | 9 1705 | 9 1741 | 6 12 15 | 20 26 32 | 36 42 46 | | | | | |

RECIPROCAL OF NUMBERS. FROM 1 TO 10.

Numbers in different columns to be subtracted and added.

| | Main Digits | | | | | | | | | | Main D. Fractions | | | | | | | | | |
|----|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | |
| 10 | 10000 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | | | | | | | | | | |
| 11 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | | | | | | | | | | |
| 12 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | | | | | | | | | | |
| 13 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | | | | | | | | | | |
| 14 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | | | | | | | | | | |
| 15 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | | | | | | | | | | |
| 16 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | | | | | | | | | | |
| 17 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | | | | | | | | | | |
| 18 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | | | | | | | | | | |
| 19 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | | | | | | | | | | |
| 20 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | | | | | | | | | | |
| 21 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | | | | | | | | | | |
| 22 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | | | | | | | | | | |
| 23 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | | | | | | | | | | |
| 24 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | | | | | | | | | | |
| 25 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | | | | | | | | | | |
| 26 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | | | | | | | | | | |
| 27 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | | | | | | | | | | |
| 28 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | | | | | | | | | | |
| 29 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | | | | | | | | | | |
| 30 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | | | | | | | | | | |
| 31 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | | | | | | | | | | |
| 32 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | | | | | | | | | | |
| 33 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | | | | | | | | | | |
| 34 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | | | | | | | | | | |
| 35 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | | | | | | | | | | |
| 36 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | | | | | | | | | | |
| 37 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | | | | | | | | | | |
| 38 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | | | | | | | | | | |
| 39 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | | | | | | | | | | |
| 40 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | | | | | | | | | | |
| 41 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | | | | | | | | | | |
| 42 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | | | | | | | | | | |
| 43 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | | | | | | | | | | |
| 44 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | | | | | | | | | | |
| 45 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | | | | | | | | | | |
| 46 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | | | | | | | | | | |
| 47 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | | | | | | | | | | |
| 48 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | | | | | | | | | | |
| 49 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | | | | | | | | | | |
| 50 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | | | | | | | | | | |
| 51 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | | | | | | | | | | |
| 52 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | | | | | | | | | | |
| 53 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | | | | | | | | | | |
| 54 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | | | | | | | | | | |
| 55 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | | | | | | | | | | |
| 56 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | | | | | | | | | | |
| 57 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | | | | | | | | | | |
| 58 | 72727 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | | | | | | | | | | |
| 59 | 63636 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | | | | | | | | | | |
| 60 | 54545 | 45454 | 36363 | 27272 | 18181 | 90909 | 81818 | 72727 | 63636 | 54545 | | | | | | | | | | |

RECIPROCAL OF NUMBERS From 1 to 10

Numbers in difference columns to be subtracted, not added

| | | | | | | | | | | | Mean Differences | | | | | | | | | |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | |
| 55 | 18 52 | 18 40 | 18 28 | 18 16 | 18 05 | 17 54 | 17 43 | 17 32 | 17 22 | 17 11 | 17 01 | 16 51 | 16 41 | 16 31 | 16 21 | 16 11 | 16 01 | 15 51 | 15 41 | 15 31 |
| 56 | 18 45 | 18 33 | 18 21 | 18 10 | 17 59 | 17 48 | 17 37 | 17 26 | 17 16 | 17 05 | 16 95 | 16 85 | 16 75 | 16 65 | 16 55 | 16 45 | 16 35 | 16 25 | 16 15 | 16 05 |
| 57 | 18 44 | 18 32 | 18 20 | 18 09 | 17 58 | 17 47 | 17 36 | 17 25 | 17 15 | 17 04 | 16 94 | 16 84 | 16 74 | 16 64 | 16 54 | 16 44 | 16 34 | 16 24 | 16 14 | 16 04 |
| 58 | 18 41 | 18 29 | 18 17 | 18 06 | 17 55 | 17 44 | 17 33 | 17 22 | 17 12 | 17 01 | 16 91 | 16 81 | 16 71 | 16 61 | 16 51 | 16 41 | 16 31 | 16 21 | 16 11 | 16 01 |
| 59 | 18 40 | 18 28 | 18 16 | 18 05 | 17 54 | 17 43 | 17 32 | 17 22 | 17 11 | 17 01 | 16 91 | 16 81 | 16 71 | 16 61 | 16 51 | 16 41 | 16 31 | 16 21 | 16 11 | 16 01 |
| 60 | 18 38 | 18 26 | 18 14 | 18 03 | 17 52 | 17 41 | 17 30 | 17 20 | 17 09 | 16 99 | 16 89 | 16 79 | 16 69 | 16 59 | 16 49 | 16 39 | 16 29 | 16 19 | 16 09 | 15 99 |
| 61 | 18 37 | 18 25 | 18 13 | 18 02 | 17 51 | 17 40 | 17 29 | 17 19 | 17 08 | 16 98 | 16 88 | 16 78 | 16 68 | 16 58 | 16 48 | 16 38 | 16 28 | 16 18 | 16 08 | 15 98 |
| 62 | 18 36 | 18 24 | 18 12 | 18 01 | 17 50 | 17 39 | 17 28 | 17 18 | 17 07 | 16 97 | 16 87 | 16 77 | 16 67 | 16 57 | 16 47 | 16 37 | 16 27 | 16 17 | 16 07 | 15 97 |
| 63 | 18 35 | 18 23 | 18 11 | 18 00 | 17 49 | 17 38 | 17 27 | 17 17 | 17 06 | 16 96 | 16 86 | 16 76 | 16 66 | 16 56 | 16 46 | 16 36 | 16 26 | 16 16 | 16 06 | 15 96 |
| 64 | 18 34 | 18 22 | 18 10 | 17 59 | 17 48 | 17 37 | 17 26 | 17 16 | 17 05 | 16 95 | 16 85 | 16 75 | 16 65 | 16 55 | 16 45 | 16 35 | 16 25 | 16 15 | 16 05 | 15 95 |
| 65 | 18 33 | 18 21 | 18 09 | 17 58 | 17 47 | 17 36 | 17 25 | 17 15 | 17 04 | 16 94 | 16 84 | 16 74 | 16 64 | 16 54 | 16 44 | 16 34 | 16 24 | 16 14 | 16 04 | 15 94 |
| 66 | 18 32 | 18 20 | 18 08 | 17 57 | 17 46 | 17 35 | 17 24 | 17 14 | 17 03 | 16 93 | 16 83 | 16 73 | 16 63 | 16 53 | 16 43 | 16 33 | 16 23 | 16 13 | 16 03 | 15 93 |
| 67 | 18 31 | 18 19 | 18 07 | 17 56 | 17 45 | 17 34 | 17 23 | 17 13 | 17 02 | 16 92 | 16 82 | 16 72 | 16 62 | 16 52 | 16 42 | 16 32 | 16 22 | 16 12 | 16 02 | 15 92 |
| 68 | 18 30 | 18 18 | 18 06 | 17 55 | 17 44 | 17 33 | 17 22 | 17 12 | 17 01 | 16 91 | 16 81 | 16 71 | 16 61 | 16 51 | 16 41 | 16 31 | 16 21 | 16 11 | 16 01 | 15 91 |
| 69 | 18 29 | 18 17 | 18 05 | 17 54 | 17 43 | 17 32 | 17 21 | 17 11 | 17 00 | 16 90 | 16 80 | 16 70 | 16 60 | 16 50 | 16 40 | 16 30 | 16 20 | 16 10 | 16 00 | 15 90 |
| 70 | 18 28 | 18 16 | 18 04 | 17 53 | 17 42 | 17 31 | 17 20 | 17 10 | 16 99 | 16 89 | 16 79 | 16 69 | 16 59 | 16 49 | 16 39 | 16 29 | 16 19 | 16 09 | 15 99 | 15 89 |
| 71 | 18 27 | 18 15 | 18 03 | 17 52 | 17 41 | 17 30 | 17 19 | 17 09 | 16 98 | 16 88 | 16 78 | 16 68 | 16 58 | 16 48 | 16 38 | 16 28 | 16 18 | 16 08 | 15 98 | 15 88 |
| 72 | 18 26 | 18 14 | 18 02 | 17 51 | 17 40 | 17 29 | 17 18 | 17 08 | 16 97 | 16 87 | 16 77 | 16 67 | 16 57 | 16 47 | 16 37 | 16 27 | 16 17 | 16 07 | 15 97 | 15 87 |
| 73 | 18 25 | 18 13 | 18 01 | 17 50 | 17 39 | 17 28 | 17 17 | 17 07 | 16 96 | 16 86 | 16 76 | 16 66 | 16 56 | 16 46 | 16 36 | 16 26 | 16 16 | 16 06 | 15 96 | 15 86 |
| 74 | 18 24 | 18 12 | 18 00 | 17 49 | 17 38 | 17 27 | 17 16 | 17 06 | 16 95 | 16 85 | 16 75 | 16 65 | 16 55 | 16 45 | 16 35 | 16 25 | 16 15 | 16 05 | 15 95 | 15 85 |
| 75 | 18 23 | 18 11 | 17 99 | 17 48 | 17 37 | 17 26 | 17 15 | 17 05 | 16 94 | 16 84 | 16 74 | 16 64 | 16 54 | 16 44 | 16 34 | 16 24 | 16 14 | 16 04 | 15 94 | 15 84 |
| 76 | 18 22 | 18 10 | 17 98 | 17 47 | 17 36 | 17 25 | 17 14 | 17 04 | 16 93 | 16 83 | 16 73 | 16 63 | 16 53 | 16 43 | 16 33 | 16 23 | 16 13 | 16 03 | 15 93 | 15 83 |
| 77 | 18 21 | 18 09 | 17 97 | 17 46 | 17 35 | 17 24 | 17 13 | 17 03 | 16 92 | 16 82 | 16 72 | 16 62 | 16 52 | 16 42 | 16 32 | 16 22 | 16 12 | 16 02 | 15 92 | 15 82 |
| 78 | 18 20 | 18 08 | 17 96 | 17 45 | 17 34 | 17 23 | 17 12 | 17 02 | 16 91 | 16 81 | 16 71 | 16 61 | 16 51 | 16 41 | 16 31 | 16 21 | 16 11 | 16 01 | 15 91 | 15 81 |
| 79 | 18 19 | 18 07 | 17 95 | 17 44 | 17 33 | 17 22 | 17 11 | 17 01 | 16 90 | 16 80 | 16 70 | 16 60 | 16 50 | 16 40 | 16 30 | 16 20 | 16 10 | 16 00 | 15 90 | 15 80 |
| 80 | 18 18 | 18 06 | 17 94 | 17 43 | 17 32 | 17 21 | 17 10 | 17 00 | 16 89 | 16 79 | 16 69 | 16 59 | 16 49 | 16 39 | 16 29 | 16 19 | 16 09 | 15 99 | 15 89 | 15 79 |
| 81 | 18 17 | 18 05 | 17 93 | 17 42 | 17 31 | 17 20 | 17 09 | 16 99 | 16 88 | 16 78 | 16 68 | 16 58 | 16 48 | 16 38 | 16 28 | 16 18 | 16 08 | 15 98 | 15 88 | 15 78 |
| 82 | 18 16 | 18 04 | 17 92 | 17 41 | 17 30 | 17 19 | 17 08 | 16 98 | 16 87 | 16 77 | 16 67 | 16 57 | 16 47 | 16 37 | 16 27 | 16 17 | 16 07 | 15 97 | 15 87 | 15 77 |
| 83 | 18 15 | 18 03 | 17 91 | 17 40 | 17 29 | 17 18 | 17 07 | 16 97 | 16 86 | 16 76 | 16 66 | 16 56 | 16 46 | 16 36 | 16 26 | 16 16 | 16 06 | 15 96 | 15 86 | 15 76 |
| 84 | 18 14 | 18 02 | 17 90 | 17 39 | 17 28 | 17 17 | 17 06 | 16 96 | 16 85 | 16 75 | 16 65 | 16 55 | 16 45 | 16 35 | 16 25 | 16 15 | 16 05 | 15 95 | 15 85 | 15 75 |
| 85 | 18 13 | 18 01 | 17 89 | 17 38 | 17 27 | 17 16 | 17 05 | 16 95 | 16 84 | 16 74 | 16 64 | 16 54 | 16 44 | 16 34 | 16 24 | 16 14 | 16 04 | 15 94 | 15 84 | 15 74 |
| 86 | 18 12 | 18 00 | 17 88 | 17 37 | 17 26 | 17 15 | 17 04 | 16 94 | 16 83 | 16 73 | 16 63 | 16 53 | 16 43 | 16 33 | 16 23 | 16 13 | 16 03 | 15 93 | 15 83 | 15 73 |
| 87 | 18 11 | 17 99 | 17 87 | 17 36 | 17 25 | 17 14 | 17 03 | 16 93 | 16 82 | 16 72 | 16 62 | 16 52 | 16 42 | 16 32 | 16 22 | 16 12 | 16 02 | 15 92 | 15 82 | 15 72 |
| 88 | 18 10 | 17 98 | 17 86 | 17 35 | 17 24 | 17 13 | 17 02 | 16 92 | 16 81 | 16 71 | 16 61 | 16 51 | 16 41 | 16 31 | 16 21 | 16 11 | 16 01 | 15 91 | 15 81 | 15 71 |
| 89 | 18 09 | 17 97 | 17 85 | 17 34 | 17 23 | 17 12 | 17 01 | 16 91 | 16 80 | 16 70 | 16 60 | 16 50 | 16 40 | 16 30 | 16 20 | 16 10 | 16 00 | 15 90 | 15 80 | 15 70 |
| 90 | 18 08 | 17 96 | 17 84 | 17 33 | 17 22 | 17 11 | 17 00 | 16 90 | 16 79 | 16 69 | 16 59 | 16 49 | 16 39 | 16 29 | 16 19 | 16 09 | 15 99 | 15 89 | 15 79 | 15 69 |
| 91 | 18 07 | 17 95 | 17 83 | 17 32 | 17 21 | 17 10 | 16 99 | 16 89 | 16 78 | 16 68 | 16 58 | 16 48 | 16 38 | 16 28 | 16 18 | 16 08 | 15 98 | 15 88 | 15 78 | 15 68 |
| 92 | 18 06 | 17 94 | 17 82 | 17 31 | 17 20 | 17 09 | 16 98 | 16 88 | 16 77 | 16 67 | 16 57 | 16 47 | 16 37 | 16 27 | 16 17 | 16 07 | 15 97 | 15 87 | 15 77 | 15 67 |
| 93 | 18 05 | 17 93 | 17 81 | 17 30 | 17 19 | 17 08 | 16 97 | 16 87 | 16 76 | 16 66 | 16 56 | 16 46 | 16 36 | 16 26 | 16 16 | 16 06 | 15 96 | 15 86 | 15 76 | 15 66 |
| 94 | 18 04 | 17 92 | 17 80 | 17 29 | 17 18 | 17 07 | 16 96 | 16 86 | 16 75 | 16 65 | 16 55 | 16 45 | 16 35 | 16 25 | 16 15 | 16 05 | 15 95 | 15 85 | 15 75 | 15 65 |
| 95 | 18 03 | 17 91 | 17 79 | 17 28 | 17 17 | 17 06 | 16 95 | 16 85 | 16 74 | 16 64 | 16 54 | 16 44 | 16 34 | 16 24 | 16 14 | 16 04 | 15 94 | 15 84 | 15 74 | 15 64 |
| 96 | 18 02 | 17 90 | 17 78 | 17 27 | 17 16 | 17 05 | 16 94 | 16 84 | 16 73 | 16 63 | 16 53 | 16 43 | 16 33 | 16 23 | 16 13 | 16 03 | 15 93 | 15 83 | 15 73 | 15 63 |
| 97 | 18 01 | 17 89 | 17 77 | 17 26 | 17 15 | 17 04 | 16 93 | 16 83 | 16 72 | 16 62 | 16 52 | 16 42 | 16 32 | 16 22 | 16 12 | 16 02 | 15 92 | 15 82 | 15 72 | 15 62 |
| 98 | 18 00 | 17 88 | 17 76 | 17 25 | 17 14 | 17 03 | 16 92 | 16 82 | 16 71 | 16 61 | 16 51 | 16 41 | 16 31 | 16 21 | 16 11 | 16 01 | 15 91 | 15 81 | 15 71 | 15 61 |
| 99 | 17 59 | 17 87 | 17 75 | 17 24 | 17 13 | 17 02 | 16 91 | 16 81 | 16 70 | 16 60 | 16 50 | 16 40 | 16 30 | 16 20 | 16 10 | 16 00 | 15 90 | 15 80 | 15 70 | 15 60 |

| n | n^2 | n^3 | \sqrt{n} | $\sqrt[3]{n}$ | $\sqrt{10n}$ | $\sqrt[3]{10n}$ | $\sqrt[4]{100n}$ | $\frac{1}{n}$ |
|-----|-------|--------|------------|---------------|--------------|-----------------|------------------|---------------|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3.1623 | 2.1544 | 4.6416 | 1 |
| 2 | 4 | 8 | 1.4142 | 1.2599 | 4.4721 | 2.7144 | 5.8480 | .50000 |
| 3 | 9 | 27 | 1.7321 | 1.4422 | 5.4772 | 3.7072 | 6.0628 | .33333 |
| 4 | 16 | 64 | 2.0000 | 1.5874 | 6.3246 | 3.4300 | 7.3581 | .25000 |
| 5 | 25 | 125 | 2.2361 | 1.7100 | 7.0711 | 3.6840 | 8.0170 | .20000 |
| 6 | 36 | 216 | 2.4495 | 1.8172 | 7.7460 | 3.8449 | 8.4143 | .16667 |
| 7 | 49 | 343 | 2.6458 | 1.9129 | 8.3666 | 4.1213 | 8.8790 | .14286 |
| 8 | 64 | 512 | 2.8284 | 2.0000 | 8.9443 | 4.3089 | 9.2552 | .12500 |
| 9 | 81 | 729 | 3.0000 | 2.0801 | 9.4868 | 4.4814 | 9.6540 | .11111 |
| 10 | 100 | 1000 | 3.1623 | 2.1544 | 10.0000 | 4.6416 | 10.0000 | .10000 |
| 11 | 121 | 1331 | 3.3166 | 2.2239 | 10.4881 | 4.7914 | 10.3128 | .090909 |
| 12 | 144 | 1728 | 3.4641 | 2.2894 | 10.9545 | 4.9244 | 10.6166 | .083333 |
| 13 | 169 | 2197 | 3.6056 | 2.3513 | 11.4018 | 5.0555 | 10.9130 | .076923 |
| 14 | 196 | 2744 | 3.7417 | 2.4101 | 11.8322 | 5.1845 | 11.2020 | .071429 |
| 15 | 225 | 3375 | 3.8730 | 2.4662 | 12.2474 | 5.3113 | 11.4847 | .066667 |
| 16 | 256 | 4096 | 4.0000 | 2.5205 | 12.6491 | 5.4368 | 11.7618 | .062500 |
| 17 | 289 | 4913 | 4.2328 | 2.5723 | 13.0374 | 5.5607 | 12.0328 | .058824 |
| 18 | 324 | 5832 | 4.3818 | 2.6217 | 13.4124 | 5.6831 | 12.2974 | .055556 |
| 19 | 361 | 6859 | 4.5287 | 2.6688 | 13.7740 | 5.8041 | 12.5559 | .052632 |
| 20 | 400 | 8000 | 4.6721 | 2.7134 | 14.1231 | 5.9230 | 12.8092 | .050000 |
| 21 | 441 | 9261 | 4.8114 | 2.7559 | 14.4604 | 6.0400 | 13.0585 | .047619 |
| 22 | 484 | 10648 | 4.9497 | 2.8020 | 14.7862 | 6.1552 | 13.3039 | .045455 |
| 23 | 529 | 12167 | 5.0876 | 2.8430 | 15.1098 | 6.2688 | 13.5454 | .043478 |
| 24 | 576 | 13824 | 5.2250 | 2.8845 | 15.4210 | 6.3810 | 13.7837 | .041667 |
| 25 | 625 | 15625 | 5.3523 | 2.9240 | 15.7204 | 6.4919 | 14.0181 | .040000 |
| 26 | 676 | 17576 | 5.4892 | 2.9615 | 16.0174 | 6.6017 | 14.2488 | .038462 |
| 27 | 729 | 19683 | 5.6258 | 3.0000 | 16.3121 | 6.7104 | 14.4758 | .037037 |
| 28 | 784 | 21952 | 5.7622 | 3.0366 | 16.6046 | 6.8181 | 14.6994 | .035714 |
| 29 | 841 | 24389 | 5.8987 | 3.0723 | 16.8948 | 6.9248 | 14.9197 | .034483 |
| 30 | 900 | 27000 | 6.0347 | 3.1072 | 17.1828 | 7.0305 | 15.1368 | .033333 |
| 31 | 961 | 29791 | 6.1703 | 3.1414 | 17.4687 | 7.1352 | 15.3508 | .032258 |
| 32 | 1024 | 32768 | 6.3056 | 3.1748 | 17.7524 | 7.2389 | 15.5618 | .031250 |
| 33 | 1089 | 35937 | 6.4403 | 3.2075 | 18.0339 | 7.3416 | 15.7698 | .030303 |
| 34 | 1156 | 39308 | 6.5746 | 3.2396 | 18.3131 | 7.4433 | 15.9748 | .029412 |
| 35 | 1225 | 42875 | 6.7082 | 3.2711 | 18.5899 | 7.5441 | 16.1768 | .028571 |
| 36 | 1296 | 46636 | 6.8413 | 3.3019 | 18.8644 | 7.6440 | 16.3758 | .027778 |
| 37 | 1369 | 50593 | 6.9739 | 3.3322 | 19.1366 | 7.7430 | 16.5718 | .027027 |
| 38 | 1444 | 54752 | 7.1060 | 3.3620 | 19.4066 | 7.8411 | 16.7649 | .026316 |
| 39 | 1521 | 59127 | 7.2377 | 3.3914 | 19.6744 | 7.9383 | 16.9551 | .025619 |
| 40 | 1600 | 63800 | 7.3683 | 3.4204 | 19.9399 | 8.0346 | 17.1425 | .025000 |
| 41 | 1681 | 68681 | 7.4979 | 3.4489 | 20.2031 | 8.1301 | 17.3271 | .024390 |
| 42 | 1764 | 73768 | 7.6264 | 3.4770 | 20.4641 | 8.2248 | 17.5089 | .023795 |
| 43 | 1849 | 79073 | 7.7538 | 3.5047 | 20.7229 | 8.3187 | 17.6879 | .023215 |
| 44 | 1936 | 84592 | 7.8801 | 3.5321 | 20.9794 | 8.4118 | 17.8641 | .022649 |
| 45 | 2025 | 91335 | 8.0056 | 3.5591 | 21.2336 | 8.5041 | 18.0376 | .022099 |
| 46 | 2116 | 98304 | 8.1303 | 3.5858 | 21.4856 | 8.5956 | 18.2084 | .021562 |
| 47 | 2209 | 105503 | 8.2542 | 3.6122 | 21.7354 | 8.6863 | 18.3765 | .021037 |
| 48 | 2304 | 112944 | 8.3773 | 3.6383 | 21.9831 | 8.7762 | 18.5419 | .020526 |
| 49 | 2401 | 120629 | 8.5000 | 3.6641 | 22.2287 | 8.8653 | 18.7046 | .020020 |
| 50 | 2500 | 128500 | 8.6225 | 3.6896 | 22.4721 | 8.9536 | 18.8646 | .019520 |

POWERS, ROOTS, AND RECIPROALS

| n | n^2 | n^3 | \sqrt{n} | $\frac{1}{\sqrt{n}}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ | $\frac{1}{100n}$ | $\frac{1}{n}$ |
|-----|-------|---------|------------|----------------------|---------------|-------------------------|------------------|---------------|
| 61 | 3721 | 226981 | 7.8102 | 0.1280 | 3.9473 | 0.2533 | 0.00244 | 0.01639 |
| 62 | 3844 | 238328 | 7.8743 | 0.1271 | 3.9721 | 0.2517 | 0.00237 | 0.01613 |
| 63 | 3969 | 250023 | 7.9373 | 0.1262 | 3.9967 | 0.2502 | 0.00230 | 0.01588 |
| 64 | 4096 | 262064 | 7.9992 | 0.1254 | 4.0211 | 0.2487 | 0.00223 | 0.01563 |
| 65 | 4225 | 274455 | 8.0600 | 0.1246 | 4.0453 | 0.2473 | 0.00216 | 0.01538 |
| 66 | 4356 | 287196 | 8.1197 | 0.1238 | 4.0694 | 0.2459 | 0.00210 | 0.01514 |
| 67 | 4489 | 300287 | 8.1783 | 0.1230 | 4.0933 | 0.2446 | 0.00203 | 0.01490 |
| 68 | 4624 | 313728 | 8.2358 | 0.1222 | 4.1171 | 0.2433 | 0.00197 | 0.01466 |
| 69 | 4761 | 327519 | 8.2922 | 0.1214 | 4.1407 | 0.2420 | 0.00191 | 0.01442 |
| 70 | 4900 | 341660 | 8.3475 | 0.1206 | 4.1642 | 0.2407 | 0.00185 | 0.01418 |
| 71 | 5041 | 356151 | 8.4017 | 0.1198 | 4.1875 | 0.2395 | 0.00179 | 0.01395 |
| 72 | 5184 | 371002 | 8.4548 | 0.1190 | 4.2107 | 0.2383 | 0.00173 | 0.01372 |
| 73 | 5329 | 386213 | 8.5068 | 0.1182 | 4.2338 | 0.2371 | 0.00167 | 0.01349 |
| 74 | 5476 | 401784 | 8.5577 | 0.1174 | 4.2567 | 0.2360 | 0.00161 | 0.01326 |
| 75 | 5625 | 417715 | 8.6075 | 0.1166 | 4.2795 | 0.2349 | 0.00155 | 0.01303 |
| 76 | 5776 | 433996 | 8.6562 | 0.1158 | 4.3022 | 0.2338 | 0.00149 | 0.01280 |
| 77 | 5929 | 450627 | 8.7038 | 0.1150 | 4.3248 | 0.2327 | 0.00143 | 0.01257 |
| 78 | 6084 | 467608 | 8.7503 | 0.1142 | 4.3473 | 0.2316 | 0.00137 | 0.01234 |
| 79 | 6241 | 484939 | 8.7957 | 0.1134 | 4.3697 | 0.2305 | 0.00131 | 0.01211 |
| 80 | 6400 | 512620 | 8.8400 | 0.1126 | 4.3920 | 0.2294 | 0.00125 | 0.01188 |
| 81 | 6561 | 540751 | 8.8832 | 0.1118 | 4.4142 | 0.2283 | 0.00119 | 0.01165 |
| 82 | 6724 | 569332 | 8.9253 | 0.1110 | 4.4363 | 0.2272 | 0.00113 | 0.01142 |
| 83 | 6889 | 598363 | 8.9663 | 0.1102 | 4.4583 | 0.2261 | 0.00107 | 0.01119 |
| 84 | 7056 | 627844 | 9.0062 | 0.1094 | 4.4802 | 0.2250 | 0.00101 | 0.01096 |
| 85 | 7225 | 657775 | 9.0450 | 0.1086 | 4.5020 | 0.2239 | 0.00095 | 0.01073 |
| 86 | 7396 | 688156 | 9.0827 | 0.1078 | 4.5237 | 0.2228 | 0.00089 | 0.01050 |
| 87 | 7569 | 719007 | 9.1193 | 0.1070 | 4.5453 | 0.2217 | 0.00083 | 0.01027 |
| 88 | 7744 | 750428 | 9.1548 | 0.1062 | 4.5668 | 0.2206 | 0.00077 | 0.01004 |
| 89 | 7921 | 782419 | 9.1892 | 0.1054 | 4.5882 | 0.2195 | 0.00071 | 0.00981 |
| 90 | 8100 | 814980 | 9.2325 | 0.1046 | 4.6095 | 0.2184 | 0.00065 | 0.00958 |
| 91 | 8281 | 848111 | 9.2747 | 0.1038 | 4.6307 | 0.2173 | 0.00059 | 0.00935 |
| 92 | 8464 | 881812 | 9.3158 | 0.1030 | 4.6518 | 0.2162 | 0.00053 | 0.00912 |
| 93 | 8649 | 916083 | 9.3558 | 0.1022 | 4.6728 | 0.2151 | 0.00047 | 0.00889 |
| 94 | 8836 | 950924 | 9.3947 | 0.1014 | 4.6937 | 0.2140 | 0.00041 | 0.00866 |
| 95 | 9025 | 986335 | 9.4325 | 0.1006 | 4.7145 | 0.2129 | 0.00035 | 0.00843 |
| 96 | 9216 | 1022316 | 9.4692 | 0.1000 | 4.7352 | 0.2118 | 0.00029 | 0.00820 |
| 97 | 9409 | 1058867 | 9.5048 | 0.0992 | 4.7558 | 0.2107 | 0.00023 | 0.00797 |
| 98 | 9604 | 1095988 | 9.5393 | 0.0984 | 4.7763 | 0.2096 | 0.00017 | 0.00774 |
| 99 | 9801 | 1133679 | 9.5727 | 0.0976 | 4.7967 | 0.2085 | 0.00011 | 0.00751 |
| 100 | 10000 | 1171940 | 9.6061 | 0.0968 | 4.8170 | 0.2074 | 0.00005 | 0.00728 |

Q = Edm
N

| | |
|----|------|
| 70 | + 25 |
| 80 | + 35 |

- Importance of Statistics
- Arithmetic of Human Welfare
- Helpful in Administration
- Aid to Supervision
- Essential for Planning
- Essential in Quantitative Study
- It extends the scientific base
- Beneficial in Business and Com
- Extensive application of statistical Meⁿ
- It preserves past knowledge
- Universal Utility

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
- 10